25 juin 2021

Ne pas tourner la page avant le début de l'examen

Cet examen comporte 5 exercices.

Les exercices peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

Vous avez à disposition 5 feuillets, vous traiterez donc chaque exercice sur un feuillet distinct.

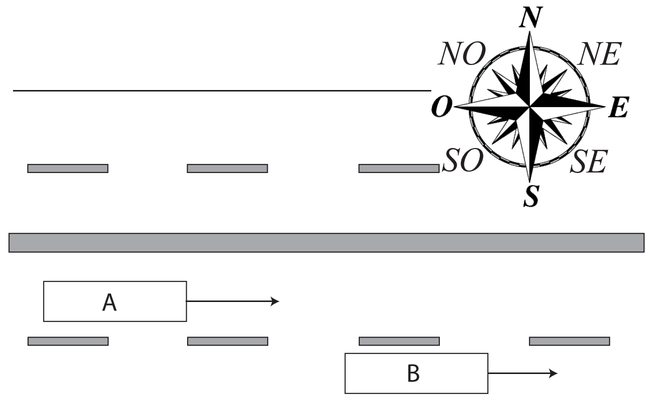
Inscrivez votre nom sur tous les feuillets que vous rendez.

Les feuilles de brouillon ne sont pas corrigées.

Vous pouvez garder cet énoncé à la fin de l'examen.

Exercice 1 (20 points au total)

Deux voitures identiques A et B (masse au repos $m = 1000\,\mathrm{kg}$, longueur au repos $L_0 = 10\,\mathrm{m}$) roulent, à vitesse constante, vers l'Est sur une autoroute terrestre rectiligne, orientée Ouest-Est. Robert, un observateur dans le référentiel terrestre, mesure la vitesse de chaque voiture : $v_A = 4/5c$ et $v_B = 3/5c$. La voiture A veut dépasser la voiture B. Dans le référentiel de Robert, la manœuvre de dépassement commence quand l'avant de la voiture A et l'arrière de la voiture B sont alignés à la direction Nord-Sud et termine quand l'avant de la voiture B et l'arrière de la voiture A sont alignés à la direction Nord-Sud.



a) Quelle est la durée de la manœuvre de dépassement mesurée dans le référentiel de Robert ?

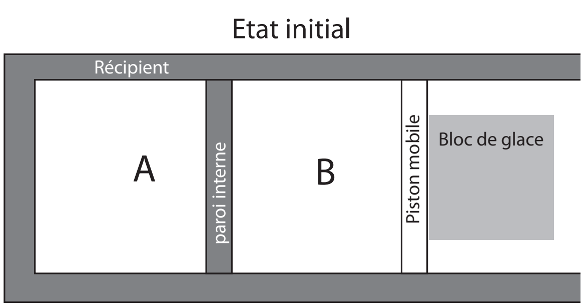
b) Au début de la manœuvre, un photon est lancé vers l'Est depuis l'avant de la voiture A. On définit l'événement suivant : le photon et l'avant de la voiture B sont alignés à la direction Nord-Sud dans le référentiel de Robert. Combien de temps s'est-il écoulé depuis le lancement du photon, mesuré dans le référentiel de Robert ? Même question, mesuré dans le référentiel de la voiture B.

c) Un photon est lancé depuis la voiture B. Dans le référentiel de Robert, le photon voyage vers le Nord-Est. Sa trajectoire forme ainsi un angle de $\pi/4$ avec la direction Ouest-Est. Dans le référentiel de la voiture B, quelle est la valeur de l'angle que la trajectoire du photon forme avec un axe dirigé selon la direction Ouest-Est ?

d) Pour atteindre la vitesse v_B finale depuis une situation de repos dans le référentiel de Robert, la voiture B a subi une phase d'accélération pendant laquelle une force constante $F = 2.25 \times 10^6\,\mathrm{N}$, parallèle à l'autoroute et selon le sens de marche, a été appliquée. Dans le référentiel de Robert, combien de temps a duré cette phase d'accélération ?

Indications : Vitesse de la lumière : $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$.

Exercice 2 (20 points au total)



Un récipient à parois rigides et thermiquement isolées est fermé par un piston mobile qui peut coulisser sans frottement et qui permet d'échanger de la chaleur mais pas de matière. Le récipient est encore divisé en deux chambres (A et B) par une paroi interne fixe, rigide et thermiquement isolante et qui ne permet pas d'échange de matière. Dans l'état initial, les deux chambres ont le même volume $V_A = V_B = 0.664\,\mathrm{m}^3$.

La chambre A contient $n_A = 40$ moles d'un gaz parfait di-atomique à la pression $p_A = 2$ bar. La chambre B contient $n_B = 40$ moles d'un gaz parfait mono-atomique à la pression $p_B = 1.6$ bar. Chaque chambre, individuellement, est à l'équilibre. Dans cet exercice, on arrondit la valeur de la constante des gaz parfaits à $R = 8.3\,\mathrm{J/K/mol}$.

Le gaz de la chambre B subit une compression isotherme réversible jusqu'à l'état final qui correspond à la pression $p_{B,f} = 16$ bar.

a) Donnez les valeurs de la température, de la pression et du volume du gaz dans chaque chambre à l'état final (fin de la compression isotherme réversible).

b) Pour le gaz de la chambre B, calculez la chaleur échangée et le travail effectué lors de la compression isotherme réversible.

Au cours de la compression isotherme réversible, le gaz de la chambre B échange de la chaleur seulement avec un bloc de glace de masse de 2 kg, à travers le piston. A l'état initial, la température de la glace est 200 K.

c) Calculez, entre l'état initial et l'état final, le changement d'entropie du gaz dans chaque chambre ainsi que celui de l'univers.

d) Représentez la transformation pour le gaz B dans un diagramme $T - S$.

Une fois l'état final atteint, le piston devient instantanément thermiquement isolant et est bloqué dans sa position. Dans ces conditions, la paroi interne qui sépare les deux chambres se brise et les deux gaz se mélangent jusqu'à l'équilibre à la température $T_f = 370$ K.

e) Calculez le nombre de degrés de liberté des molécules di-atomiques du gaz de la chambre A.

Indication : Chaleur spécifique de la glace $c_{\text{glace}} = 2.44\,\text{kJ/kg/K}$; Négligez l'épaisseur et la masse de la paroi interne et du piston mobile.

Exercice 3 **(20 points au total)**

Un gaz idéal mono-atomique subit un cycle moteur constitué d'une expansion adiabatique irréversible d'un état A avec volume $V_A = 1\,\text{m}^3$, pression $p_A = 2$ bar à un état B avec $V_B = 2\,\text{m}^3$, suivi d'une compression isobare réversible jusqu'à un état C et enfin d'une transformation isochore réversible jusqu'à l'état initial A. Dans les états A, B et C, le gaz est à l'équilibre.

a) Représentez le cycle ABCA sur un diagramme $p - V$.

b) Lors de l'expansion adiabatique $A \to B$, la variation d'énergie interne vaut $\Delta U_{AB} = -0.9 \times 10^5$ J. Calculez la pression du gaz en C.

c) Calculez les chaleurs échangées lors des transformations $B \to C$ et $C \to A$ ainsi que le rendement du cycle.

d) Calculez le rendement du cycle de Carnot idéal qui échange de la chaleur avec deux sources aux températures extrêmes du cycle ABCA considéré.

e) Sur le diagramme du cycle ABCA de la question a), dessinez l'adiabatique réversible $A \to B'$ subissant le même changement de volume que lors de la transformation $A \to B$.

f) Soit une transformation adiabatique irréversible d'un gaz parfait, à partir d'un état d'équilibre initial avec pression p_{initial} et volume V_{initial} jusqu'à un état d'équilibre final avec pression p_{final} et volume V_{final}. Un résultat tout à fait général est : $p_{\text{final}}V_{\text{final}}^{\gamma} > p_{\text{initial}}V_{\text{initial}}^{\gamma}$ où γ est l'exposant adiabatique. Démontrez cette relation.

Tournez la page, svp →

Exercice 4 (20 points au total)

Ivo part en voyage vers une planète lointaine possédant une atmosphère et un grand océan qui ne sont pas à l'équilibre thermique entre eux. Au cours de sa phase d'approche, la fusée traverse l'atmosphère et se chauffe jusqu'à la température $T_{\text{fusée}}$. L'atmosphère, considérée comme un gaz parfait isotherme, est constituée d'azote (masse d'une molécule d'azote $m_a = 5.34 \times 10^{-26}$ kg) à la température de 80°C et à la pression de 1 bar, à la surface de la planète. L'océan est constitué d'eau.

Pour mesurer la température de l'eau de l'océan, $T_{\text{océan}}$, Ivo fait l'expérience suivante, à la surface de la planète : une barre de métal de la fusée (longueur $L = 1\,\text{m}$, masse $m = 4\,\text{kg}$) est plongée dans un bain de 20 kg d'eau de l'océan. La chaleur est uniquement échangée entre la barre de métal et l'eau de ce bain jusqu'à ce que l'équilibre thermique entre les deux soit atteint. A ce moment-là, Ivo constate que 1 kg d'eau a été évaporé et la barre de métal s'est rétrécie de ΔL =1.6 cm.

a) Calculez $T_{\text{océan}}$ et $T_{\text{fusée}}$.

b) En considérant la barre de métal comme un corps noir, représentez graphiquement de manière qualitative son émittance spectrale ϵ_λ en fonction de la longueur d'onde λ avant sa plongée dans l'eau du bain et après sa thermalisation avec l'eau du bain. Justifiez l'allure des courbes.

c) En sachant que, sur cette planète, l'eau bout à 300 K à 2700 m d'altitude, calculez l'accélération de gravité a de la planète.

Indications : Chaleur spécifique du métal $c_{\text{metal}} = 0.7$ kJ/kg/K ; chaleur spécifique de l'eau $c_{\text{eau}} = 4.186$ kJ/kg/K ; coefficient de dilatation thermique linéaire de la barre de métal $\alpha = 8 \times 10^{-6}\,\text{K}^{-1}$; chaleur latente de vaporisation de l'eau $L_v = 2.2 \times 10^6$ J/kg ; constante des gaz parfaits $R = 8.314\,\text{J/K/mol}$; masse molaire de l'eau $M = 18\,\text{g/mol}$; constante de Boltzmann $k_B = 1.3810^{-23}$ J/K.

Faîtes l'approximation qu'à 100 °C la pression de vapeur d'eau vaut 1 bar.

On rappelle que $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\rho(z)a$ où p est la pression atmosphérique, z est la coordonnée relative à l'altitude, $\rho(z)$ est la densité de l'atmosphère et a est l'accélération de gravité de la planète.

Exercice 5 (20 points au total)

Un câble cylindrique en cuivre de section circulaire de rayon R et de longueur L est parcouru par un courant électrique I. Le câble est chauffé par effet Joule et sa conductivité thermique est notée κ_c. On suppose que le câble est thermiquement isolé par une gaine en plastique d'épaisseur Δ et de conductivité thermique κ_p. L'épaisseur Δ n'est pas négligeable par rapport à R. La température à la surface du câble vaut T_0 et la température à la surface externe de la gaine en plastique vaut T_1. On suppose que le transfert de chaleur se fait en régime stationnaire et uniquement par conduction dans la direction radiale. On néglige les transferts de chaleur aux extrémités du câble. On décrit la direction radiale par la coordonnée $r \geq 0$ associée à un repère cylindrique centré sur l'axe du câble.

a) Montrez que le flux de chaleur radial $J(r)$ dans la gaine en plastique est donné par l'équation différentielle $\frac{d}{dr}\left(rJ(r)\right) = 0$.

b) Calculez l'expression de la température $T(r)$ dans la gaine en plastique en fonction de T_0, T_1, R, Δ.

c) Calculez l'expression du flux de chaleur $J(r)$ dans la gaine en plastique en fonction de T_0, T_1, R, Δ et κ_p.

d) Calculez l'expression du courant I en supposant qu'il est uniformément distribué dans le câble en cuivre en fonction de T_0, T_1, R, Δ, κ_p et ρ_c.

Indications : La puissance par unité de volume produite par effet Joule dans le câble en cuivre est donnée par $P = \rho_c j^2$, où ρ_c est la résistivité du cuivre et j la densité de courant.