Nom	
Prénom	
Nom de l'assistant	

Exercice à la maison n°4

À rendre le 20 mars 2018

Solution de l'exercice

1. $\sum \vec{F} = \text{Poids} + \text{Poussée d'Archimède} = m\vec{g} - m_{\text{eau}}\vec{g} = \frac{4}{3}\pi a^3(\rho - \rho_0)\vec{g}$.
2. $E_{\text{pot}} = (4/3)\pi a^3(\rho - \rho_0)gz$ avec l'axe $\mathrm{O_z}$ dirigé vers le haut.
3. $\langle E_{\text{mec}}\rangle = (4/3)\pi a^3\big((\rho - \rho_0)g\langle z\rangle + (1/2)\rho\langle v^2\rangle\big)$. Le terme en $\langle v^2\rangle$ ne dépend pas de la hateur car la couche est à une température homogène.
4. Le rapport des densités de particules dans des couches horizontales aux altitudes z_1 et z_2 est, selon la loi de Boltzmann (le terme cinétique est constant et disparaît) :

$$\alpha = \frac{n(z_1)}{n(z_2)} = \exp\left(-\frac{E_{\text{pot}}(z_1) - E_{\text{pot}}(z_2)}{k_{\text{B}}T}\right),$$

soit

$$\ln(\alpha) = \frac{E_{\text{pot}}(z_2) - E_{\text{pot}}(z_1)}{k_{\text{B}}T}.$$

En substituant l'expression de $E_{\text{pot}}(z)$ et $R = \mathcal{N}_{\text{A}}k_{\text{B}}$ dans celle de α on trouve :

$$\mathcal{N}_{\text{A}} = \frac{3RT\ln(\alpha)}{4\pi a^3(\rho - \rho_0)gh}.$$

AN : $\mathcal{N}_{\text{A}} = 7{,}05 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$ assez proche de la valeur actuellement admise.