24 juin 2022

Ne pas tourner la page avant le début de l'examen

Cet examen comporte 4 exercices.

Les exercices peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

Vous avez à disposition 4 feuillets.

Chaque exercice doit être traité sur un feuillet distinct.

Inscrivez votre nom sur tous les feuillets.

Les pages de chaque feuillet ne doivent pas être séparées.

Les feuilles de brouillon ne sont pas ramassées.

Le ramassage des copies (cahier et énoncé) se fait uniquement à la table, même pour les départs anticipés.

Exercice 1 (25 points au total)

Considérez un référentiel inertiel $\mathcal{R}$ avec comme origine le point spatial A. Une fusée voyage depuis le point A vers un point B sur l'axe $A-B$ avec une vitesse constante $v_{fus} = 0.75c$ (mesurée dans le référentiel $\mathcal{R}$). Les points A et B sont au repos l'un par rapport à l'autre et la distance $A-B$ est de $d = 1.5 \times 10^{11}$ m dans le référentiel $\mathcal{R}$.

a) Quelle est la distance $A-B$ dans le référentiel de la fusée ?

Un faisceau de particules relativistes voyage depuis une étoile lointaine vers le point B et, ensuite, le point A, sur l'axe $A-B$, à une vitesse constante v_P, mesurée dans $\mathcal{R}$. Au moment où l'avant du faisceau se trouve à la position du point B, la fusée se trouve à la position du point A. L'horloge de bord de la fusée indique que 260 s se sont écoulées depuis le moment où la fusée se trouvait à la position du point A jusqu'au moment où la fusée rencontre l'avant du faisceau. À cet instant, la fusée envoie un message radio vers le point A pour l'informer de l'arrivée du faisceau.

b) Calculez la vitesse du faisceau v_P dans le référentiel $\mathcal{R}$.

c) Dans le référentiel de la fusée, combien de temps s'écoule entre l'envoi du message radio et sa réception au point A ?

La station Discovery est au repos dans le référentiel $\mathcal{R}$. Elle se trouve entre le point A et B, sur l'axe $A-B$, à une distance de 3×10^9 m du point A mesurée dans le référentiel de la fusée. Les astronautes de Discovery effectuent une sortie dans l'espace et doivent être prévenus pour qu'ils puissent rentrer dans Discovery avant l'arrivée du faisceau. Pour cela, un message radio est envoyé depuis le point A en direction de Discovery à l'instant précis où le message radio envoyé par la fusée est reçu au point A.

d) Dans le référentiel $\mathcal{R}$, combien de temps s'écoule-t-il entre l'émission du message radio par la fusée et la réception par Discovery du message radio émis depuis le point A ?

e) En sachant qu'il faut 3 minutes (mesurées dans le référentiel $\mathcal{R}$) aux astronautes pour rentrer, est-ce qu'ils vont être prévenus suffisamment à l'avance pour se mettre en sécurité ? Considérez que la communication entre les astronautes et Discovery est instantanée.

f) La distance entre l'avant et l'arrière du faisceau le long de l'axe $A-B$ vaut $L = 10^7$ m dans le référentiel du faisceau. Dans le référentiel $\mathcal{R}$, combien de temps les astronautes doivent-ils rester dans Discovery pour que le faisceau soit passé (quand l'arrière du faisceau est à la position de Discovery) ?

Une sonde se déplace perpendiculairement à l'axe $A-B$, à une vitesse relativiste constante $v_{sonde} = 0.6c$ mesurée dans le référentiel $\mathcal{R}$.

g) Quelle est la norme de la vitesse de la sonde mesurée dans le référentiel du faisceau ?

h) En sachant qu'il a fallu fournir une énergie de 10^{16} J pour accélérer la sonde d'une situation de repos (dans le référentiel $\mathcal{R}$) à la vitesse v_{sonde}, quelle est la masse de la sonde ?

Indications : considérez la fusée et Discovery comme des points matériels dans l'espace, et n'ayant aucun effet sur la propagation du faisceau et des messages radio. Vitesse de la lumière $c = 3 \times 10^8$ m/s.

Exercice 2 (25 points au total)

Un artiste vient de compléter son dernier chef-d'oeuvre : deux cubes en aluminium de masse $m_{Al} = 2$ kg chacun, qui, à l'état initial, sont à la température de $T_{Al,in} = 600°\text{C}$.
Pour refroidir le premier cube, l'artiste dispose d'un récipient à parois rigides et thermiquement isolantes, qui se trouve au niveau de la mer. Le récipient est ouvert vers le haut et contient, dans l'état initial, $m_e = 2$ kg d'eau à une température $T_{e,in} = 25°\text{C}$. Le premier cube est immergé dans l'eau et l'échange de la chaleur se passe uniquement entre l'eau et le cube jusqu'à atteindre l'état final d'équilibre thermique entre les deux.

a) Montrez que la température du système cube + eau est $T_{sys,f} = 100°\text{C}$ dans l'état final.

b) Quelle masse m_{vap} d'eau a été évaporée entre l'état initial et l'état final ?

c) Quelle est la variation d'entropie ΔS_{sys} du système cube + eau (liquide et vapeur) entre l'état initial et l'état final ?

d) À l'état final, quel est le volume V_{sys} occupé par le système composé du cube et de l'eau liquide restante ?

Pour refroidir le deuxième cube, l'artiste dépose celui-ci dans un deuxième récipient (situé au niveau de la mer et identique au premier), qui est instantanément fermé de manière hermétique avec un piston mobile de masse négligeable. Le piston peut coulisser sans frottement et est thermiquement isolant. Dans cet état initial, le récipient contient uniquement 10 moles d'air à une température $T_{a,in} = 25°\text{C}$ et le cube, qui est à une température $T_{Al,in} = 600°\text{C}$. Le cube et l'air échangent de la chaleur lentement de façon à ce que le piston soit en tout temps en équilibre mécanique, jusqu'à atteindre l'état final, où le cube et l'air sont à l'équilibre thermique.

e) Calculez la température $T_{sys,f}$ du système cube + air dans l'état final.

f) Quel est le volume occupé par l'air V_f dans l'état final et quels sont le travail, W, et la chaleur, Q, échangés avec l'extérieur du récipient fermé ?

Indications : chaleur spécifique de l'aluminium $c_{Al} = 897$ J/(K kg) ; chaleur spécifique de l'eau $c_e = 4186$ J/(K kg) ; chaleur latente de vaporisation de l'eau $L_e = 2256 \times 10^3$ J/kg ; coefficient d'expansion linéaire de l'aluminium $\alpha = 2 \times 10^{-5}\ °\text{C}^{-1}$; densité de l'eau ρ_e (exprimée en kg / m^3) à la température T (exprimée en °C) $\rho_e = 1001.4 - 0.1011 \times T - 0.0033 \times T^2$; densité de l'aluminium à 25°C $\rho_{Al} = 2700$ kg/m^3. Pour les points e) et f), on négligera l'expansion thermique du cube et on traitera l'air comme un gaz parfait diatomique (avec uniquement des degrés de liberté translationnels et rotationnels). Constante des gaz parfaits $R = 8.314$ J/K/mol.

Exercice 3 **(25 points au total)**

Un gaz parfait monoatomique ($n = 10$ moles) subit un cycle constitué des transformations suivantes, que l'on considère comme réversibles :

1) Transformation isobare d'un état A avec volume $V_A = 0.4$ m^3, pression $p_A = 2.49$ bar à un état B avec $V_B = 0.1$ m^3.
2) Transformation isochore de l'état B à l'état C avec pression $p_C = p < p_A$.
3) Transformation isobare de l'état C à l'état D.
4) Transformation isochore de l'état D à l'état A.

a) Dessinez le cycle $ABCDA$ dans un diagramme $p - V$. S'agit-il d'un cycle moteur ou réfrigérateur ?

Considérez le cycle $ABCDA$ tel que $p = 0.83$ bar.

b) Calculez la température T, le volume V, et la pression p dans chaque état A, B, C, D.

c) Calculez la chaleur échangée et le travail lors de chaque transformation 1), 2), 3), 4).

d) Représentez et comparez de manière qualitative les distributions des vitesses des atomes du gaz aux deux températures extrêmes du cycle : vous discuterez en particulier de quelle distribution il s'agit, de la position relative des maxima, de la largeur à mi-hauteur et de l'intégrale de chaque distribution.

Considérez maintenant les transformations 1), 2), 3), 4) avec la pression p à déterminer.

e) Calculez la pression p telle que le changement d'enthalpie du gaz entre l'état C et l'état D vaut $\Delta H_{CD} = 124500$ J.

f) Calculez la pression p telle que $T_D = T_B$.

g) Le changement d'enthalpie du gaz sur le cycle $ABCDA$ est plus grand pour les conditions du point e) ou f) ? Justifiez votre réponse.

h) Si la transformation 1) est remplacée par une transformation irréversible entre les deux mêmes états A et B, quel est le changement d'enthalpie du gaz sur le cycle $ABCDA$? Justifiez votre réponse.

Considérez maintenant les transformations 1), 2), 3), 4) telles que $p/p_A \to 0$. Soit Q_{CD} et Q_{DA} les chaleurs échangées lors des transformations 3) et 4) respectivement, et W_{cycle} le travail total sur cycle $ABCDA$.

i) Montrez que

$$\lim_{p/p_A \to 0} \frac{|Q_{CD} + Q_{DA}|}{|W_{cycle}|} = 2.$$

Indications : on arrondit la valeur de la constante des gaz parfaits à R = 8.3 J/K/mol.

Exercice 4 (25 points au total)

L'entièreté du sol d'une patinoire est constituée d'une piste de glace (superficie $A = 400$ m^2, épaisseur $L = 5$ cm, conductivité thermique de la glace $\kappa_g = 2.4$ W/m/K). La surface supérieure de la glace est à la température T_s = -5°C. La surface inférieure de la glace est maintenue à la température T_i par un frigo. Les murs et le toit de la patinoire sont à une température égale à celle de l'air à l'intérieur de la patinoire, $T_{air} = 5$°C.
En sachant que les températures ne changent pas au cours du temps :

a) Calculez la température de la surface inférieure de la glace, T_i, dans le cas où la surface supérieure de la glace échange de la chaleur par convection avec l'air ambiant (négligez tout rayonnement).

b) Calculez la température de la surface inférieure de la glace, T_i, dans le cas où la surface supérieure de la glace échange de la chaleur par convection avec l'air ambiant ainsi que par rayonnement avec les murs et le toit de la patinoire. Traitez la glace, les murs et le toit comme des corps noirs.

c) Montrez que la température à mi-distance entre la surface inférieure et supérieure de la piste de glace est donnée par $T_c = (T_i + T_s)/2$.

Le frigo a un coefficient de performance, $CP = 5$, et fonctionne avec un moteur électrique qui convertit 80% de l'énergie électrique en énergie mécanique. Le prix de l'énergie électrique est de 0.3 CHF pour 1 kWh.

d) Combien coûte l'utilisation du frigo, par jour, pour les conditions du point a) ?

Considérez ensuite une piste de glace synthétique de mêmes dimensions que la piste de glace des points précédents. La glace synthétique a une conductivité thermique $\kappa(x) = \kappa_g \exp(-x/L)$, avec x la coordonnée selon l'axe perpendiculaire à la piste de glace, telle que $x = 0$ à la surface supérieure et $x = L$ à la surface inférieure. En sachant que, en conditions stationnaires, la conduction de la chaleur à l'intérieur de la glace synthétique est décrite par l'équation suivante :

$$\frac{d}{dx}\left[\kappa(x)\frac{dT(x)}{dx}\right] = 0, \tag{1}$$

e) Calculez la température à la surface inférieure, telle que $T(0) = -5$°C et que la puissance thermique à travers la surface supérieure soit de 300 kW.

Indications : la piste de glace est traitée en géométrie plane. Le transport de la chaleur à travers les surfaces verticales de la piste est négligé. Les murs et le toit ont une épaisseur négligeable. Coefficient de transfert de la chaleur par convection *glace-air* $h = 65$W/m^2/K. Constante de Stefan-Boltzmann $\sigma_B = 5.7 \times 10^{-8}$ W/m^2/K^4.