Test de mi-semestre

Exercice 1

Deux trains japonais Shinkansen, A et B, circulent entre Tokyo et Kyoto dans des sens opposés. Ces nouveaux modèles de train sont munis de batteries électriques qui leur permettent de voyager à des vitesses relativistes : $v = 0.8c$ mesurée dans le référentiel de la Terre (avec c la vitesse de la lumière). Les trains A et B ont une longueur au repos de $L_0 = 300$ m et une masse de 50 tonnes. Un touriste, assis à l'arrière du train A, a remarqué qu'il voyageait dans le mauvais sens : il décide alors de tenter sa chance et de sauter dans le train B. Pour cela, il saute dans le train B, dans une direction perpendiculaire à la direction des rails, au moment où l'avant du train A est parfaitement aligné avec l'arrière du train B dans son référentiel. On néglige la distance perpendiculaire entre les deux trains. Un autre passager du train B regarde alors par la fenêtre en direction du train A.

a) Quelle est la vitesse u' du train B dans le référentiel du train A ?
- ☐ **A.** $u' = 0$.
- ☐ **B.** $u' \simeq +0.97c$.
- ■ **C.** $u' \simeq -0.97c$.
- ☐ **B.** $u' = -1.6c$.

b) Laquelle de ces propositions s'applique de la situation considérée :
- ☐ **A.** Un intervalle temporel entre deux événements mesurés dans le référentiel du train A est le même que mesurés dans le référentiel du train B.
- ☐ **B.** Un intervalle spatial entre deux événements mesurés dans le référentiel du train A est le même que mesurés dans le référentiel du train B.
- ■ **C.** La simultanéité entre deux événements mesurés dans le référentiel du train B est affectée par les effets relativistes.
- ☐ **D.** Les effets relativistes ne concernent que les événements liés au référentiel du train B.

c) On considère les deux événements suivants :
— ϵ_1 : "Avant du train A aligné avec arrière du train B dans le référentiel de A".
— ϵ_2 : "Passager de A saute vers B".
Dans quel ordre le passager du train B voit-il ces deux événements :
- ☐ **A.** ϵ_1 et ϵ_2 sont silmutanés.
- ■ **B.** ϵ_2 avant ϵ_1.
- ☐ **C.** ϵ_1 avant ϵ_2.
- ☐ **D.** ϵ_1 et ϵ_2 sont simultanés puisque le voyageur est au repos dans le référentiel du train B.

d) Est-ce que le touriste du train A arrive à sauter dans le train B ?
- ☐ **A.** Oui, car la longueur du train B dans le référentiel de A est plus longue que dans son propre référentiel.
- ☐ **B.** Oui, car la longueur du train B dans le référentiel de A est plus courte que dans son propre référentiel.
- ☐ **C.** Non, car la longueur du train B dans le référentiel de A est plus longue que dans son propre référentiel.

■ **D.** Non, car la longueur du train B dans le référentiel de A est plus courte que dans son propre référentiel.

e) Une fois arrivé à Tokyo, le train A freine. Il est muni d'un système capable de récupérer 45% de l'énergie cinétique perdue lors de son freinage pour recharger ses batteries. Quelle est l'énergie emmagasinée lors du freinage du train jusqu'à son arrêt complet dans le référentiel terrestre ?

☐ **A.** $\simeq 3.12 \times 10^{21}$ J.
■ **B.** $\simeq 1.35 \times 10^{21}$ J.
☐ **C.** $\simeq 8.09 \times 10^{21}$ J.
☐ **D.** $\simeq 6.48 \times 10^{21}$ J.

Corrigé

a) La réponse **C.** est correcte. Pour trouver la vitesse u' du train B dans le référentiel du train A, on utilise la transformation des vitesses

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}, \tag{1}$$

avec u la vitesse du train B par rapport à la Terre et v la vitesse du train A par rapport à la Terre. Avec $u = -0.8c$ et $v = 0.8c$, on trouve

$$u' = \frac{-0.8c - 0.8c}{1 + \frac{0.8^2c^2}{c^2}} = -0.97c. \tag{2}$$

b) La proposition **C.** est correcte. En effet, les intervalles spatiaux temporels $(\Delta x, \Delta t)$ entre deux événements dans le référential du train A, dénoté par $\mathcal{R}_A$, se transforment en $(\Delta x', \Delta t')$ dans le référential du train B, dénoté par $\mathcal{R}_B$, selon les transformations de Lorentz dans le référential du train B, dénoté par $\mathcal{R}_B$.

c) On veut déterminer l'ordre des événements, définit par :
— ϵ_1 : "Avant du train A aligné avec arrière du train B dans le référentiel de A".
— ϵ_2 : "Passager de A saute vers B".
dans $\mathcal{R}_B$. Pour cela, on repère ϵ_1 et ϵ_2 par les coordonnées (x_1, t_1) et (x_2, t_2) dans $\mathcal{R}_A$ (et (x'_1, t'_1) et (x'_2, t'_2) dans $\mathcal{R}_B$). En prenant comme origine l'avant du train A et le sens positif de la coordinée x dans le sens du train A, on a que $\Delta x = x_2 - x_1 = -L_0$, et $\Delta t = t_2 - t_1 = 0$. On peut alors appliquer les transformations de Lorentz pour trouver $\Delta t' = t'_2 - t'_1$ tel que

$$c\Delta t' = \gamma(u')\left(c\Delta t - \beta \Delta x\right), \tag{3}$$

où $\gamma(u') = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, et $\beta = -|u'|/c$, car le train B se rapproche A avec une vitesse $\boldsymbol{u'} = -|u'|\boldsymbol{e}_x$. On a donc que

$$c\Delta t' = -\gamma(u')\beta\Delta x = -\gamma(u')\frac{|u'|}{c}L_0 < 0 \Rightarrow t'_1 > t'_2. \tag{4}$$

Dans ce cas, pour le passager dans le train B, le touriste saute *avant* que l'arrière du train B soit au niveau de l'avant du train de A. On en déduit que c'est la réponse **B.** qui est correcte.

d) Pour savoir si le touriste arrive à sauter dans le train B, il faut se demander où se trouve l'avant du train B dans le référentiel $\mathcal{R}_A$, c'est-à-dire la longueur du train B mesurée dans le référentiel de A. Pour cela, on définit :

— ϵ_3 : position de l'avant de B au moment de ϵ_1.

De plus, on introduit ses coordonnées spatio-temporelles par (x_3, t_3) et (x'_3, t'_3) dans $\mathcal{R}_A$ et $\mathcal{R}_B$, respectivement. Comme L_0 est une longueur propre du train de B dans $\mathcal{R}_B$, on a doit que $\Delta x' := x'_3 - x'_1 = -L_0$, tandis que $\Delta t := t_3 - t_1 = 0$ dans $\mathcal{R}_A$. On peut donc appliquer les transformation de Lorentz, c'est-à-dire

$$\Delta x' = \gamma(u')\left(\Delta x - \beta c \Delta t\right). \tag{5}$$

On obtient que la longueur

$$\Delta x = \frac{\Delta x'}{\gamma(u')}, \tag{6}$$

ce qui est la contraction des longueurs. On en déduit donc que le touriste va sauter dans le vide, car l'avant de B se trouve en $-L_0/\gamma(u')$ avec $\gamma(u') > 1$. Par application numérique, avec $\gamma(u') = 1/\sqrt{1-(0.97)^2} \simeq 4.11$, on trouve que la longueur de B perçue par A est de $L_0/4.11 \simeq 72.9$ m. C'est donc la réponse **D.** qui est correcte.

e) On suppose que le système est capable de convertir 45% ($\eta = 0.45$) de l'énergie cinétique perdue par le train lors du freinage. On peut donc écrire que l'énergie emmagasinée dans la batterie, U, est

$$U = \eta K, \tag{7}$$

où K est la variation cinétique. Comme la vitesse des trains est relativiste, $v = 0.8c$ (on prend ici la vitesse du train par rapport à la Terre), l'énergie cinétique est donc donnée par

$$K = (\gamma(v) - 1)mc^2. \tag{8}$$

Par application numérique, on trouve que $K = 3 \times 10^{21}$ J, et donc $U = 1.35 \times 10^{21}$ J. C'est la réponse **B.** qui est correcte.

Exercice 2

Un recipient cylindrique parfaitement isolé est fermé par un piston de masse négligeable, aussi parfaitement isolé, de section $A = 0.03\,\mathrm{m}^2$ qui peut coulisser verticalement sans frottement. Le recipient contient 10 moles de gaz parfait, monoatomique. Le système est initialement à l'équilibre mécanique avec un poids de 400 kg sur le piston. La pression externe est égale à $p_0 = 10^5$ Pa et le gaz est à la température de 20°C.
Indications : Constante gaz parfaits : $R = 8.3\,\mathrm{JK}^{-1}\mathrm{mol}^{-1}$; accélération de gravité $g = 9.8\,\mathrm{ms}^{-2}$.

a) Quelle est le volume occupé par le gaz dans la situation initiale ?
- ☐ **A.** $V \simeq 0.017\,\mathrm{m}^3$
- ☐ **B.** $V \simeq 0.243\,\mathrm{m}^3$
- ☐ **C.** $V \simeq 0.0072\,\mathrm{m}^3$
- ■ **D.** $V \simeq 0.1\,\mathrm{m}^3$

Soudaiment on enlève le poids créant ainsi une situation hors équilibre. Le piston se déplace rapidement jusqu'à atteindre un nouvel équilibre mécanique.

b) Quelle affirmation est vrai en considerant le systeme gaz ?
- ☐ **A.** Le gaz fait un travail positif et il se chauffe car la transformation est adiabatique.
- ■ **B.** Le gaz fait un travail positif et il se refroidit car la transformation est adiabatique.
- ☐ **C.** Le gaz fait un travail positif et il se chauffe car la transformation est à pression constante.
- ☐ **D.** Le gaz fait un travail positif et il se refroidit car la transformation est à pression constante.

c) Exprimez le volume final final V_{final} atteint en fonction du volume initial V_{initial} ?
- ☐ **A.** $V_{\text{final}} \simeq 0.5 V_{\text{initial}}$.
- ☐ **B.** $V_{\text{final}} \simeq 1.66 V_{\text{initial}}$.
- ■ **C.** $V_{\text{final}} \simeq 1.79 V_{\text{initial}}$.
- ☐ **D.** $V_{\text{final}} \simeq 9.56 V_{\text{initial}}$.

Corrigé

a) Réponse **D.** Pour cette condition initiale, il faut considérer le système à l'équilibre mécanique : la pression à l'intérieur du cylindre est égale à la pression atmosphérique p_0 à laquelle s'ajoute la pression associée à la force de pesanteur du poids de masse m sur le piston :

$$p_{gaz} = p_i = p_0 + p_{poids} = p_0 + \frac{mg}{A} \tag{9}$$

La loi des gaz parfait s'applique toujours

$$p_i V_i = nRT_i \quad \Rightarrow \quad \left(p_0 + \frac{mg}{A}\right) V_i = nRT_i \quad \Rightarrow \quad V_i = \frac{nRTi}{p_0 + \frac{mg}{A}}.$$

<u>Application numérique :</u>

$$V_i = \frac{10 \times 8.3 \times 293}{10^5 + 400 \times \frac{9.8}{0.03}} \simeq 0.1\,\mathrm{m}^3.$$

b) Réponse **B.**. On enlève le poids. La pression exercée sur le gaz diminue. Le piston se déplace jusqu'à un nouvel équilibre thermique qui correspond à un plus grand volume occupé par le gaz. Le travail est donc positif ($W > 0$ car $\Delta V > 0$). De plus,

$$\Delta U = nc_V \Delta T = \underbrace{Q}_{=0} - \underbrace{W}_{>0} < 0,$$

puisque la transformation est adiabatique. Donc $\Delta T < 0$ donc le gaz se refroidit.

c) Réponse **B.**. Une fois l'équilibre mécanique final atteint, on peut utiliser l'équation des gaz parfaits : $p_f V_f = nRT_f$ avec maintenant $p_f = p_0$ puisqu'il n'y a plus le poids.
Mais comme la transformation est rapide, elle n'est pas réversible donc on ne peut pas utiliser $pV^\gamma = \text{const.}$! C'est bien là le piège de cet exercice. Par contre (ouf!), le premier principe de la thermodynamique reste toujours valable :

$$\Delta U = nc_V(T_f - T_i) = -W = -p_0(V_f - V_i) \quad \Rightarrow \quad nc_V\left(\frac{p_f V_f}{nR} - \frac{p_i V_i}{nRT_i}\right) = -p_0(V_f - V_i). \tag{10}$$

La seule pression exercée sur le gaz est la pression atmosphérique p_0 à travers le piston.

$$\Rightarrow \frac{nc_V}{nR}\left(p_0 V_f - p_i V_i\right) = -p_0(V_f - V_i) \quad \Rightarrow \quad p_0 V_f - p_i V i = (\gamma - 1)p_0(V_i - V_f)$$

$$\Rightarrow V_f - \frac{p_i}{p_0}V_i = (\gamma - 1)(V_i - V_f) \Rightarrow V_f(1 + \gamma - 1) = V_i\left(\gamma - 1 + \frac{p_i}{p_0}\right).$$

Donc

$$V_f = \frac{V_i}{\gamma}\left(\gamma - 1 + \frac{p_i}{p_0}\right) = \frac{V_i}{\gamma}\left(\gamma + \frac{mg}{Ap_0}\right) = V_i\left(1 + \frac{mg}{\gamma A p_0}\right),$$

où on a remarqué que

$$\frac{p_i}{p_0} = \frac{p_0 + \frac{mg}{A}}{p_0} = 1 + \frac{mg}{Ap_0}.$$

Le gaz est monoatomique ($\nu = 3$) donc $\gamma = \frac{\nu+2}{\nu} \simeq 1.66$.

Application numérique :

$$V_f = V_i\left(1 + \frac{400 \times 9.8}{1.66 \times 0.03 \times 10^5}\right) \simeq 1.79 \times V_i\,\mathrm{m}^3.$$

Exercice 3

Un cube de nickel de 1 kg à 1000 °C est plongé dans un récipient isolé contenant 2 kg d'eau à 90 °C. Une fois le cube dans le récipient, on ferme le couvercle de manière hermétique.
Indications : Chaleur spécifique du nickel : $c_\mathrm{n} = 440\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$; Chaleur spécifique de l'eau : $c_\mathrm{e} = 4186\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$; Chaleur latente d'évaporation de l'eau : $L_\mathrm{e} = 2256\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}$; Chaleur spécifique de la vapeur $c_\mathrm{v} = 2077\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$.

a) Quelle est la température finale du système une fois l'equilibre atteint ?
- ☐ **A.** La température finale est environ 95 °C.
- ■ **B.** La température finale est 100 °C.
- ☐ **C.** La température finale est environ 135 °C.
- ☐ **D.** La température finale est supérieure à 100 °C, mais on peut pas déterminer son valeur.

b) Laquelle des déclaration suivante est correcte ?
- ☐ **A.** Il n'y a pas d'évaporation.
- ■ **B.** $\simeq$ 138 g d'eau sont évaporés.
- ☐ **C.** $\simeq$ 1123 g d'eau sont évaporés.
- ☐ **D.** Toute l'eau s'est évaporée

c) Quelle est le nombre minimal de cubes de 1kg de nickel à la température de 1000 °C qu'il faut plonger dans l'eau pour évaporer toute l'eau.
- ☐ **A.** 1 cube de nickel est suffisant.
- ☐ **B.** 5 cubes de nickel sont suffisants.
- ■ **C.** 12 cubes de nickel sont suffisants.
- ☐ **D.** 18 cubes de nickel sont suffisants.

d) On plonge le nombre de cubes trouvé à la question précédente dans l'eau et on attend qu'un nouvel équilibre thermique soit atteint. Quelle est la température finale du système ?
- ☐ **A.** La température finale du système est 100 °C.
- ☐ **B.** La température finale du système est envireon 135 °C.
- ☐ **C.** La température finale est plus grand que 100 °C, mais on peut pas déterminer son valeur.
- ■ **D.** La température finale du système est environ 117 °C.

Corrigé

a) Il y a trois possibilité : (1) La température finale à l'équilibre est supérieure à 100 °C et toute l'eau est évaporée, (2) la température finale est $T_f = 100$ °C et on a un mélange entre eau liquide et vapeur d'eau, (3) la température finale est plus petite de 100 °et toute l'eau est dans l'état liquide. On fait l'hypothèse que la température d'équilibre du système est $T_f = 100$°C, hypothèse (2). La chaleur cédée par le cube, $|Q_n| = |m_n c_n(T_f - T_n)| = 396$ kJ, est plus grande que la chaleur nécessaire pour chauffer l'eau jusqu'à 100 °C, $|Q_e| = |m_e c_e(T_f - T_e)| = 83.7$ kJ. Il y a donc de l'eau qui s'évapore. Cependant, la chaleur nécessaire pour chauffer l'eau et la faire évaporer complètement, $|Q_e| + m_e L_e = 4596$ kJ est beaucoup plus grande que la chaleur cédée par le cube. On a donc

$$|Q_e| < |Q_n| < |Q_e| + m_e L_e \,. \tag{11}$$

La température d'équilibre du système est $T_f = 100$°C et il y a une petite quantité d'eau qui s'évapore. La réponse correcte est **B.**.

b) On peut calculer la quantité d'eau évaporée en utilisant $\sum Q = Q_n + Q_e + m_v L_e = 0$, où m_v est la masse d'eau évaporée. On obtient

$$m_v = \frac{m_e c_e (T_e - T_f) + m_n c_n (T_n - T_f)}{L_e} \simeq 138\, g\,. \tag{12}$$

La réponse correcte est **B.**.

c) On utilise toujours $\sum Q = Q_n + Q_e + m_e L_e = 0$, où on a remplacé m_v par m_e parce que toute la quantité d'eau est évaporée. La chaleur cédée par les cubes de nickel est $Q_n = N m_n c_n (T_f - T_n)$, où N est le nombre de cubes. On obtient

$$N m_n c_n (T_f - T_n) + m_e c_e (T_f - T_e) + m_e L_e = 0\,, \tag{13}$$

qui donne

$$N = \frac{m_e c_e (T_f - T_e) + m_e L_e}{m_n c_n (T_n - T_f)} = 11.6\,. \tag{14}$$

Le nombre de cubes minimal nécessaire pour faire évaporer toute la quantité d'eau est donc $N = 12$ (réponse **C.**).

d) Une fois que toute l'eau est évaporée, il ne reste que de la vapeur d'eau. La chaleur restante après avoir évaporée toute l'eau est cédée à la vapeur et le système atteint une nouvelle température finale T'_f. En utilisant l'équation $\sum Q = 0$, on obtient

$$N m_n c_n (T'_f - T_n) + m_e c_e (T_f - T_e) + m_e L_e + m_e c_v (T'_f - T_f) = 0\,, \tag{15}$$

qui donne

$$T'_f = \frac{N m_n c_n T_n + m_e c_v T_f - m_e c_e (T_f - T_e) - m_e L_e}{N m_n c_n + m_e c_v} \simeq 117\ °C \tag{16}$$

La réponse correcte est **D.**.

Exercice 4

Un gaz parfait diatomique subit une série de transformations thermodynamiques, faites d'une succession d'états proches de l'équilibre. La pression initiale est de 3 bar et la température est de 350°C (T_A) (suffisamment élevée pour que les vibrations soient possibles). Le gaz subit une compression adiabatique jusqu'à la température de $T_B = 525°\text{C}$, suivie par une diminution de température à pression constante qui le ramène à la température $T_C = 280°\text{C}$, et par une expansion isotherme jusqu'au volume initial. Enfin il subit une transformation isochore jusqu'à la pression initiale.
Indications : nombre de moles=5, Constante des gaz parfaits : $R = 8.314\,\text{J/K/mol}$, 1 bar = 10^5 Pa.

a) Ce cycle peut-il être représenté sur un diagramme $p - V$?
- ☐ **A.** Non, car la tempŕature maximale est trop élevée
- ■ **B.** Oui, car toutes les transformations sont une succession d'états proches de l'équilibre
- ☐ **C.** Non, car ces transformations ne représentent pas des conditions d'équilibre thermodynamique.
- ☐ **D.** Oui, car la pression et le volume sont suffisamment petits.

b) Que pouvez-vous dire de ce cycle ?
- ☐ **A.** C'est un cycle moteur car son sens de parcours est anti-horaire.
- ☐ **B.** C'est un cycle réfrigérateur car son sens de parcours est horaire.
- ☐ **C.** C'est un cycle réfrigérateur car il comporte une transformation adiabatique.
- ■ **D.** C'est un cycle réfrigérateur car son sens de parcours est anti-horaire.
- ☐ **E.** C'est un cycle moteur car son sens de parcours est horaire.

c) Que peut-on dire de la variation d'énergie interne au cours du cycle ΔU_{cycle} ?
- ☐ **A.** $\Delta U_{\text{cycle}} > 0$ car c'est un cycle moteur.
- ☐ **B.** $\Delta U_{\text{cycle}} < 0$ car c'est un cycle réfrigérateur.
- ■ **C.** $\Delta U_{\text{cycle}} = 0$ car l'énergie interne est une variable d'état.
- ☐ **D.** $\Delta U_{\text{cycle}} = 0$ car les transformations isotherme et adiabatique se compensent.

d) Quel est le volume occupé au point C du cycle, c'est-à-dire après la transition isobare ?
- ☐ **A.** $V_C \simeq 0.1\,\text{m}^3$.
- ☐ **B.** $V_C \simeq 0.0571\,\text{m}^3$.
- ■ **C.** $V_C \simeq 0.0251\,\text{m}^3$.
- ☐ **D.** $V_C \simeq 0.0053\,\text{m}^3$.

e) Soit $|Q_{\text{abs.}}|$ et $|Q_{\text{lib.}}|$ les quantités de chaleur absorbée et libérée par le gaz au cours du cycle. Quelle proposition est correcte ?
- ☐ **A.** $|Q_{\text{abs.}}| \simeq 0$ J et $|Q_{\text{lib.}}| \simeq 49980$ J.
- ☐ **B.** $|Q_{\text{abs.}}| \simeq 2450$ J et $|Q_{\text{lib.}}| \simeq 49980$ J.
- ■ **C.** $|Q_{\text{abs.}}| \simeq 38470$ J et $|Q_{\text{lib.}}| \simeq 45750$ J.
- ☐ **D.** $Q_{\text{abs.}} = -Q_{\text{lib.}} \simeq 45754$ J.

f) Soit $|W_{\text{par}}|$ et $|W_{\text{sur}}|$ le travail *fait par* et *fait sur* le gaz lors du cycle. Quelle proposition est correcte ?
- ■ **A.** $|W_{\text{par}}| \simeq 28300$ J et $|W_{\text{sur}}| \simeq 35590$ J.
- ☐ **B.** $|W_{\text{par}}| \simeq 0$ J et $|W_{\text{sur}}| \simeq 8500$ J.
- ☐ **C.** $|W_{\text{par}}| \simeq 28300$ J et $|W_{\text{sur}}| \simeq 8500$ J.
- ☐ **D.** $|W_{\text{par}}| \simeq 28300$ J et $|W_{\text{sur}}| \simeq 16730$ J.

Corrigé

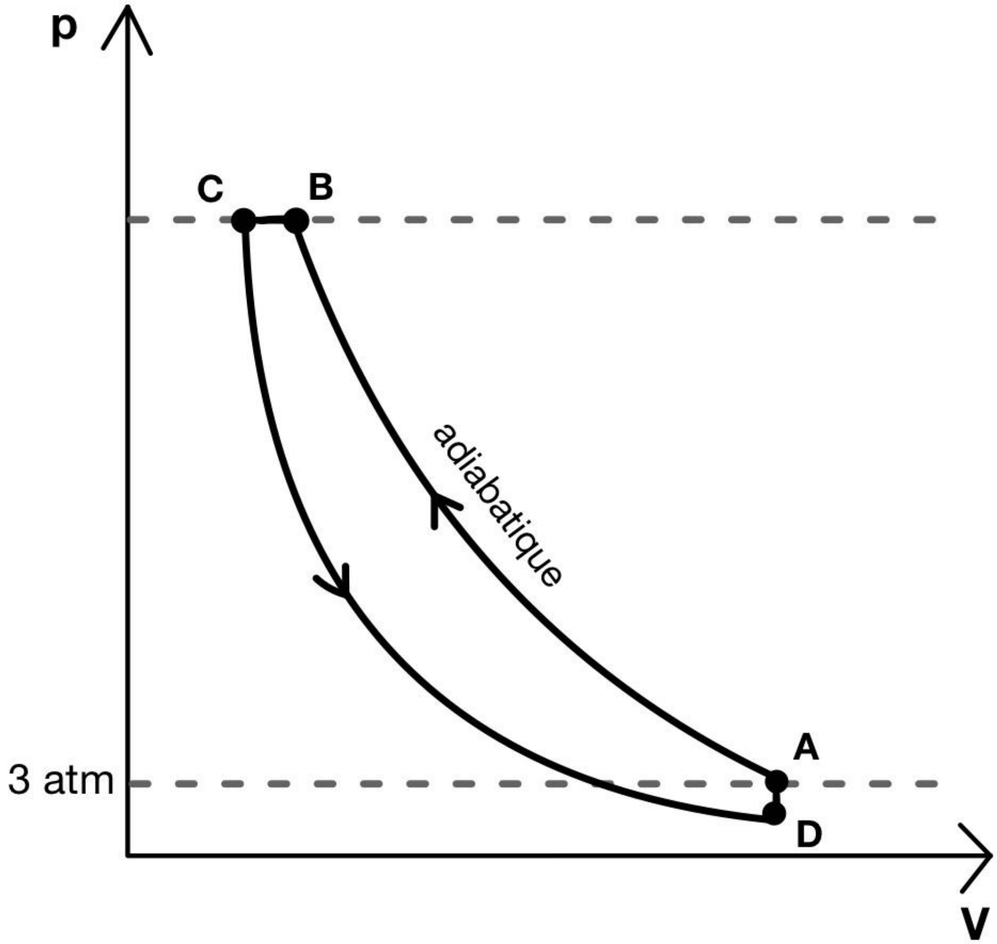

FIGURE 1 – cycle dans le diagramme P-V

a) Il est clairement dit dans la donnée que *toutes* les transformations sont une succession d'états proches de l'équilibre, donc elles peuvent *toutes* etre représentées dans le diagramme $p - V$ (Réponse **B.**). La figure ci-dessous représente ce cycle.

b) A ce stade de résolution de l'exercice, on peut répondre á cette question en regardant le sens de parcours du cycle. Le parcours est effectué dans le sens anti-horaire, il s'agit donc d'un cycle réfrigérateur (Réponse **D.**). On s'attend donc (et on le vérifiera) que le travail net soit negatif (i.e. le gaz utilise du travail pour fournir de la chaleur).

c) Réponse **C.**. La variation d'énergie globale d'un cycle est nulle car les points de départ et de fin correspondent et l'énergie interne est une variable d'état

d) Réponse **C.**. Lors du processus A $\to$ B, nous avons une compression adiabatique, donc

$$Q_{AB} = 0.$$

Le gaz diatomique á 350°C (suffisamment élevée pour que les vibrations soient possibles) a $\nu = 7$ degrés de liberté. C_V a la valeur $C_V = \frac{\nu}{2}R = \frac{7}{2}R = 29.05\,\mathrm{J}\times\mathrm{mol}^{-1}\times\mathrm{K}^{-1}$.

$$W_{AB} = -\Delta U_{AB} = -nC_V\Delta T = -n\frac{7}{2}R(T_B - T_A) = 5 * 29.05 * (525 - 350) = -25419\,\mathrm{J} < 0.$$

Le gaz reçoit du travail (le travail est fait sur le gaz).

Lors du processus B $\to$ C, nous avons un refroidissement isobare, donc :

$$W_{BC} = p_{B,C}(V_C - V_B)$$

Nous calculons V_B sachant que la transformation A $\to$ B est adiabatique.

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$
$$\Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{1}{\frac{2+\nu}{\nu}-1}} = \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{\nu}{2}} = \left(\frac{623}{798}\right)^{\frac{\nu}{2}}$$
$$V_A = \frac{nRT_A}{p_A} = \frac{5 \times 8.3 \times (350 + 273)}{3 \times 10^5} = 0.0862\,\mathrm{m}^3$$
$$V_B = \left(\frac{623}{798}\right)^{\frac{7}{2}} \times 0.0862 = 0.0362\,\mathrm{m}^3$$

Il ne reste plus qu'á calculer p_B et V_C.

$$p_B = \frac{nRT_B}{V_B} = \frac{5 \times 8.3 \times (798)}{0.0362} = 9.1398 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$$

Sachant que $p_C = p_B$ et $T_C = 553\mathrm{K}$:

$$V_C = \frac{nRT_C}{p_C} = \frac{5 \times 8.3 \times (553)}{9.1398 \times 10^5} = 0.0251\,\mathrm{m}^3$$

Enfin :

$$W_{BC} = p_{B,C}(V_C - V_B) = -10168\,\mathrm{J} < 0$$

En appliquant la premiére loi de la thermodynamique, nous savons que :

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} + W_{BC}$$

Pour un gaz parfait :

$$\Delta U_{BC} = nC_V(T_C - T_B) = -35586\,\mathrm{J} < 0$$

Donc :

$$Q_{BC} = -35586 - 10168 = -45754\,\mathrm{J} < 0$$

Le gaz reçoit du travail W_{BC} et libére une chaleur $|Q_{BC}|$.

Lors du processus C $\to$ D, nous avons un expansion isotherme, donc

$$\Delta U_{CD} = 0 \text{ (car } \Delta T = 0)$$
$$Q_{CD} = W_{CD} = nRT_{C,D} \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = 5 \times 8.3 \times 553 \times \ln\left(\frac{0.0862}{0.0251}\right) = 28302\,\mathrm{J} > 0$$

Le gaz reçoit une chaleur $|Q_{CD}|$. Le travail est effectué par le gaz.

Lors du processus D $\rightarrow$ A, nous avons un transformation isochore, donc :

$$W_{DA} = 0 \ \text{(car } dV = 0) \quad \text{et} \quad Q_{DA} = \Delta U_{DA} = nC_V \Delta T$$

$$Q_{DA} = \Delta U_{DA} = n\frac{7}{2}R(T_A - T_D) = 5 \times \frac{7}{2} \times 8.3 \times (350 - 280) = 10168\,\text{J} > 0.$$

Le gaz reçoit une chaleur $|Q_{DA}|$.

Lors du cycle complet, $\Delta U_{cycle} = 0$, le premier principe de la thermodynamique donne :

$$\Delta U_{\text{cycle}} = 0 = Q_{\text{cycle}} - W_{\text{cycle}} \Rightarrow Q_{\text{cycle}} = W_{\text{cycle}} = W_{\text{AB}} + W_{\text{BC}} + W_{\text{CD}} + W_{\text{DA}} = -7284.5\,\text{J} < 0$$

On vérfie donc bien que le travail net est negatif, la chaleur net échangée est positive. Le refrigérateur fournit de la chaleur et reçoit du travail.

e) Réponse **C.** Les chaleurs totale absorbée et libérée valent :

$$Q_{\text{abs.}} = Q_{AD} + Q_{CD} = 38469\,\text{J} \qquad \text{et} \qquad Q_{\text{lib.}} = Q_{BC} = -45754\,\text{J}.$$

f) Réponse **A.**. Les travaux totaux *fait par* et *fait sur* le gaz valent

$$W_{\text{par}} = W_{CD} = 28302\,\text{J} \qquad \text{et} \qquad W_{sur} = W_{AB} + W_{BC} = -35586\,\text{J}.$$

Statistiques – moyenne : 40.63/80