

Physique générale II

CORRIGÉ DE L'EXAMEN DU 21 JUIN 2013

Mis à jour le 16 juin 2022

Prof. A. FASOLI

Auteurs : F. Avino, F. Braunmueller, M. Lai, D. Martinet, S. Sonnay

Révision : A. Bovet

*Centre de Recherches en Physique des Plasmas
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne*

Exercice 1

a) Le schéma est montré dans figure 1.

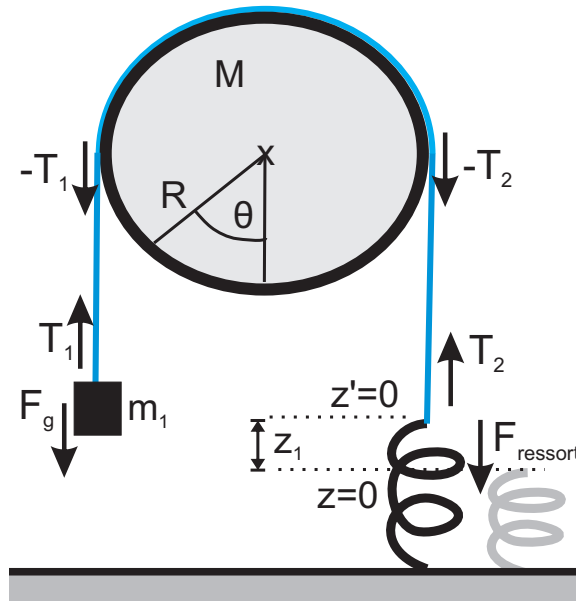


FIGURE 1 – Schéma du système

b) Dans l'équilibre la poulie ne tourne pas et il n'y a pas d'accélération. Il suffit donc de regarder l'équilibre des forces, qui se compose de la force du ressort et la force de gravité sur m_1 (en négligeant tous les forces de contrainte qui s'anulent mutuellement). On prend z comme variable, qui est le déplacement de l'extrémité du ressort de la position d'équilibre (sans rien attaché). On obtient donc pour la nouvelle position d'équilibre :

$$\begin{aligned}\sum F &= mg - kz_1 = 0 \\ \Rightarrow z_1 &= \frac{mg}{k} = 4.9 \text{ cm.}\end{aligned}\tag{1}$$

- c) On peut traiter les deux cotés du câble séparément avec des équations du mouvement de translation (2ème loi de Newton pour la translation) et ensuite combiner les deux cotés par l'équation du mouvement de la poulie (2ème loi de Newton pour la rotation). Avec cet approche, les forces de contrainte tirant le câble d'en haut doivent être traitées comme des inconnues sur les deux cotés de la poulie (T_1 et T_2 dans fig. 1). Les équations, respectivement, de gauche, de droite et de la poulie sont les suivants :

$$\begin{aligned} -m_1\ddot{z} &= m_1g + T_1 \\ 0 &= T_2 - kz \\ I\ddot{\theta} &= \vec{r} \times (\vec{T}_1 + \vec{T}_2), \end{aligned}$$

où on a utilisé que la force de gravité et du ressort sont $F_g = -mg$ et $F_{res} = -kz$, avec z la distance entre l'extrémité du ressort et la position d'équilibre du ressort (sans rien attaché). En plus, la partie gauche de la deuxième équation est zéro, car il n'y a pas de masse d'inertie. L'accélération de la masse m_1 est également traitée avec la variable z , parce que le déplacement de m_1 est équivalent au négative du déplacement de l'extrémité du ressort ($z_{m1} = -z_{res}$ et $\ddot{z}_{m1} = -\ddot{z}_{res}$). Les deux premières équations nous donnent les forces dans le câble de gauche et droite :

$$\begin{aligned} T_1 &= m_1g - m_1\ddot{z} \\ \text{et} \quad T_2 &= kz, \end{aligned}$$

ce qui peut être utilisé dans l'équation de la rotation. Cela nous amène à l'équation suivante :

$$I\ddot{\theta} = R(m_1g - m_1\ddot{z} - kz), \quad (2)$$

Maintenant on peut utiliser l'expression pour le moment d'inertie de la poulie $I = \frac{MR^2}{2}$ et la relation entre l'angle et le déplacement du câble :

$$\theta = \frac{z}{R} \quad \xrightarrow{R=\text{const}} \quad \ddot{\theta} = \frac{\ddot{z}}{R}.$$

Par conséquent, on obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{MR^2}{2} \frac{\ddot{z}}{R} &= R(m_1g - m_1\ddot{z} - kz) \\ \frac{\frac{M}{2} + m_1}{k} \ddot{z} &= \frac{m_1g}{k} - z \end{aligned}$$

Maintenant on peut faire un changement de variable, parce que le mouvement n'est plus autour de $z = 0$, mais autour du nouveau point d'équilibre $z = z_1$:

$$z' = z + z_1 = z + \frac{m_1g}{k} \quad \text{et alors} \quad \ddot{z}' = \ddot{z}$$

En utilisant ces expressions dans l'équation de la rotation modifiée on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{m_1 + \frac{M}{2}}{k} \ddot{z}' &= -z'. \\ \implies \ddot{z}' &= -\frac{k}{m_1 + \frac{M}{2}} z'. \end{aligned} \quad (3)$$

Cette dernière version de l'équation du mouvement correspond à une équation du mouvement d'un oscillateur harmonique ($\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = -const \cdot z$), donc aussi l'objet (m_1), qui suit cet mouvement, est sujet à un mouvement harmonique.

Remarque :

On peut aussi utiliser une autre approche avec une seule équation de mouvement (rotation de la poulie) en traitant l'inertie de la masse m_1 comme moment d'inertie supplémentaire du système. Car le mouvement ne dépend pas de la position initiale de m_1 par rapport à la poulie, le mouvement est le même que si la masse m_1 est placée sur la surface de la poulie. Le moment d'inertie est donc celui d'une masse ponctuelle à une distance R de l'axe de la rotation plus le moment d'inertie de la poulie :

$$I = m_1 R^2 + \frac{MR^2}{2}$$

La 2ème loi de Newton pour la rotation devient alors :

$$\begin{aligned} I \ddot{\theta} &= \vec{r} \times \vec{F} \\ \Rightarrow \left(m_1 R^2 + \frac{MR^2}{2} \right) \ddot{\theta} &= R(m_1 g - kz). \\ \Rightarrow \left(m_1 + \frac{M}{2} \right) R \ddot{\theta} &= m_1 g - kz. \end{aligned}$$

Si maintenant l'angle θ est de nouveau remplacé par un déplacement vertical :

$$\theta = \frac{z}{R} \quad \xrightarrow{R=const} \quad \ddot{\theta} = \frac{\ddot{z}}{R}$$

on retrouve la même équation que avec l'autre approche (eq. 3) :

$$\frac{m_1 + \frac{M}{2}}{k} \ddot{z} = \frac{m_1 g}{k} - z.$$

La suite se fait comme avec l'autre approche (changement de variables).

- d) La fréquence angulaire est directement identifiée par la constante devant le déplacement dans l'équation finale (No. 3) de la partie c) :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + \frac{M}{2}}}.$$

La période est trouvée facilement grâce à cette fréquence angulaire :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + \frac{M}{2}}{k}} = 0.63 \text{ s} \quad (4)$$

- e) La vitesse de l'objet peut être trouvée avec la dérivée de la solution de l'équation du mouvement :

$$\begin{aligned}
 z'(t) &= A \cdot \cos(\omega t) && (\text{élongation maximale pour } t=0) \\
 \Rightarrow \dot{z}'(t) &= A\omega \cdot \cos(\omega t) \\
 \Rightarrow v_{max} &= A\omega = A\sqrt{\frac{k}{m_1 + \frac{M}{2}}} = 0.5 \text{ m/s}
 \end{aligned} \tag{5}$$

- f) La force maximale que le câble peut subir est :

$$F_{rupt} = \sigma_{rupt} \cdot S = \sigma_{rupt} \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 141 \text{ N} \tag{6}$$

Il faut comparer cette limite avec la force maximale que subit le câble, qui est la force du ressort au moment de l'élongation maximale plus la force de gravité de la masse m_1 :

$$F_{max} = mg + kA = 59 \text{ N}$$

Cette force peut aussi être calculée par la force du ressort par rapport au point d'équilibre initial :

$$F_{max} = k(A + z_1) = kA + mg = 59 \text{ N}$$

Donc, comme la force maximale est inférieure à la force de rupture, le câble ne cassera pas.

Exercice 2

Soit S le référentiel lié à la Terre, et S' le référentiel lié au train, ce dernier se déplaçant à la vitesse $v = 0.8 \cdot c$ selon l'axe x par rapport à S . Cette vitesse donne un facteur relativiste $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0.8^2}} \simeq 1.667$.

La longueur au repos du train est mesurée dans le référentiel du train (référentiel propre) et vaut $L'_{Tr} = 1000 \text{ m}$. La longueur propre du tunnel (dans le référentiel de la Terre) vaut $L_{Tu} = 1000 \text{ m}$. On peut donc calculer la longueur du train dans le référentiel de la Terre et la longueur du tunnel dans le référentiel du train, au moyen des transformations de Lorentz :

$$\begin{cases}
 \Delta t' &= \gamma(\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x) \\
 \Delta x' &= \gamma(\Delta x - v \Delta t) \\
 \Delta y' &= \Delta y \\
 \Delta z' &= \Delta z
 \end{cases} \tag{7}$$

et les transformations de Lorentz inverses :

$$\begin{cases}
 \Delta t &= \gamma(\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x') \\
 \Delta x &= \gamma(\Delta x' + v \Delta t') \\
 \Delta y &= \Delta y' \\
 \Delta z &= \Delta z'
 \end{cases} \tag{8}$$

En choisissant l'axe x dans le sens du déplacement du train.

La longueur du train dans le référentiel S est donnée par $\Delta x' = \gamma(\Delta x - \frac{v}{c}\Delta t)$, avec $\Delta t = 0$, car on fait la mesure dans le référentiel S , $\Delta x = L_{Tr}$ et $\Delta x' = L'_{Tr}$. On a donc :

$$L_{Tr} = \frac{L_{Tr'}}{\gamma} = 600 \text{ m} \quad (9)$$

On retrouve la formule de contraction des longueurs.

De même, la longueur du tunnel dans le référentiel S' est donnée par $\Delta x = \gamma(\Delta x' + \frac{v}{c}\Delta t')$, car cette fois $\Delta t' = 0$ (on fait la mesure dans le référentiel S') et avec $\Delta x = L_{Tu}$ et $\Delta x' = L'_{Tu}$. On retrouve la formule de contraction des longueurs :

$$L'_{Tu} = \frac{L_{Tu}}{\gamma} = 600 \text{ m} \quad (10)$$

- a) On définit l'événement **A** : l'avant du train pénètre dans le tunnel ; et l'événement **B** : l'avant du train sort du tunnel. On peut donc écrire :

$$(x_A; t_A) = (0; 0) \quad (11)$$

$$(x_B; t_B) = \left(L_{Tu}; \frac{L_{Tu}}{v} \right) = (1000; 4.167 \cdot 10^{-6} \text{ s}) \quad (12)$$

En utilisant les transformations de Lorentz, on obtient pour l'intervalle de temps entre les événements **A** et **B**, dans le référentiel du train :

$$\Delta t' = \gamma \left(\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x \right) \quad (13)$$

$$= \gamma \left(\frac{L_{Tu}}{v} - \frac{v L_{Tu}}{c^2} \right) \quad (14)$$

$$= \frac{\gamma L_{Tu}}{v} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \quad (15)$$

$$= \frac{L_{Tu}}{\gamma v} \quad (16)$$

$$= 2.5 \cdot 10^{-6} \text{ s} \quad (17)$$

La montre du conducteur indiquera donc 15h00 passées de $2.5 \mu\text{s}$.

- b) Soit l'événement **C**, l'arrière du train entre dans le tunnel. En restant dans le référentiel de la Terre, le train mesure : $L_{Tr} = 600 \text{ m}$, et entre dans le tunnel à la vitesse $v = 0.8 \cdot c$. Le temps qui s'est écoulé pour effectuer cette distance est donc :

$$\Delta t = t_C - t_A = \frac{L_{Tr}}{v} = 2.5 \cdot 10^{-6} \text{ s} \quad (18)$$

On trouve le même résultat qu'au point précédent car, dans notre cas, $L_{Tr} = L_{Tu}/\gamma$.

- c) L'avant du train sort à $t_B = \frac{L_{Tu}}{v} = 4.167 \cdot 10^{-6} \text{ s}$. L'arrière du train pénètre à l'intérieur du tunnel à $t_C = \frac{L_{Tr}}{v} = 2.5 \cdot 10^{-6} \text{ s}$.

L'arrière du train avance donc de $\Delta x = v\Delta t = v(t_B - t_C) = v \left(\frac{L_{Tu}}{v} - \frac{L_{Tr}}{v} \right) = L_{Tu} - L_{Tr} = 400 \text{ m}$.

- d) Pour que le train soit contenu entièrement dans le tunnel il faut que l'avant du train sorte du tunnel après que l'arrière soit entré. Dans le référentiel S , cela se traduit par $t_B - t_C > 0$, ce qui est vérifié. Dans le référentiel du train, il faut que $t'_B - t'_C > 0$. On sait que $t'_B = \frac{L_{Tu}}{\gamma v}$ et on peut calculer t'_C avec la transformation de Lorentz : $t'_C = \gamma(t_C - \frac{v}{c^2}x_C) = \gamma \frac{L_{Tr}}{v}$, puisque $x_C = 0$. Donc $t'_B - t'_C = \frac{1}{v}(\frac{L_{Tu}}{\gamma} - \gamma L_{Tr}) = \frac{1}{v}(L'_{Tu} - L'_{Tr}) < 0$. Donc le train n'est pas complètement contenu dans le tunnel dans le référentiel du train.

Exercice 3

- a) Les trois étapes sont :
1. compression adiabatique (processus rapide où T , P et V varient)
 2. processus isobare (P constant tandis que T et V varient)
 3. détente isotherme (processus lent, T constant, tandis que V et P varient)
- b) Pour calculer le travail total, il faut calculer le travail de chaque processus indépendamment et en faire la somme.

Compression adiabatique :

$$W_{adia} = -\Delta U = -\frac{5}{2}nR\Delta T = -\frac{5}{2}nR(T_2 - T_1) \quad (19)$$

De plus, comme $T_1 = 300K$

$$n = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 0.19mol \quad (20)$$

où $V_1 = \pi r^2 H = 0.0048m^3$ (le volume du verre vide) et $P_1 = P_{atm} = 1atm = 1,013.10^5 Pa$

De plus

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} \quad (21)$$

où V_2 est le volume après compression et $P_2 = \rho g \Delta h + P_{atm} = 1000 \frac{kg}{m^3} 9.81 \frac{m}{s^2} 10m + P_{atm} = 199400 Pa$ (la pression à -10m)

On sait également que :

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \quad (22)$$

où $\gamma = 1.4$. Et donc

$$V_2 = \sqrt[\gamma]{\frac{P_1 V_1^\gamma}{P_2}} = 0.003m^3 \quad (23)$$

et

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = 378K \quad (24)$$

ou autre possibilité de calcul

$$T_2 = T_1 \frac{P_2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{P_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 364K \quad (25)$$

Ce qui permet d'écrire en remplaçant :

$$W_{adia} = -\delta U = -\frac{5}{2}nR(T_2 - T_1) = -308J \quad (26)$$

(ou $W_{adia} = -252.7J$ en utilisant $T_2 = 364K$)

Processus isobare :

$$W_{isobare} = \int PdV = P \int dV = P(V_3 - V_2) \quad (27)$$

où V_3 est le volume après le processus isobare. De plus

$$\frac{T_2}{V_2} = \frac{T_3}{V_3} \quad (28)$$

et donc

$$V_3 = \frac{V_2 T_3}{T_2} = 0.0024m^3 \quad (29)$$

Et donc

$$W_{isobare} = \int PdV = P \int dV = P_2(V_3 - V_2) = -119.6J \quad (30)$$

Détente isotherme :

$$W_{isotherme} = \int PdV = nRT_3 \ln \frac{V_4}{V_3} = 192.1J \quad (31)$$

car $V_4 = \pi r^2 h = 0.0036m^3$ avec $h = 18cm$. Donc le travail total est :

$$W_{total} = W_{adia} + W_{isobare} + W_{isotherme} = -235.5J \quad (32)$$

(ou $W_{total} = -180.2J$ en utilisant $W_{adia} = -252.7J$)

c) Pour calculer la chaleur échangée, il faut sommer les chaleurs respectives

Compression adiabatique :

$$Q = 0 \quad (33)$$

Processus isobare :

$$Q = \Delta U - W = \frac{5}{2}nR\Delta T - W = \frac{5}{2}nR(T_3 - T_2) + 119.6 = -188.4J \quad (34)$$

(ou $Q = -133.1J$ en utilisant $T_2 = -364K$)

Détente isotherme :

$$Q = W = 192.1J \quad (35)$$

et donc la chaleur échangée avec l'environnement est :

$$Q_{total} = Q_{adia} + Q_{isobare} + Q_{isotherme} = 3.6J \quad (36)$$

(ou $Q_{total} = 59J$ en utilisant $Q_{adia} = -133.1$)

- d) La température maximale de l'air est celle juste après la compression adiabatique, $T_{max} = T_2 = 378K$ (ou 364 K). En effet l'environnement fournit du travail au système faisant augmenter l'énergie thermique.

Exercice 4

- a) Le cycle décrit dans le texte est montré dans la figure 2.

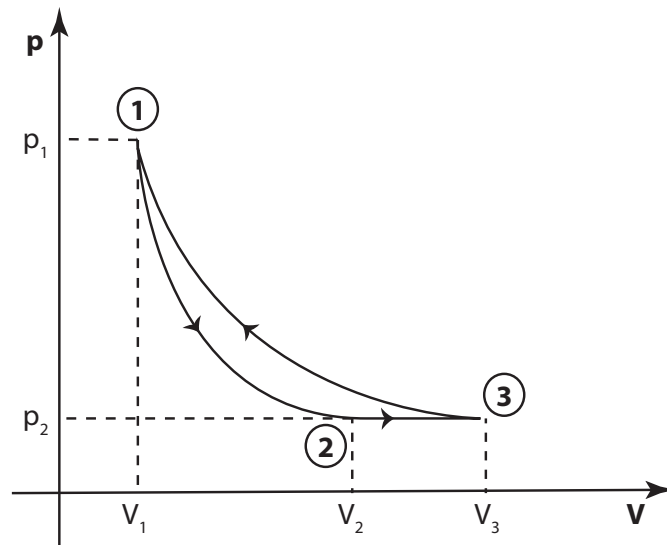


FIGURE 2 – Cycle Ex.4.

- b) Le sens de rotation il nous indique qu'il s'agit d'un réfrigérateur.

- c) Nous pouvons distinguer trois étapes :

- détente adiabatique ($V_1, p_1, T_1 \rightarrow V_2, p_2, T_2$)
- détente isobare ($V_2, p_2, T_2 \rightarrow V_3, p_3, T_3$) avec $p_3 = p_2$
- compression isotherme ($V_3, p_3, T_3 \rightarrow V_1, p_1, T_1$) avec $T_3 = T_1$

Par rapport à la compression isotherme nous connaissons la relation :

$$V_3 = 3 \cdot V_1 = 9L$$

En exploitant la propriété des gas parfaits pour le premier état :

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} = \frac{20 \text{ atm} \cdot 3L}{4 \text{ mol} \cdot 0.0821 \frac{\text{atm} \cdot L}{\text{mol} \cdot K}} = 182.7 K$$

Pour la transformation isotherme on applique la relation $pV = \text{const}$:

$$p_1 V_1 = p_3 V_3$$

$$p_3 = \frac{p_1 V_1}{V_3} = \frac{p_1 V_1}{3V_1} = \frac{p_1}{3} = 6.7 \text{ atm}$$

Sachant p_2 nous pouvons utiliser $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$ pour la transformation adiabatique, donc :

$$V_2 = \left[\frac{p_1}{p_2} V_1^\gamma \right]^{\frac{1}{\gamma}} = 6.6L$$

La temperature T_2 est simplement :

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} = \frac{6.7 \text{ atm} \cdot 6.6L}{4 \text{ mol} \cdot 0.0821 \frac{\text{atm} \cdot L}{\text{mol} \cdot K}} = 134.65 K$$

d) Vu qu'il s'agit d'un réfrigérateur on parle de coefficient de performance (CP) :

$$CP = \frac{|Q_L|}{|W|}$$

où Q_L est la chaleur enlevée à la température T_L et W est le travail effectué, donné par la somme des travaux dans chaque transformation. C'est pas nécessaire de calculer les travaux si on utilise :

$$CP = \frac{|Q_L|}{|Q_H| - |Q_L|}$$

où :

$$Q_H = Q_{\text{isoth}} = W_{\text{isoth}} = nRT_1 \ln \frac{V_1}{V_3} = -6675 J$$

et

$$Q_L = Q_{\text{isob}} = \Delta U_{\text{isob}} + W_{\text{isob}} = n \frac{5}{2} R \Delta T + p_2 (V_3 - V_2) = 3994.9 J + 1770.9 J = 5765.8 J$$

En utilisant ces valeurs on obtient $CP = 6.3$.

e) Si on utilise la définition de la variation d'entropie :

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$$

on déduit que la variation d'entropie pour l'adiabatique est zéro parce que il s'agit d'une transformation sans échange de chaleur. Dans la transformation isobare :

$$dQ_{\text{isob}} = dU + dW = nc_V dT + p dV$$

et :

$$\Delta S_{isob} = \int n c_V \frac{dT}{T} + \int \frac{pdV}{T} = n \frac{5}{2} R \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) + n R \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$$

avec $c_V = \frac{5}{2}R$. Pour un isobare :

$$\frac{T}{V} = \text{const}$$

donc :

$$\Delta S_{isob} = n \frac{7}{2} R \ln \frac{V_3}{V_2} = n c_P \ln \frac{V_3}{V_2} = 36.1 J$$

Dans une transformation isotherme $dU = 0$ donc $dQ = pdV$ avec $p = \frac{nRT}{V}$ dont :

$$\Delta S_{isot} = \int \frac{nRT dV}{VT} = \int \frac{nR dV}{V} = nR \ln \frac{V_1}{V_3} = -36.5 J/K$$

En effet sur un cycle réversible :

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0$$

- f) Un bon gas (ou liquide) réfrigérant doit avoir une capacité thermique élevée conséquence d'une quantité élevée de chaleur échangée pour un certain changement de température. Donc le processus est plus efficace si on utilise des gas diatomique. Dans la définition de CP on constate en effet qu'en augmentant c_P CP, augmente aussi. Autrement dit, le coefficient γ est plus petit pour un gas diatomique, ce qui fait que l'adiabate soit plus raide : donc Q_H reste le même et Q_L augmente (T_2 est plus basse et V_2 plus petit).

Exercice 5

- a) Pour calculer la température que la Terre aurait eu sans atmosphère $T_{Terre-s.a.}$, on doit faire le balance entre la puissance rayonnée P_{ray} et la puissance absorbée P_{abs} par la surface de la Terre. Considérant l'albedo $A = 0.3$, seulement une fraction $(1 - A)$ de la puissance incident $p_{inc} = 1300 W/m^2$ peut être absorbée, sur une surface effective donnée pas un cercle de rayon égal au rayon de la Terre R_T (on peut assumer la radiation solaire perpendiculaire à la surface terrestre), comme montre dans la Figure (3). La puissance émise peut être calculée avec la loi de Stefan - Boltzmann en prenant toute la surface de la Terre. On trouve :

$$P_{ray} = P_{abs} = P_{Sol} \Rightarrow \sigma_B 4\pi R_T^2 T_{Terre-s.a.}^4 = p_{inc} \pi R_T^2 (1 - A) \quad (37)$$

où P_{Sol} est la puissance venant du Soleil et $T_{Terre-s.a.}$ est la température de la Terre sans atmosphère. Cela donne :

$$T_{Terre-s.a.} = \left[\frac{p_{inc}(1 - A)}{4\sigma_B} \right]^{1/4} = \left[\frac{1300 W/m^2 \times (1 - 0.3)}{4 \times 5.7 \cdot 10^{-8} W/(m^2 K^4)} \right]^{1/4} \simeq 252 K = -21^\circ \quad (38)$$

Cette valeur correspond pas a la réalité, clairement. On doit donc prendre en compte l'atmosphère et son effet de serre.

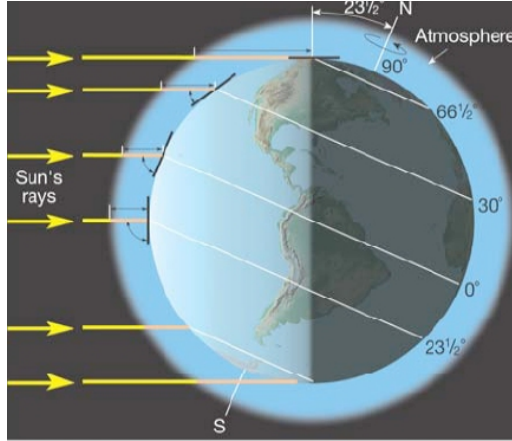


FIGURE 3 – Rayonnement du soleil sur la Terre.

- b) On commence écrivent le balance thermique entre puissance absorbée P_{abs} et la puissance rayonnée P_{ray} pour une couche i :

$$P_{ray} = P_{abs} = P_{i-1} + P_{i+1} \Rightarrow 2\sigma_B S_i T_i^4 = \sigma_B S_i (T_{i-1}^4 + T_{i+1}^4) \quad (39)$$

où P^i est la puissance absorbée venant de la couche i , S_i est la surface de la couche i et on a pris en compte que une couche rayonne sur ses deux cotes. Pour la surface de la Terre, on aura :

$$P_{ray} = P_{abs} = P_{Sol} + P_1 \Rightarrow \sigma_B 4\pi R_T^2 T_{Terre}^4 = p_{inc} \pi R_T^2 (1 - A) + \sigma_B 4\pi R_T^2 T_1^4 \quad (40)$$

Pour le cas avec 3 couches on arrive donc au système suivant de trois équations et trois inconnues et sa solution general :

$$\begin{cases} T_{Terre}^4 = \frac{p_{inc}(1-A)}{4\sigma_B} + T_1^4 \\ 2T_1^4 = T_2^4 + T_{Terre}^4 \\ 2T_2^4 = T_3^4 + T_1^4 \\ 2T_3^4 = T_2^4 \end{cases} \quad (41)$$

On peut donc résoudre le système calculer la température pour chaque couche :

$$\begin{cases} T_{Terre} = \frac{p_{inc}(1-A)}{4\sigma_B} \simeq 356K = 82^\circ \\ T_1 = \frac{3}{4} \frac{p_{inc}(1-A)}{\sigma_B} \simeq 331K = 59^\circ \\ T_2 = \frac{1}{2} \frac{p_{inc}(1-A)}{\sigma_B} \simeq 299K = 26^\circ \\ T_3 = \frac{1}{4} \frac{p_{inc}(1-A)}{\sigma_B} \simeq 252K = -21^\circ \end{cases} \quad (42)$$

On peut noter comme T_3 est égale à la température de la Terre sans atmosphère .

- c) Une façon pour estimer l'importance de la puissance transmise par conduction dans notre cas est de calculer le rapport entre la puissance par rayonnement P_{ray} et la puissance par conduction P_{con} :

$$\frac{P_{ray}}{P_{con}} = \frac{\sigma_B S T_{Terre}^4}{k(T_{Terre} - T_{cou})S/d} =$$

$$= \frac{5.7 \cdot 10^{-8} W/(m^2 K^4) \times (290 K)^4 \times 1.5 \cdot 10^5 m}{0.03 W/(m K) \times 38 K} \simeq 5.3 \cdot 10^8 \quad (43)$$

où on a négligé la température de l'atmosphère pour le calcul de la puissance rayonnée (voir comment le résultat change en considérant la température de l'atmosphère pour le rayonnement). C'est clair comme la conduction n'est pas importante pour la température d'équilibre de la Terre.

- d) Le mécanisme qui joue un rôle important est la convection des courants d'air dans l'atmosphère qui contribue à la dissipation de la chaleur.