Physique II – Thermodynamique

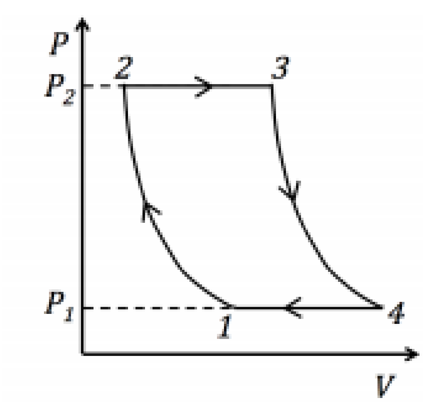
Exercices 5

Problème I Transformations quasi-statiques

On considère n mols de gaz parfait (γ connu) dans un piston étanche, à V_0, T_0 et p_0. On lui fait subir la suite de transformations quasi-statiques suivantes : Détente isotherme qui fait passer le volume à $3V_0$; Compression adiabatique pour revenir à p_0 ; Transformation isochore pour revenir à T_0.

1. Tracer la transformation dans un diagramme (p,V).
2. Déterminer le volume final en fonction des données.
3. Déterminer W et Q reçus par le gaz au cours de la transformation en fonction de l'état initial.

Problème II Moteur de Joule ou cycle de Brayton



On considère une machine thermique, utilisant comme fluide un gaz parfait de coefficient adiabatique γ=1.4, qui fonctionne selon le cycle indiqué dans la figure ci-dessus. Les transformations de ce cycle, dit moteur de Joule ou cycle de Brayton, sont quasi-statiques et composées de deux transformations adiabatiques, 1→2 et 3→4, et de deux transformations isobares, 2→3 et 4→1, au cours desquelles le gaz se met progressivement à l'équilibre thermique avec la source chaude à température $T_3 = 600$ K ou la source froide à $T_1 = 300$ K. Les pressions à l'état 1 et à l'état 2 sont, respectivement, $p_1 = 1$ bar et $p_2 = 4$ bar. On considérera une mole de gaz ($n = 1$) et on notera C_P la capacité calorifique à pression constante, C_V la capacité calorifique à volume constant et R la constante des gaz parfaits.

1. Le cycle correspond-il à un moteur thermique ou à une machine frigorifique ?

2. Trouver les expressions de la chaleur Q et du travail W échangés au cours du cycle en fonction des données du problème.

3. Calculer l'efficacité de cette machine en fonction des températures T_1, T_2, T_3 et T_4.
   A.N.: On utilisera $0.25^{-0.4/1.4} \approx 1.5$ et $4^{-0.4/1.4} \approx 0.67 \approx \frac{2}{3}$

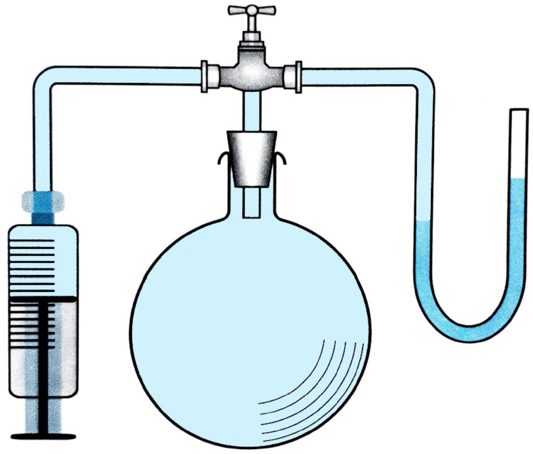
4. Comparer l'efficacité du cycle du moteur de Joule avec celle d'un cycle de Carnot entre les mêmes sources aux températures T_1 et T_3.

5. Exprimer l'éfficacité de cette machine en fonction du taux de compression $a = \frac{p_1}{p_2}$.

Problème III Expérience de Clément-Desormes

Il est possible de déterminer le coefficient γ d'un gaz parfait en mesurant les pressions obtenues à l'aide d'une série de processus thermiques connus sous le nom d'expérience de Clément-Desormes. Ici on considère que le gaz de quantité fixe reste confiné dans une enceinte dont on fait varier le volume, illustré sur la figure ci-dessous.

Le tube en U permet de mesurer la pression du gaz grâce au déplacement d'un liquide à l'intérieur du tube. Le volume du tube est négligeable par rapport au volume V de la sphère. Initialement, la vanne est ouverte et la pression p_0 est la pression atmosphérique, la température T_0 est la température ambiante et le volume V_0 est le volume total de gaz dans la sphère et la seringue. Ensuite, on ferme la vanne et le gaz qui se trouve dans la seringue est lentement injecté dans la sphère. Ce processus est une compression isotherme. On mesure alors la différence de la pression du gaz Δp_1 entre la pression intermédiaire p_1 et la pression initiale p_0. Ensuite, on retire le piston de la seringue aussi rapidement que possible afin de ramener la pression du gaz



dans la sphère à sa valeur initiale p_0. Ce processus est une détente adiabatique. A la fin de la détente adiabatique, le volume de gaz dans la sphère et la seringue est V_2 et le système atteint un état d'équilibre thermique durant une compression isochore. On mesure alors la différence de pression Δp_2 entre la pression finale p_2 et la pression initiale p_0. On peut montrer que les différences de pressions mesurées peuvent être utilisées pour déterminer le coefficient γ d'après la relation,

$$\gamma \simeq \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2}$$

Cette approximation est satisfaite dans la limite où $\Delta p_1 \ll p_0$ et $\Delta p_2 \ll p_0$ et un développement limité au 1^{er} ordre en $\Delta p_1/p_0$ et $\Delta p_2/p_0$ doit être appliqué pour établir ce résultat.

Analyser les transformations en utilisant les instructions suivantes :

1. Esquisser le diagramme (p, V) pour les trois processus que le système subit.

2. Déterminer la température T_2 et le volume V_2.

3. Déterminer le travail total W effectué par ces transformations.

Problème IV Cycle d'Atkinson

James Atkinson était un ingénieur anglais qui a conçu plusieurs moteurs à combustion. Le cycle thermodynamique qui porte son nom est une modification du cycle d'Otto, conçue pour améliorer son rendement. Le prix à payer pour parvenir à un meilleur rendement est une diminution du travail effectué par cycle. Le cycle idéalisé d'Atkinson est constitué des six processus réversibles :

- $1 \longrightarrow 2$: compression adiabatique
- $2 \longrightarrow 3$: échauffement isochore
- $3 \longrightarrow 4$: échauffement isobare
- $4 \longrightarrow 5$: détente adiabatique
- $5 \longrightarrow 6$: refroidissement isochore
- $6 \longrightarrow 1$: refroidissement isobare

On suppose que le cycle a lieu sur un gaz parfait est caractirisé par,

$$pV = nRT \qquad\qquad U = cnRT \qquad\qquad \gamma = \frac{c+1}{c}$$

où c est un paramètre sans dimension lié à la nature des constituants élémentaires du gaz et égal à $f/2$. Les grandeurs physiques suivantes qui caractérisent le cycle sont supposées connues : volumes V_1, V_2 et V_6, pressions p_1 et p_3, température T_5 et le nombre de mols n de gaz. Analyser ce cycle en utilisant les instructions suivantes :

1. Esquisser le diagramme (p, V) du cycle d'Atkinson.

2. Déterminer les pressions p_2, p_4, p_5, p_6, les volumes V_3, V_4, V_5 et les températures T_1, T_2, T_3, T_4, T_6, en termes des grandeurs physiques connues.

3. Déterminer les travaux $W_{12}, W_{23}, W_{34}, W_{45}, W_{56}, W_{61}$ et le travail W effectué par cycle.

4. Déterminer les transferts de chaleur $Q_{12}, Q_{23}, Q_{34}, Q_{45}, Q_{56}, Q_{61}$ et la chaleur fournie par la source chaude $Q^+ = Q_{23} + Q_{34}$ au gaz.

5. Déterminer le rendement du cycle d'Atkinson,

$$\eta_A = -\frac{W}{Q^+}$$

Problème V Chauffe-eau

Un chauffe-eau fonctionne à la combustion du méthane (CH_4) que l'on considérera comme un gaz parfait. L'eau entre dans le chauffe-eau à 15 °C et en sort à 55 °C avec un débit de 25 mℓ/s. Calculer le débit gazeux nécessaire en litre de méthane (mesuré à 15 °C et sous 1 bar) par seconde en supposant que le transfert de la chaleur produite par la combustion vers l'eau à chauffer s'effectue avec un rendement de 90%.

Données : $C_{p,\text{eau}} = 1\,\text{cal}\,\text{g}^{-1}\,\text{K}^{-1}$. La chaleur de combustion du méthane sous la pression atmosphérique est de $-881\,\text{kJ}\,\text{mol}^{-1}$.

Problème VI Capacité thermique en fonction de la température

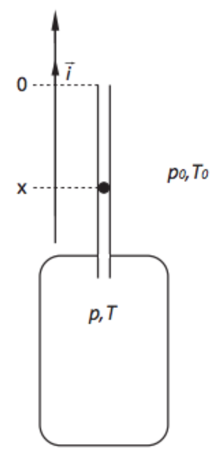
Aux faibles pressions, la capacité thermique massique à pression constante du monoxyde de carbone CO, gaz diatomique supposé parfait, est fonction de la température absolue T selon la loi :

$$C_p = A_0 - \frac{A_1}{T} + \frac{A_2}{T^2}$$

Pour CO les valeurs numériques sont : $A_0 = 1.41\,\text{JK}^{-1}\text{g}^{-1}, A_1 = 492\,\text{Jg}^{-1}$ et $A_2 = 1.6 \times 10^5\,\text{JK} \cdot \text{g}^{-1}$.

Calculer la chaleur reçue par une mol de monoxyde de carbone ($M_{\text{CO}} = 28\,\text{g/mol}$) lorsque ce gaz est chauffé, à volume constant, de 27 °C à 127 °C.

Problème VII La méthode de Ruckhardt (facultatif)



La méthode de Ruckhardt permet de déterminer γ en étudiant le mouvement d'une bille dans un tube en verre. La bille métallique, de diamètre très voisin de celui du tube, se comporte comme un piston étanche. On néglige les frottements. Lorsqu'on lâche la bille dans le tube de section s, on observe des oscillations autour d'une position d'équilibre. La méthode consiste à mesurer la période d'oscillation θ du mouvement de la bille. On note V_0 le volume de gaz lorsque $x = 0$ et on note respectivement p_0 et T_0 la pression et la température extérieures.

1. En appliquant la deuxième loi de Newton à la bille, établir l'équation de son mouvement. Préciser, en particulier, la pression à l'équilibre.

2. D'un point de vue thermodynamique, le phénomène est considéré comme pratiquement quasi-statique et adiabatique. L'air contenu dans la bouteille est assimilé à un gaz parfait. Déterminer $\frac{dp}{dV}$ au voisinage de l'état (p_0, V_0).

3. Les écarts de pression et de volume étant faibles, on approxime dV par $V - V_0 = sx$ et dp par $p - p_0$. En déduire $p - p_0$ en fonction de x.

4. En déduire l'équation différentielle du mouvement vertical de la bille.

5. Déterminer l'expression de la période θ et en déduire l'expression du coefficient γ.

Problème VIII Limite à la compressibilité brutale d'un gaz (facultatif) (Examen 2015, autre professeur)

Soit un gaz parfait de coefficient adiabatique γ, de capacité calorifique molaire à volume constant $C_{v\mathrm{m}}$ et $C_{p\mathrm{m}}$ à pression constante. Un piston contient n moles de ce gaz à la pression p_0 et la température T_0.

1. On fait varier la pression sur le piston de manière réversible. Calculez le rapport volumétrique, $a = \frac{V_0}{V_f}$, en fonction du taux de compression, $k = \frac{p_f}{p_0}$ dans le cas où la compression est isotherme et le cas où elle est adiabatique. Vérifiez que, pour autant que l'approximation des gaz parfaits reste valide, le rapport volumétrique, a, augmente indéfiniment et n'est pas limité en fonction du taux de compression, k.

2. On fait maintenant varier brutalement la pression sur le piston à une nouvelle valeur constante p_1. Après un temps assez court le piston se stabilise et le gaz occupe maintenant un volume $V_f = \frac{V_0}{a}$. Comme la transition est très rapide le gaz n'échange pas de chaleur avec l'extérieur. Déterminer a en fonction de γ et k et montrer que a tend vers une limite supérieure quand le taux de compression tend vers l'infini.

3. Dans le cas de la compression brutale, calculez la température finale T_f en fonction de γ, k et T_0 pour un gaz parfait monoatomique, $T_0 = 300$ K et $k = 10$.