

## Série d'exercices n°3

### ⚙️\*\* Exercice 1 *Gaz de van der Waals*

On considère l'équation d'état de van der Waals pour une mole de gaz ( $n = 1$ ) :

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT.$$

Le gaz est mécaniquement stable tant que  $\partial p / \partial V < 0$ . On appelle *spinodale* le lieu de points dans le diagramme  $(p, V)$  pour lesquels  $\partial p / \partial V = 0$ .

1. Montrer que l'équation de la spinodale est donnée par

$$\frac{(V - b)^2}{V^3} = \frac{RT}{2a},$$

et en déduire l'équation de la spinodale  $p = f(V)$ .

2. Calculer les coordonnées  $(p_c, V_c)$  du sommet de la spinodale, ainsi que la température  $T_c$  correspondante.
3. Montrer que pour un fluide de van der Waals, le rapport  $P_c V_c / T_c$  est universel (i.e. indépendant de  $a$  et  $b$ ).

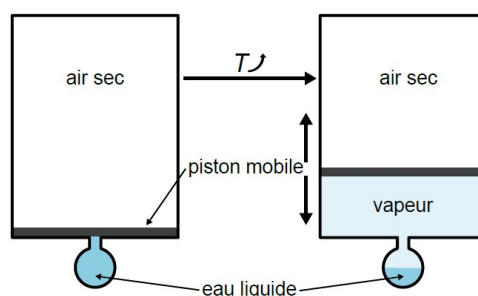
### 📖\*\* Exercice 2 *Gaz de van der Waals à dilution infinie*

On considère l'équation d'état d'un gaz de van der Waals, exprimée en fonction de  $p$  :

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - a \frac{n^2}{V^2}.$$

1. Étudier le comportement asymptotique d'un gaz de van der Waals pour une dilution infinie ( $V \rightarrow +\infty$  ou  $n \rightarrow 0$ ).
2. Qu'est-ce qui se passe si l'on augmente la température ( $T \rightarrow +\infty$ ) ?

### ⚙️\*\* Exercice 3 *Piston étanche*



On considère le dispositif suivant : Un cylindre est séparé en deux parties par un piston étanche, de masse négligeable, couissant sans frottements. La partie supérieure contient une mole d'air sec, la partie inférieure est reliée à un petit réservoir (de volume négligeable) et contient une mole d'eau. Initialement, l'ensemble est à la température de  $100^\circ\text{C}$ , toute l'eau est liquide, le piston est en bas du cylindre, le système est à l'équilibre.

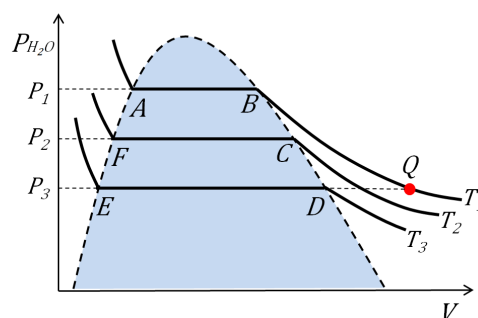
1. Tracer schématiquement le diagramme de phase de l'eau en coordonnées  $(p, T)$  en notant les points importants.
2. Placer sur le diagramme le point correspondant à l'état initial de l'eau.
3. On suppose que la pression de vapeur saturante suit la formule de Duperry  $p_{sat} = \left(\frac{t}{100}\right)^4$  avec  $p_{sat}$  donnée en atmosphère et  $t$  la température donnée en  $^{\circ}\text{C}$ , valide pour  $t$  entre  $90^{\circ}\text{C}$  et  $300^{\circ}\text{C}$ . On chauffe progressivement le cylindre.
  - (a) Quelle serait à  $200^{\circ}\text{C}$  la pression dans la partie qui contient l'air si le piston ne bouge pas (donner une valeur très approximative)?
  - (b) Que vaut  $p_{sat}$  à  $200^{\circ}\text{C}$ ?
  - (c) Décrire qualitativement le comportement du piston quand on chauffe de  $100^{\circ}\text{C}$  à  $200^{\circ}\text{C}$ , ainsi que l'évolution de  $p$  et  $T$ .
  - (d) Tracer l'évolution de  $p$  et  $T$  schématiquement sur le diagramme, en marquant les étapes importantes.



#### \*\* Exercice 4 Point de rosée et humidité relative

L'air contient généralement une certaine quantité de vapeur d'eau. Cette dernière est donnée par la pression partielle de l'eau, mais les manières usuelles de la mesurer sont l'humidité relative et le point de rosée.

L'humidité relative de l'air est définie comme le rapport entre la pression de vapeur d'eau contenue dans le gaz  $p_{\text{vap}}(T)$  et la pression de vapeur saturante  $p_{\text{sat}}(T)$  à la même température. Le point de rosée de l'air, quant à lui, est la température la plus basse à laquelle une masse d'air peut être soumise, à pression constante, sans qu'il ne se produise de formation d'eau à l'état liquide par condensation. Le diagramme ci-contre montre trois courbes isothermes de la pression partielle de la vapeur d'eau.



1. Rappeler la définition et la signification physique d'une pression partielle d'un gaz dans un mélange gazeux.
2. Identifier la température correspondant au point de rosée sur le diagramme ci-dessus pour de l'air à la température  $T_1$  et ayant une pression partielle d'eau  $p_3$  (point Q sur le diagramme).
3. Déterminer l'humidité relative de l'air pour le point Q.

