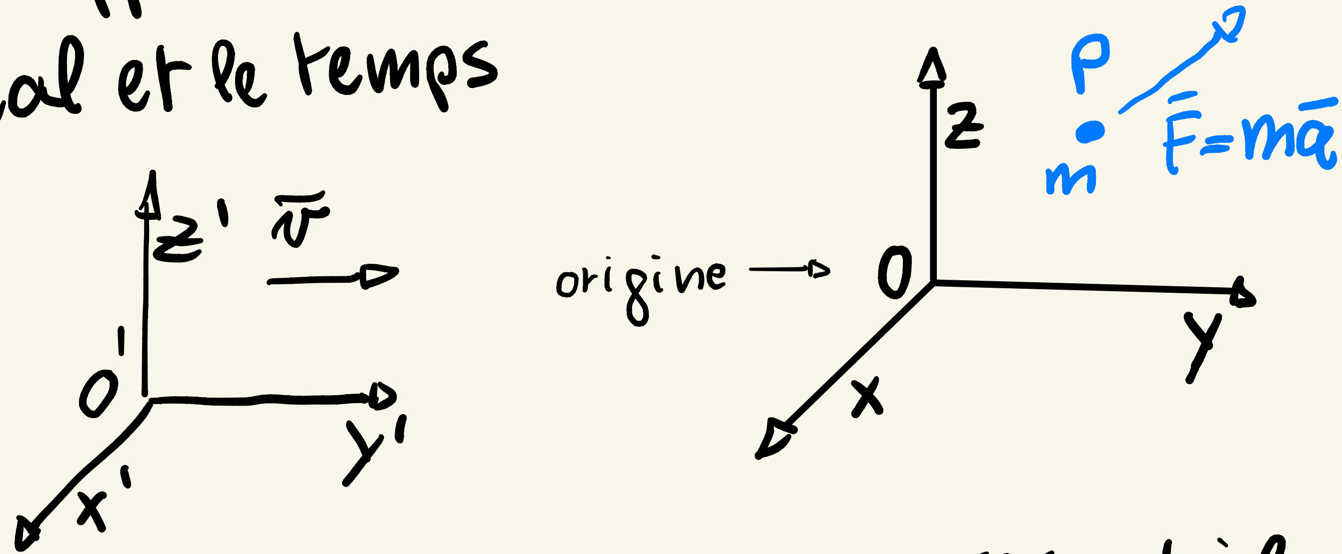
La relativité restreinte

- Référentiels inertiels et non-inertiels
- Relativité de Galileo et Newton et ses limites
- Postulats de la relativité de Einstein

Rappel : les référentiels (réf.)

L'étude des phénomènes physiques est fait par rapport à un référentiel : repère spatial et le temps



Question : est-ce que tous les référentiels sont équivalents ? NO!

Galileo et Newton (~1600) : il existe une classe spéciale de réf : réf. inertiels

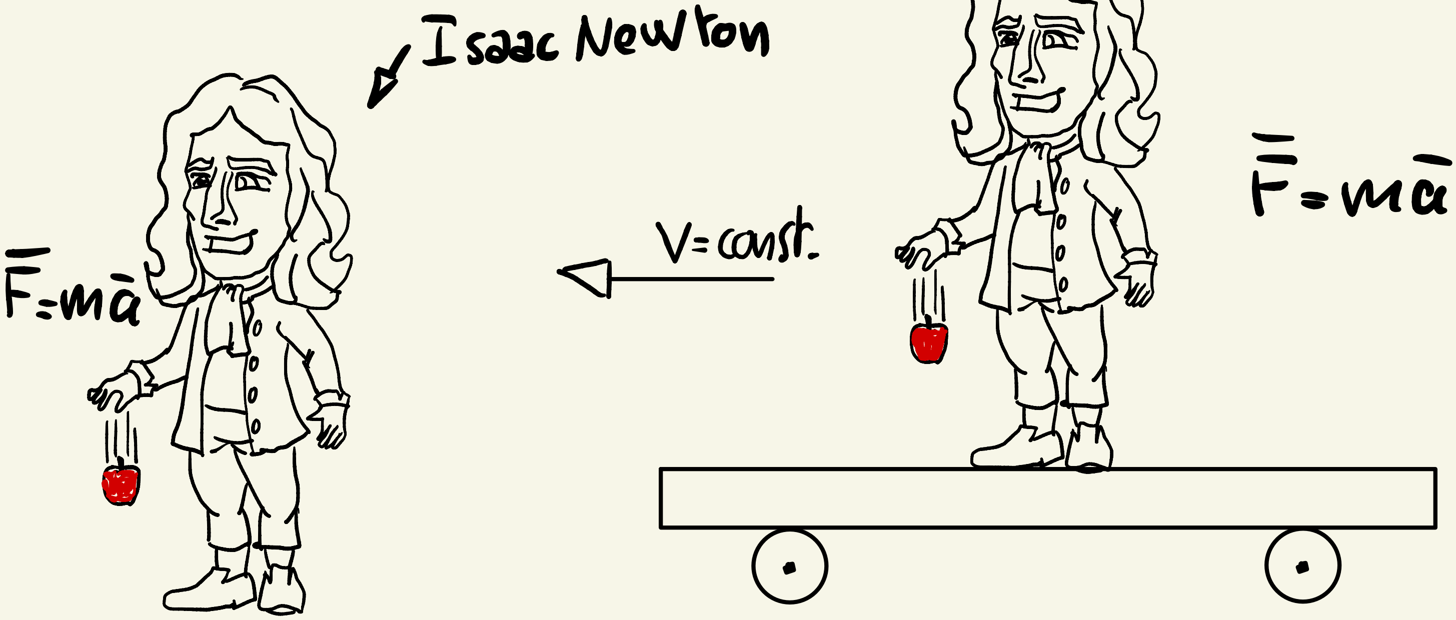
2ème loi de Newton est valable $\bar{F} = m\bar{a}$

Un réf. en mouvement uniforme ($\bar{v}$ = const.) par rapport à un réf inertiel est aussi inertiel

La relativité de Galileo et Newton

les lois de la physique (à l'époque la méchanique) sont les mêmes dans touts les référentiels inertiels.

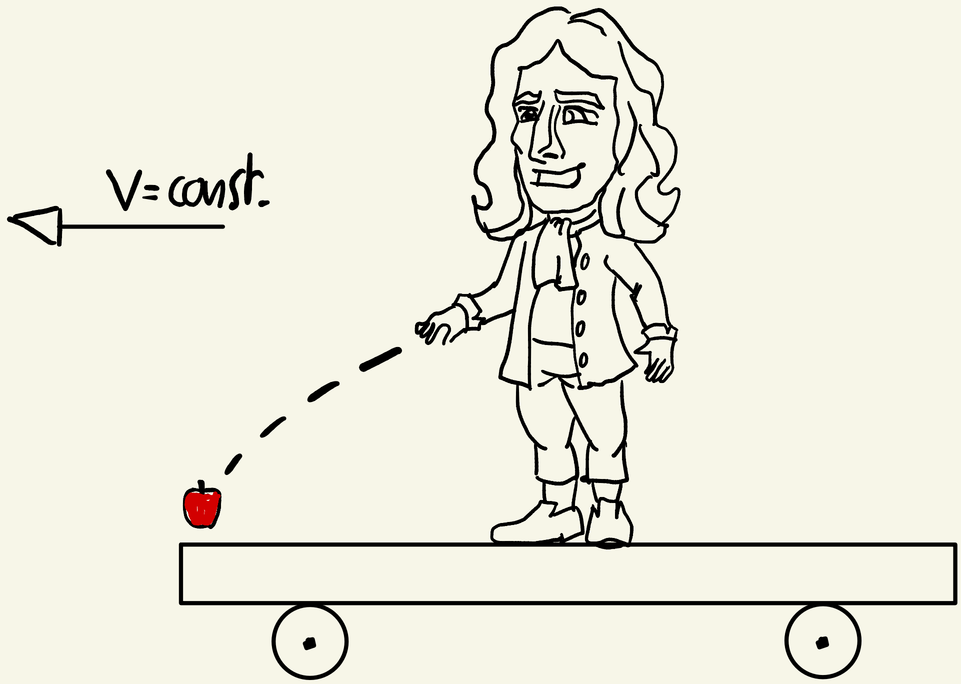
Touts mouvements, que l'on marche, joue au tennis etc..., est décrit par les mêmes lois sur un train, bateau, fusée, qui vont à vitesse constante.



Réf. Terrestre

Réf. du train

attention: les lois sont les mêmes, mais pas les mouvements!



Réf de la terre

Dans cet exemple la pomme a une trajectoire parabolique dans le réf. terrestre.

Comme les lois de la physique sont les mêmes dans tous les réf. inertiels, il n'existe pas un réf. absolu et donc il n'est pas possible de dire quel réf. est vraiment au repos : tous le réf. inertiels sont equivalent pour la description des phénomènes mécaniques.

Problèmes de la relativité de Galileo et Newton

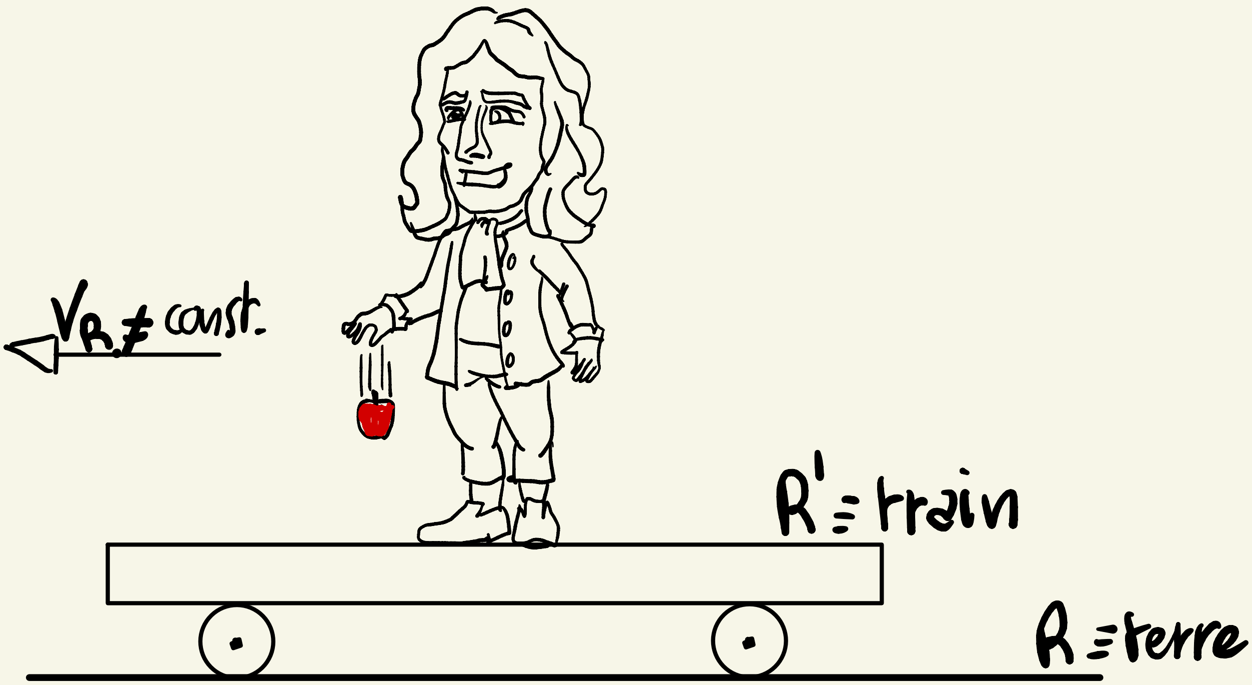
A) tous les réf. sont equivalents seulement si les mouvements rélatif sont à vitesse constante.

Dans les réf. accelerés la situations se complique et on doit inventer des forces apparentes.

B) Si les lois de la mécanique sont identiques dans tous les réf. inertiels, il ne semble pas être le cas pour les lois de l'électromagnetisme (é.m.)

La théorie de la rélativité generale (A) restreinte (B) on été concues en reflèchissant sur ces deux problèmes.

A) Qu'est-ce qu'il se passe si le réf. n'est pas en mouvement uniforme?



Après avoir laissé tomber la pomme, le train frêne (décelère) pour s'arrêter. Newton ressent une force qui l'accélère par rapport au train.

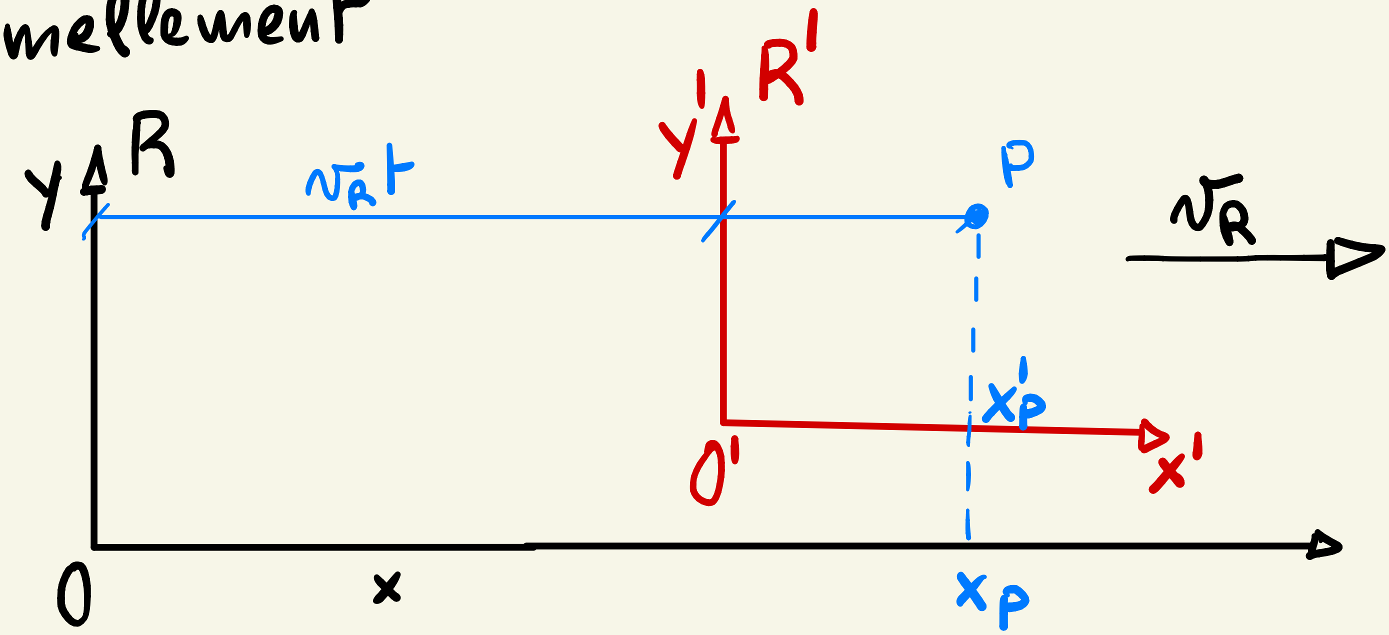
Pourquoi?

1) $\bar{F} = m\bar{a}$ en (R) mais pas en (R') $\rightarrow \bar{F} \neq m\bar{a}$
donc en (R') on peut accélérer sans être sujet à une force

2) On invente une force (force d'inertie)
$\bar{F} = m\bar{a}_R$ en (R')

La force d'inertie est une "force apparente" qui se manifeste en (R') à cause de son accélération par rapport à (R).

Formellement



$$\begin{cases} x_P = x'_P + v_R t \\ t = t' \end{cases} \quad \xrightarrow{\frac{d}{dt} = \frac{d}{dt'}} \quad v_P = v'_P + v_R$$

Note : le temps est le même dans les deux référentiels

les vitesses se somment

Mais si le réf (R') n'est pas en mouvement uniforme

$$\frac{dv_R}{dt} = a_R \neq 0$$

(R) $\quad F = ma = m\frac{dv_P}{dt}$ $\quad$ (selon x)

(R') $\quad F = m\frac{dv_P}{dt} = m\frac{d}{dt}(v_P' + v_R) =$

$$= m\frac{d}{dt}v_P' + m\frac{d}{dt}v_R =$$

$$= ma' + ma_R \neq ma'$$

Pour maintenir la validité de la loi force = masse × accélération on doit faire l'hypothèse que $\quad$ force $= F - ma_R$

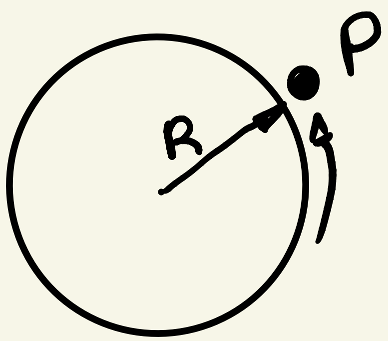
Force d'inertie

Exemples de forces d'inertie (apparentes)

1) Force centripète = masse × acc. centripète =

$$= m\frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$$

$\omega = 2\pi f$



2) Force de Coriolis = masse × acc. de Coriolis =

$$= m\left(2\vec{\omega} \times \vec{v}'\right)$$

$v' \equiv$ vitesse dans le système en rotation

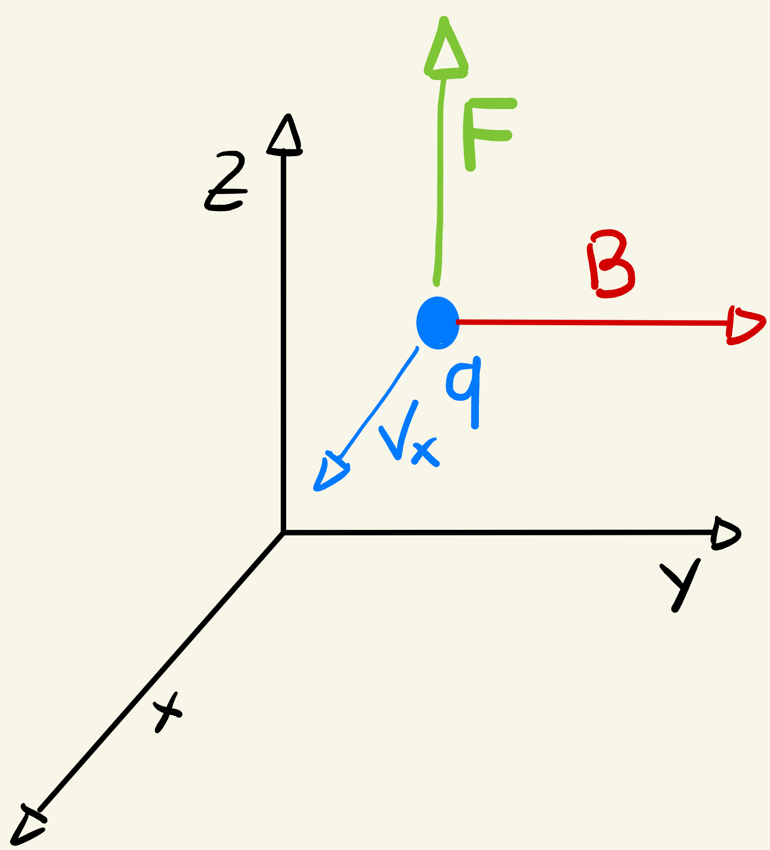
Einstein : le rôle de la masse est fondamental et donc la force de gravitation peut être vue comme une force inertielle. La cause de cette force apparente est une "courbure" de l'espace causée par la masse → Relativité générale

B) La théorie de l'é.m. venait d'être complétée (e.g. par Maxwell et Lorentz) avec des grands succès, mais avec des difficultés conceptuelles.

Exp. d'interaction d'une charge avec un champ magnétique

Réf. terre

$$\bar{F} = q\,\bar{v} \times \bar{B}$$ → Force de Lorentz



Problème : si l'on se met dans le réf. de la charge qui bouge la vitesse est nulle, mais pas la force

Les lois de la physique (é.m.) semblent être differentes mêmes si les réf. sont inertiels.

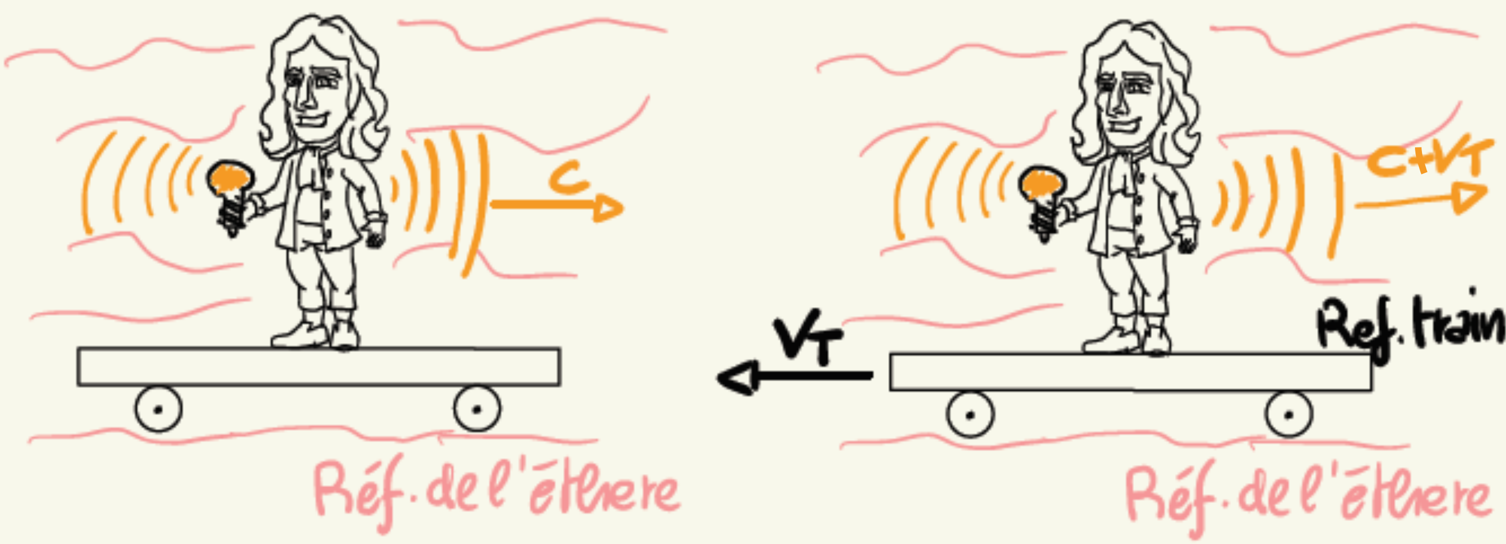
Quelque chose "cloche" dans la relativité galileienne pour les phénomènes é.m.
Parmi ceux-ci, le plus frappant est lié à la vitesse de la lumière.

Problème : la vitesse de la lumière

Avant Einstein, on sait que la lumière est une onde é.m. qui se propage à la vitesse
$c \sim 3 \times 10^8 \, ms^{-1}$.

Mais dans quel milieu se propage-t-elle?

Dans l' "éther" ≡ un milieu inconnu qui supporte la propagation des ondes é.m. (comme l'air pour les ondes sonores).
L'éther est le référentiel absolu dans lequel $c \sim 3\,10^8\ ms^{-1}$



$V_{lumière} = c$

$V_{lumière} = c + V_T$

La vitesse de la lumière dépend du réf. dans lequel on la mésure.

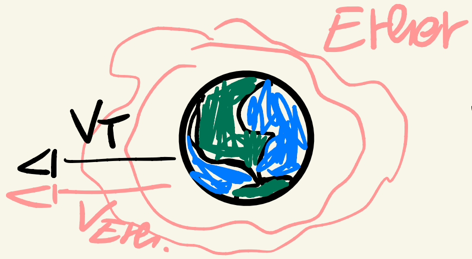
L'éxperience de Michelson et Morley

Michelson invente un instrument de mesure, l'interferometre, qui peut détécter des petites differences (~30 km/s) de vitesse de la lumière.

1881 - la vitesse de la lumière est la même dans toutes les directions

"The resuet of the hypothesis of a stationary ether is thus shown to be incorrect"

Am. J. Sci. 122, 1881



$V_T = V_{Eter.}$

Lord Rayleigh écrit à Michelson en 1887 pour qu'il repéte la même mesure avec un interferometre 10 fois plus precis (construit par Morley) : même resultat !

Einstein : l'ether n'existe pas !

Les postulats (principes) de relativité restreinte

1er Les lois de la physique ont la même forme dans touts les systèmes inertiels.

2ème La lumière propage à travers le vide avec une vitesse c qui est independante de la vitesse de la source et de l'observateur.

Ces postulats "arrangent" les problemes de la theorie de l'e.m. mais sont en contradiction avec notre "bon sens" à première vue.

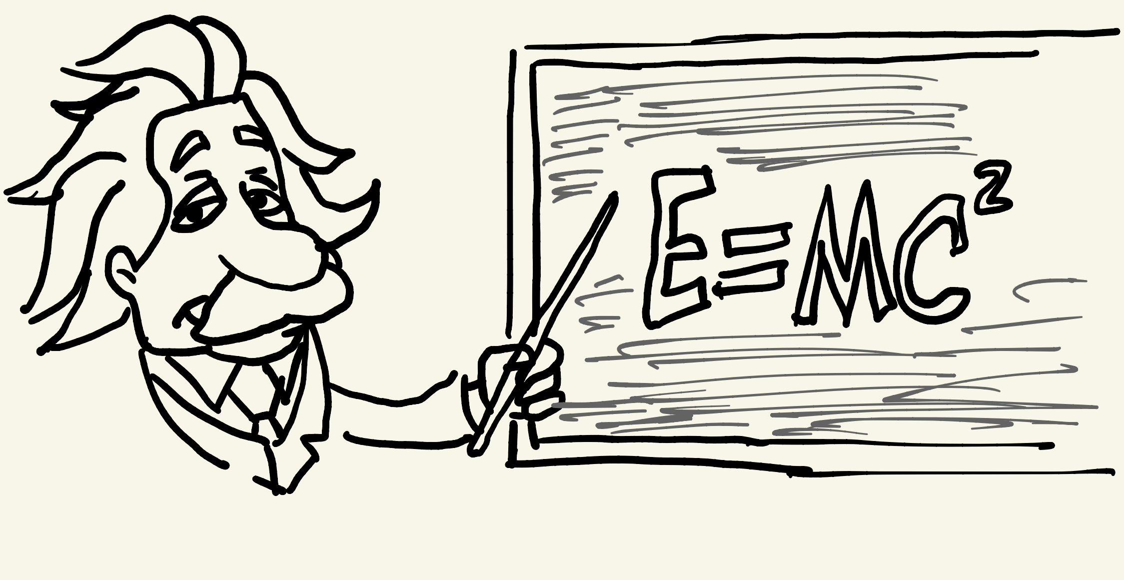
La relativité restreinte

Référentiels inertiels et non-inertiels

Relativité de Galileo et Newton et ses limites

Postulats de la relativité de Einstein

- Simultaneité, dilatation du temps et
- contraction des distances
  - Exemples



Les postulats (principes) de relativité restreinte

1^{er} Les lois de la physique ont la même forme dans touts les systèmes inertiels.

$2^{ème}$ La lumière propage à travers le vide avec une vitesse c qui est independante de la vitesse de la source et de l'observateur.

Conséquences : 1) Relativité de la simultaneité

2) Dilatation du temps

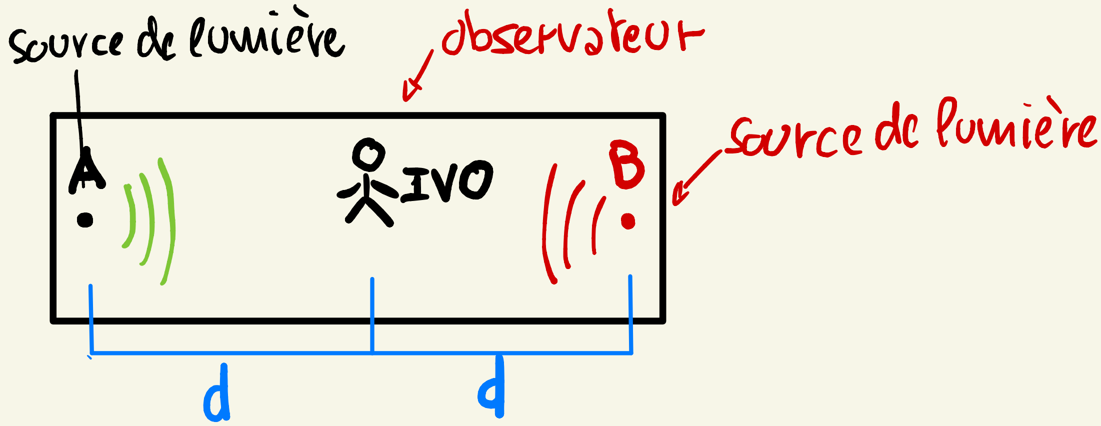
3) Contraction des distances

1) Simultaneité

Déf : Deux évenements sont simultanés s'ils arrivent au même temps.

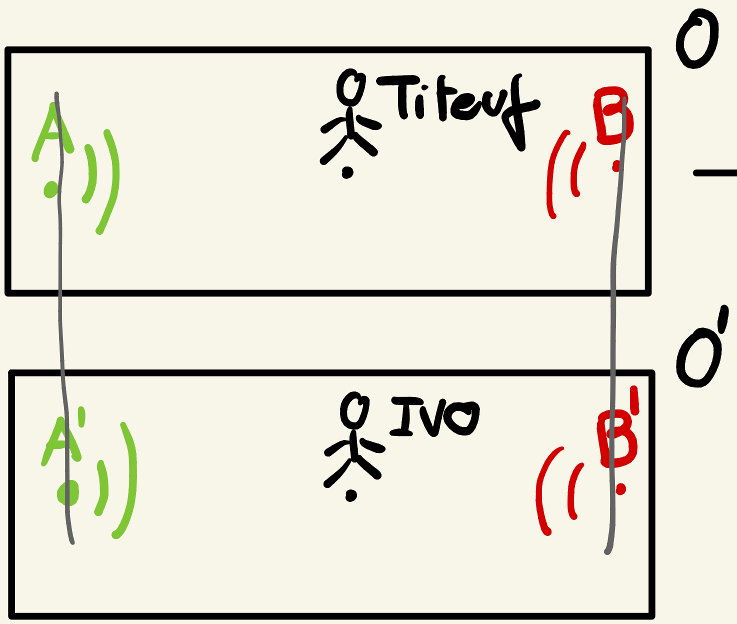
Comment peut-on le dire ?

Si les évenements ont lieu au même endroit cela est facile. S'ils ont lieu aux endroit spatiaux different cela est plus compliqué



Les deux sources émettent la lumière au même temps, si l'observateur, qui se trouve au mi-chemin, détecte les deux rayons au même moment → émission simultanée

L'effet de différents référentiels



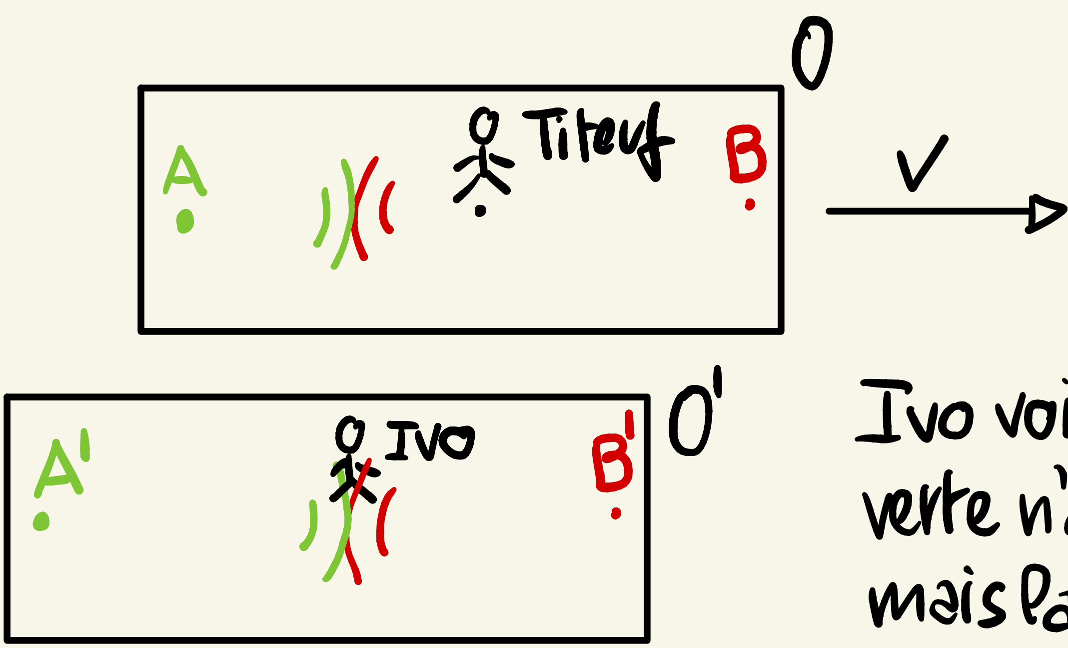
O bouge avec vitesse v par rapport à O'

Les sources émettent les lumieres quand $A \equiv A'$ et $B \equiv B'$

Pour Ivo les évenements sont simultanés en O'.

Mais si Ivo regarde ce qui se passe en O, qu'est-ce qu'il peut conclure ?

Quand les lumières arrive à Ivo, le train O a fait un bout de parcours.



Ivo voit que la lumière verte n'a pas atteint Rita, mais la rouge oui.

Donc Ivo conclue que les évenements simultanés en O' ne semble pas l'être en O.

Bien sûr que si on inverse la situation et on raisonne comme Titeuf, elle pense que les évenements sont simultanés en O mais pas en O'.

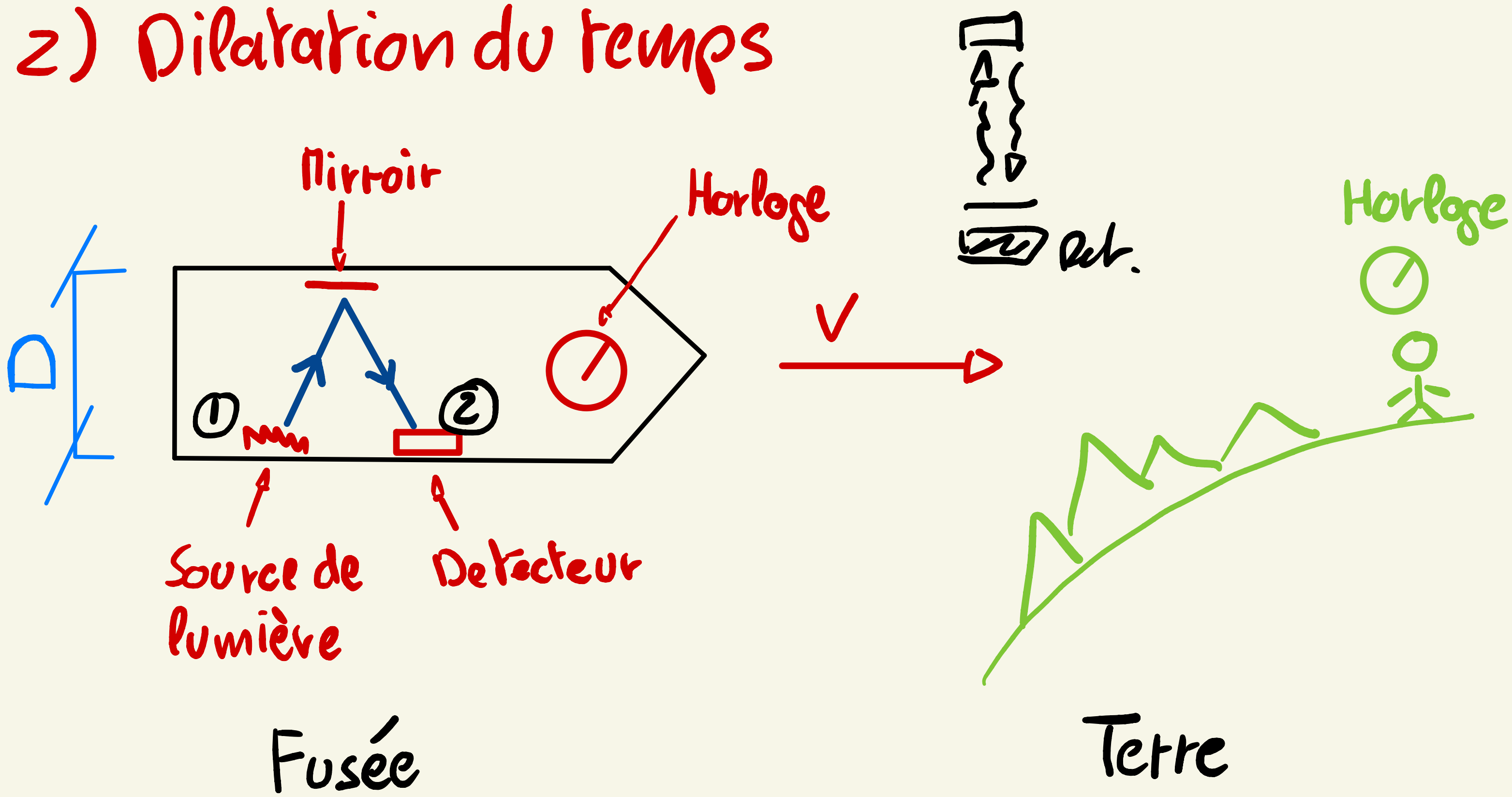
Qui a raison? Le deux ont raison!

Le concepte de simultaneité est relatif au référentiel, donc elle n'est pas absolue.

Mais si la simultaneité n'a pas une signification absolue, est-ce le temps lui-même en a?

Non plus!

2) Dilatation du temps



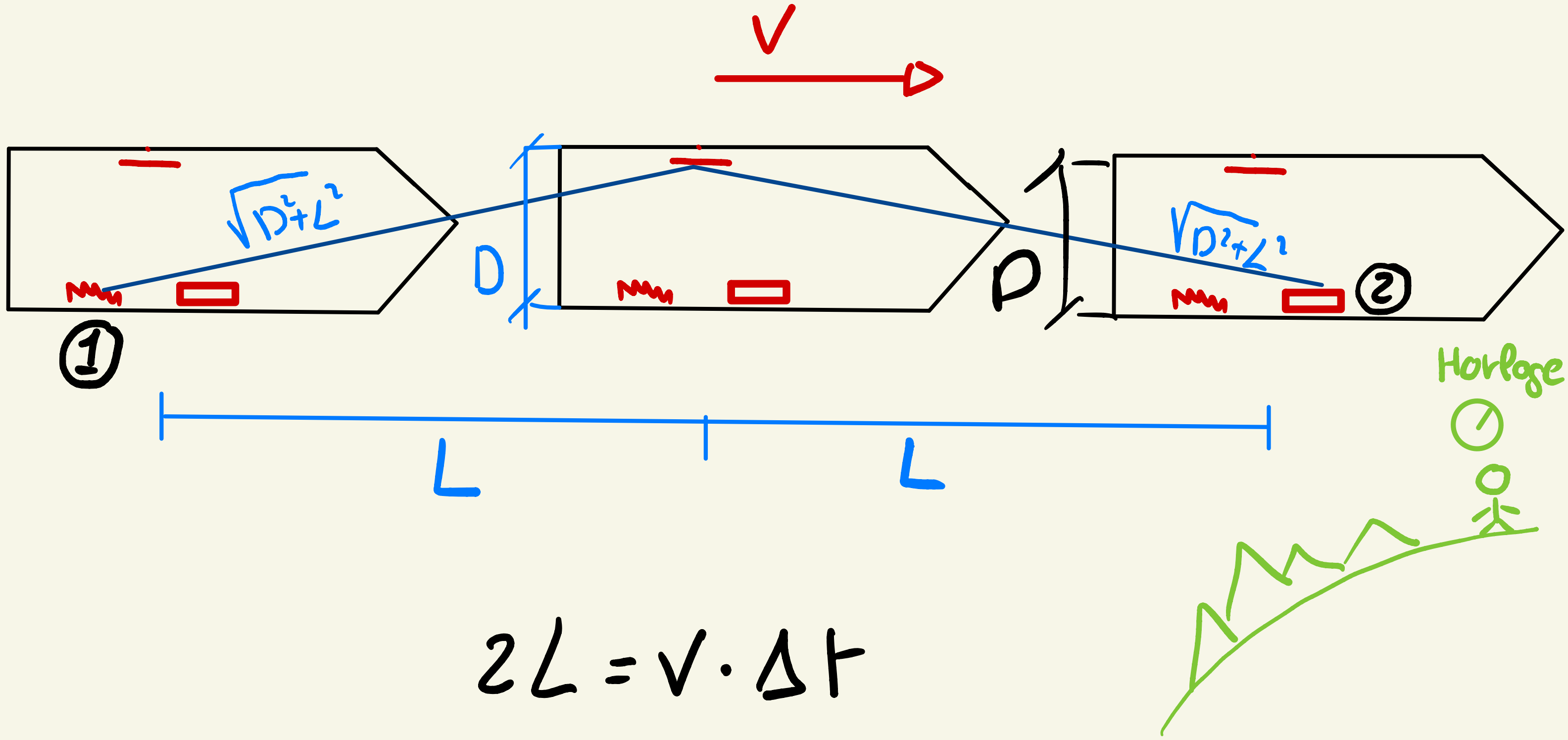
La source de lumière génère un photon (événement 1) qui est réfléchi par un miroir et ensuite détecté par un détecteur (événement 2).

Quel temps s'écoule entre 1 et 2 dans les deux référentiels ?

Réf. de la fusée $\Delta t_0 = \dfrac{2D}{c}$

Δt_0 est le "temps propre", mesuré entre deux événements qui arrivent au même endroit.

Réf. terrestre



$$2L = V \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{\text{distance totale}}{c} = \frac{2\sqrt{D^2+L^2}}{c}$$

Nous avons utilisé c puisque la vitesse de la lumière est constante

$$\begin{cases} \Delta t = \dfrac{2\sqrt{D^2+L^2}}{c} \\ L = \dfrac{V\Delta t}{2} \end{cases} \rightarrow \Delta t = \frac{2}{c}\sqrt{\left(\frac{V\Delta t}{2}\right)^2 + D^2}$$

$$\Delta t^2 = \frac{4}{c^2}\left[\left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + D^2\right] = \frac{\cancel{4}}{c^2}\left(\frac{v\Delta t}{\cancel{2}}\right)^2 + \frac{4}{c^2}D^2$$

$$\Delta t^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{4}{c^2}D^2 \quad , \text{ mais } \quad \Delta t_0 = \frac{2D}{c}$$

$$\Delta t^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \Delta t_0^2$$

$$\Delta t = \Delta t_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > \Delta t_0$$

Le temps mesuré sur terre est plus long que celui mesuré dans la fusée !

Les horloges qui sont en mouvement par rapport à un observateur apparaissent à cet observateur avancer plus lentement que les horloges qui ne sont pas en mouvement !

Un exemple pratique de la dilatation du temps

On voyage en avion de Genève à Sidney et on a la montre qui indique le temps.

Hypotheses : 1) voyage rectiligne

2) Vitesse constante $V = 1000 \frac{Km}{h}$

3) distance $L_0 = 20.000$ Km

Donc le temps de voyage mesuré sur Terre est

$$\Delta t = \frac{L_0}{V} = \frac{2 \cdot 10^7 m}{280 ms^{-1}} \sim 7.14 \cdot 10^4 s$$

Le temps propre est celui mesuré dans l'avion (au même endroit)

$$\underbrace{\Delta t}_{\text{Terre}} = \underbrace{\Delta t_0}_{\text{Avion}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

donc on peut calculer $\Delta t - \Delta t_0$

$$\Delta t - \Delta t_0 = \Delta t - \Delta t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \Delta t\left(1-\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)$$

En utilisant l'éxpansion binomiale

$$\sqrt{1-\varepsilon} \sim 1 - \frac{1}{2}\varepsilon + \dots \quad \text{pour } \varepsilon \ll 1$$

$v \ll c$

on trouve

$$\Delta t - \Delta t_0 \sim \Delta t\left(\cancel{1} - \cancel{1} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\Delta t$$

$$\Delta t - \Delta t_0 = \frac{1}{2}\frac{(280\,ms^{-1})^2}{(3\cdot 10^8\,ms^{-1})^2}\cdot\frac{2\cdot 10^7\,m}{280\,ms^{-1}} \sim 31\,ns$$

Donc les deux montres (pilote et controlleur de vol) ne sont plus synchrones.

La précision relative est $\frac{\Delta t - \Delta t_0}{\Delta t} \sim 5\cdot 10^{-13}$

qui a été mesurée experimentelment.

3) Contraction des distances

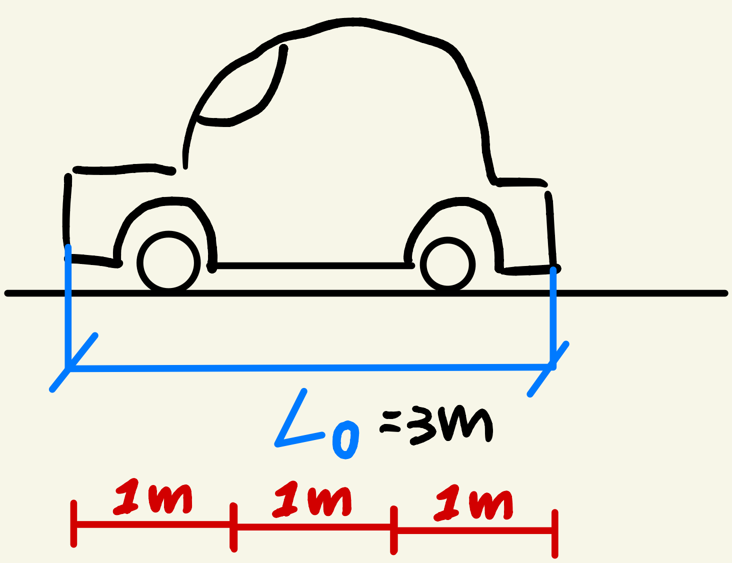
Les postulats de la relativité ont comme conséquence l'abandon du concept absolu du simultanéité et donc du temps.

Relativité de la simultanéité

⇓

Relativité des longueurs

Note : difficulté de mesurer un objet en mouvement



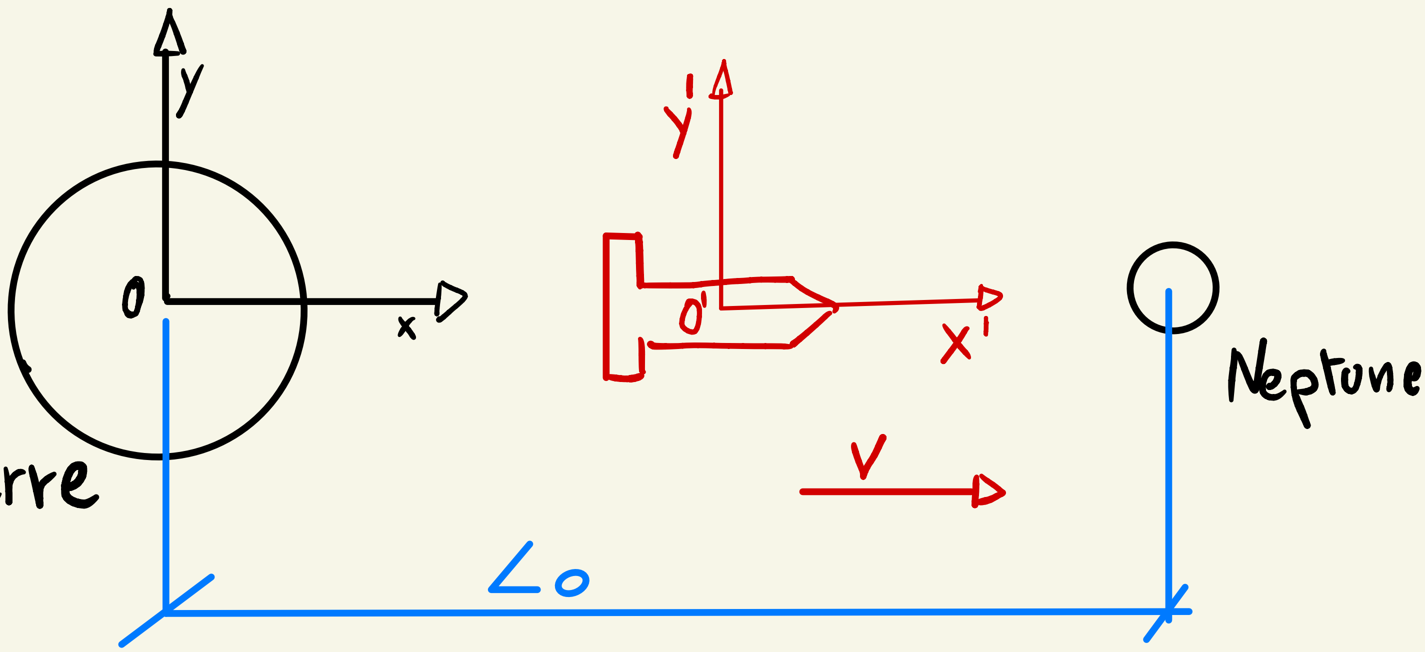
Si la voiture est au arrêtée (par rapport à nous) c'est facile : on fait deux marques et on compare par rapport au metre standard

Déf. de "longueur propre"

L_0 est la longueur mesurée quand l'objet est au repos par rapport à la personne qui mesure.

Problème : et si la voiture bouge ? On devrait faire les marques au même temps, pour que la mesure corresponde à la longueur propre. Mais la simultanéité n'est pas garantie si $v \neq 0$

Ex. Une fusée voyage entre la Terre et Neptune



• Réf. de la Terre (x, y, O)

Au temps $t = 0$ la fusée est sur Terre

Au temps $t + \Delta t$ la fusée est sur Neptune

L_0 est la longueur propre $\rightarrow$ $L_0 = V \cdot \Delta t$

• Réf. de la fusée (x', y', O')

Au temps $t = 0$ la fusée est sur Terre

Au temps $t + \Delta t_0$ la fusée est sur Neptune mais le temps Δt_0 est mesuré au même endroit donc il correspond au temps propre de la fusée

Quelle est la distance L dans le réf. de la fusée telle que $L = V \Delta t_0$?

Le temps est dilaté, comme nous avons vu.

Donc : $\Delta t = \Delta t_0 \dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > \Delta t_0$

mais la vitesse est la même :

$$v = \frac{L_0}{\Delta t} = \frac{L}{\Delta t_0}$$

$$L = L_0 \frac{\Delta t_0}{\Delta t} = L_0 \overbrace{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}^{<1} < L_0$$

Les longueurs sont contractés.

La longueur dans objet en mouvement par rapport à l'observateur, mesurée par l'observateur, est inférieure à celle de l'objet au répos.

La relativité restreinte

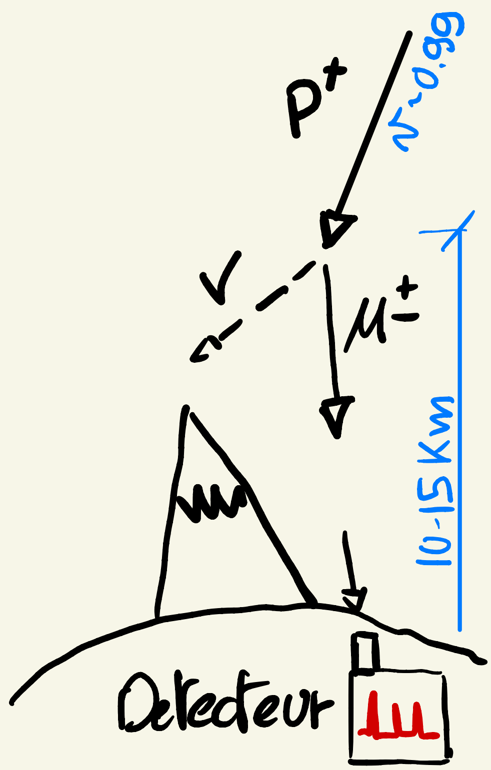
Référentiels inertiels et non-inertiels

Relativité de Galileo et Newton et ses limites

Postulats de la relativité de Einstein

Simultaneité, dilatation du temps et contraction des distances

- Le mystère des muons

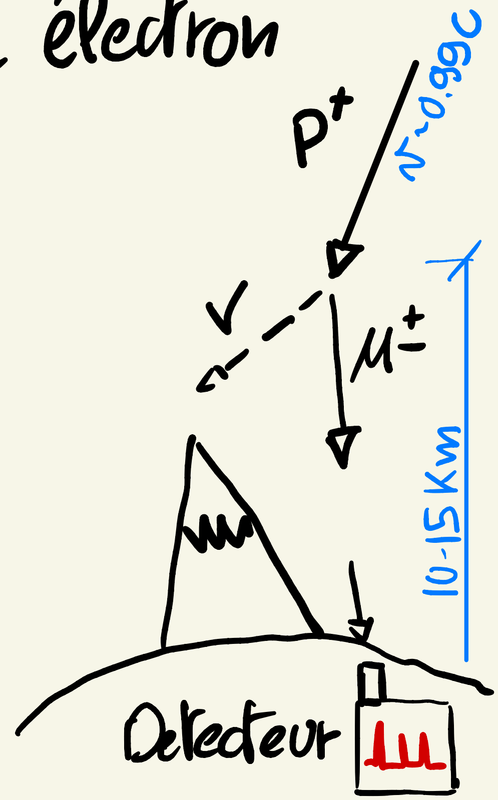


Le mystère des muons

muon ≡ $\mu^\pm$ particule élémentaire

charge = + ou −

masse = 207 × masse électron



Les muons sont générés à haute haltitude (10-15 Km) dans l'atmosphère suite aux collisions entre les rayons cosmiques (protons à haute énergie, p^+) et les noyaux N atomes de l'atmosphère

$$p^+ + N \rightarrow \pi^\pm + \underset{\text{reste du noyau}}{X} \rightarrow \underset{\text{muon}}{\mu^\pm} + \underset{\text{neutrino}}{\nu} + X$$

Au niveau de la mer : flux $\sim 10.000 \frac{\text{muons}}{m^2 \cdot \text{minute}}$

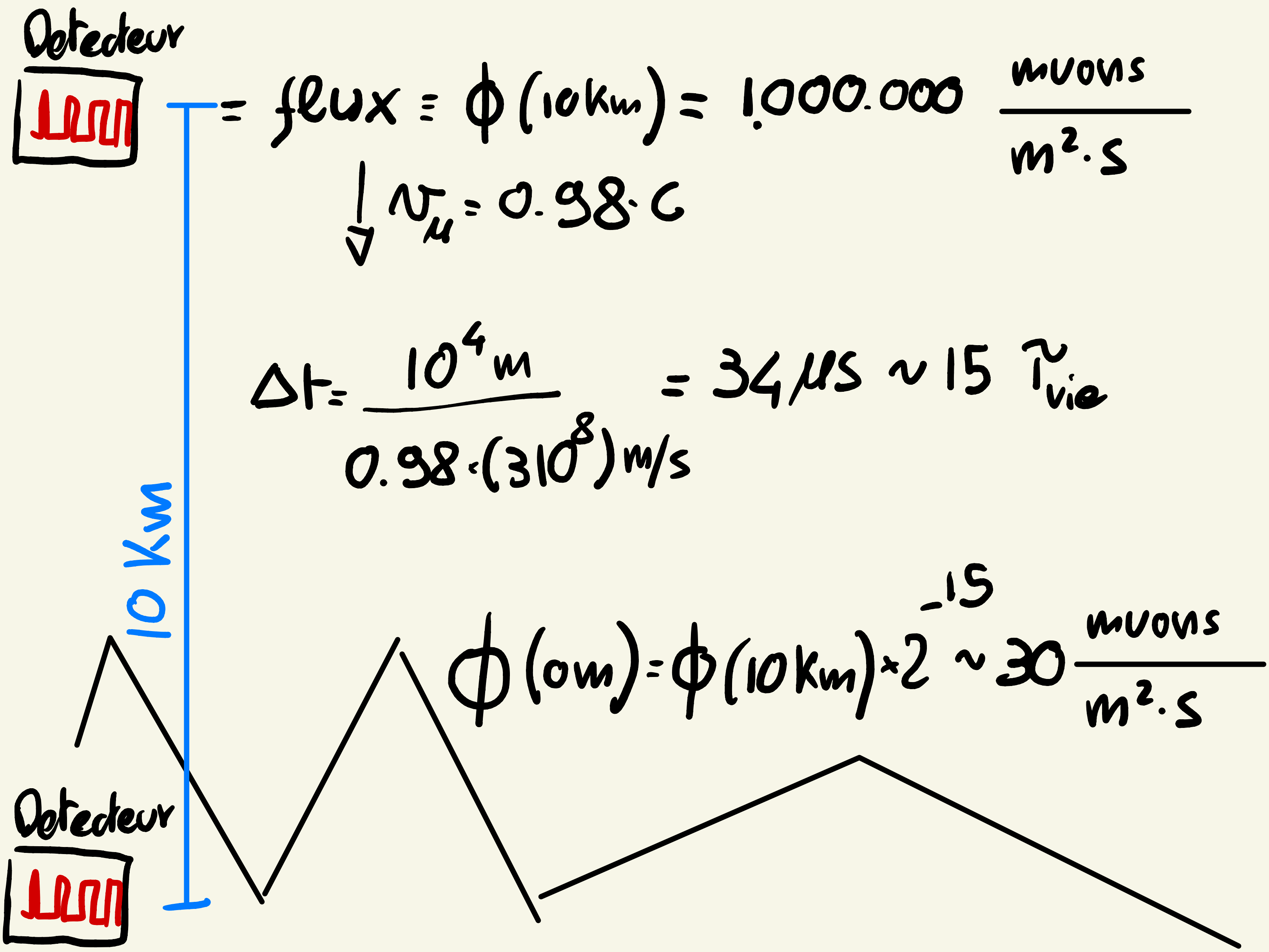
Les muons sont instables et peu après générés ils se transforment en électrons (e^-) (positrons) :

$$\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu + \text{energie}$$

Le temps de demi-vie est de :

$$\tau_{vie} \sim 2.2\,\mu s = 2.2\times10^{-6}\,s$$

$\tau=0$	$\tau \simeq 2.2\,\mu s$
$100\,\mu$	$50\,\mu$



$$= \text{flux} = \phi(10\,km) = 1.000.000\ \frac{\text{muons}}{m^2\cdot s}$$

$$v_\mu = 0.98\cdot c$$

$$\Delta t = \frac{10^4\,m}{0.98\cdot(3\,10^8)\,m/s} = 34\,\mu s \sim 15\,\tau_{vie}$$

$$\phi(0\,m) = \phi(10\,km)\times 2^{-15} \sim 30\ \frac{\text{muons}}{m^2\cdot s}$$

Le mystère : Frisch-Smidt (1963) mésurent le flux de muons au sommet et aux pieds du Mount Washington (Cambridge) et ils découvrent que ceci (le flux aux pieds) est beaucoup plus grand de ce que un calcul classique semble indiquer !

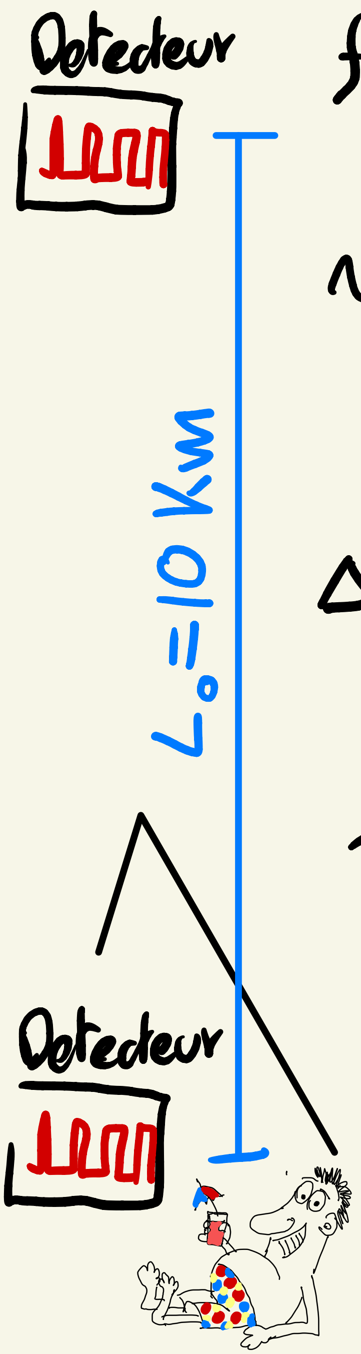
Pourquoi ?

La solution : les muons vont très vite ($\sim c$) donc il faut tenir en compte les effets de la relativité :

1) dilatation des temps

2) contraction des longeurs

Réf. de la Terre (dilatation du temps)



flux $= \phi(10\,\mathrm{Km}) = 1.000.000 \ \dfrac{\mathrm{muons}}{m^2 \cdot s}$

$v_\mu = 0.98 \cdot c \longrightarrow \gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_\mu^2}{c^2}}} \sim 5$

$\Delta t = \dfrac{10^4\,m}{0.98 \cdot (3\,10^8)\,m/s} = 34\,\mu s$

$\tau_{vie}\Big|_{Terre} = \tau_{vie} \times 5 \sim 11\,\mu s$

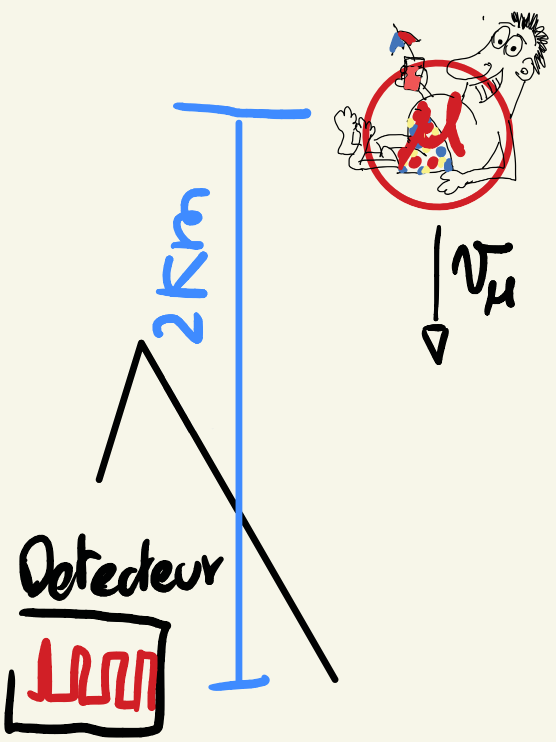
temps propre

dilatation du temps

$\phi(0m) = \phi(10\,\mathrm{Km}) \cdot 2^{-34/11} \sim 125.000 \ \dfrac{\mathrm{muons}}{m^2 \cdot s}$

$\gg 30 \ \dfrac{\mathrm{muon}}{m^2 s}$

Réf. du muon (contraction des distances)



Dans le réf. du muon

$\tau_{vie} = 2.2\,\mu s$

temps propre $= \tau_0$

$v_\mu = 0.98c \rightarrow \gamma = 5$

La distance que le muon doit parcourir est contractée :

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{10^4 m}{5} = 2000\,m$$

Donc le temps pour parcourir L vaut

$$\Delta t = \frac{L}{v_\mu} = 6.8\,\mu s$$

$$\phi(0m) = \phi(10Km) \times 2^{-6.8/2.2} \sim 125.000 \frac{\text{muons}}{m^2 \cdot s}$$