

NOM

PRÉNOM

NOM DE L'ASSISTANT

Exercice à la maison n°4

À rendre le 20 mars 2018

** *Mesure du nombre d'Avogadro par Jean Perrin (Examen 2015)*

En 1908 Jean Perrin* effectue une des premières mesures du nombre d'Avogadro, \mathcal{N}_A , en étudiant la distribution de très fines gouttelettes de gomme-gutte[†] en suspension dans l'eau à la température T . Il trouva que le rapport, α , de la densité de particules dans des couches horizontales distantes verticalement de $h = 30 \mu\text{m}$ était $\alpha = 2,02$ (la densité de gouttelettes diminuant avec la hauteur).

1. À l'équilibre (particule statique), quelles sont les forces qui s'exercent sur une gouttelette de rayon a (les deux fluides sont incompressibles)? On notera ρ la masse volumique de la gomme-gutte, ρ_0 la masse volumique de l'eau et g l'accélération de la pesanteur.

$$\sum \vec{F} = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

2. En déduire l'énergie potentielle d'une gouttelette de gomme-gutte dans le champ de pesanteur terrestre.

$$E_{\text{pot}} = \dots\dots\dots$$

*. J. Perrin a obtenu le prix Nobel en 1926 pour ses travaux sur les mécanismes de sédimentation et sur le mouvement Brownien, qui confirmaient avec un excellent accord les prédictions théoriques de A. Einstein.

†. La gomme-gutte est un pigment jaune orangé d'origine végétale. Elle est surtout utilisée en couleur à l'eau notamment pour des aquarelles, c'est le colorant qui est utilisé pour donner la couleur safran des robes des moines bouddhistes theravada. Les propriétés qui nous intéressent ici sont qu'elle peut former dans l'eau des émulsions de fines gouttelettes dont la masse volumique est très légèrement supérieure à celle de l'eau, de par sa couleur les gouttelettes sont aussi facilement discernables de l'eau environnante.

3. Les gouttelettes sont aussi animées d'un mouvement autour de leur position moyenne. Écrire l'énergie mécanique totale moyenne d'une gouttelette à une hauteur z en fonction de sa vitesse quadratique moyenne $\langle v^2 \rangle$ et de l'expression obtenue en 2 de son énergie potentielle.

$$\langle E_{\text{mec}} \rangle = \dots\dots\dots$$

Le terme en $\langle v^2 \rangle$ dépend-il de la hauteur h ? Justifiez.

Oui ☐

Non ☐

4. En admettant que les particules sont distribuées dans le champ de pesanteur selon la loi de Boltzmann, calculer \mathcal{N}_A (rappel : $R = \mathcal{N}_A k_B$, avec R la constante des gaz parfaits, \mathcal{N}_A le nombre d'Avogadro et k_B la constante de Boltzmann).

$$\mathcal{N}_A = \dots\dots\dots$$

AN : $\rho = 1,2097 \text{ g cm}^{-3}$, $T = 20^\circ\text{C}$, $\rho_0 = 1,003 \text{ g cm}^{-3}$, $a = 0,212 \mu\text{m}$,
 $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$, $R = 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$, on donne aussi $\ln(2,02) = 0,7031$.
Donner un ordre de grandeur uniquement.

$$\mathcal{N}_A = \dots\dots\dots$$