

Série 3 : Statistique, dilatation et gaz parfaits

Exercice 1 : Statistiques climatiques

Meteosuisse met à disposition des données⁽¹⁾ mensuelles (température, précipitations) pour plusieurs stations de mesures sur plus de 150 ans. Par exemple, ci-dessous est donnée la précipitation totale (en mm d'eau) d'un mois de février à Zürich au cours des décennies 1871-1880 et 2001-2010, 2011-2020 : Précipitation totale (mm) d'un mois de février à Zürich :

1871-1880	37.1	59.6	25.4	12.3	15.0	147.8	88.5	25.2	119.1	47.6
2001-2010	53.1	85.2	34.3	41.4	49.2	56.4	69.5	37.2	60.2	35.1
2011-2020	22.4	10.1	63.3	65.0	36.3	92.1	52.4	43.8	36.8	119.0

- a) Calculez la moyenne des précipitation de février pour chaque décennie, $\bar{a} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i$.
- b) Calculez la précipitation quadratique moyenne du mois de février⁽²⁾ pour chaque décennie, $a_{\text{rms}} = \sqrt{\bar{a}^2}$.
- c) Evaluez dans quelle décennie la variabilité des précipitations est la plus grande d'une année à l'autre.

Exercice 2 : Prolongation du métro M2

La ligne du métro M2 a une longueur de 5.9 km (mesurée un jour de température extérieure égale à 0 °C).

- a) Quelle sera sa longueur à 35 °C ?
- b) Supposez que les extrémités des rails (à Ouchy ainsi qu'aux Croisettes) sont fixées rigidement à 0 °C, empêchant toute dilatation. Quelle sera la contrainte⁽³⁾ dans le rail si sa température atteint 35 °C ? La voie ferrée est considérée sans virages.
- c) Le rail a une section de $A = 50 \text{ cm}^2$. Quelle sera la force de compression dans le rail ?
- d) Quelle serait la température provoquant la rupture du rail ?

Indication : $\alpha_{\text{acier}} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, module de Young de l'acier $E_{\text{acier}} = \frac{F}{A} \cdot \frac{L_0}{\Delta L} = 2.6 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ et tension de rupture⁽⁴⁾ : $\sigma_{\text{UTS}} = 1.175 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$.

1. <https://www.meteosuisse.admin.ch/services-et-publications/applications/ext/climate-tables-homogenized.html>

2. *root mean square* (rms) en anglais

3. *stress* en anglais, i.e. la force par unité de surface

4. *ultimate tensile strength* en anglais

Exercice 3 : Économiser avec la thermodynamique

Vous louez un chalet en Valais. Le chalet est chauffé grâce à une chaudière qui brûle du fioul (une huile de chauffage domestique dérivée du pétrole, aussi appelée « mazout » en Suisse et au Québec). Le réservoir de fioul est en acier et a une capacité de 500 litres lorsqu'il est à -10°C . Le réservoir est initialement vide et vous devez rendre le chalet avec le réservoir plein.

- Afin d'économiser de l'argent, quel type de jour choisissez-vous pour terminer la location si vous devez faire le plein et rendre le chalet le même jour : un jour d'hiver ($\text{à } -10^{\circ}\text{C}$) ou un jour d'été ($\text{à } 27^{\circ}\text{C}$) ? Combien économisez-vous si le fioul coûte 98 centimes par litre ?
- Par contre, si vous avez la possibilité de faire le plein du réservoir et de rendre le chalet à des jours différents, que feriez-vous ? Combien économisez-vous dans ce cas, par rapport au cas a) ?

Indication : Coefficient de dilatation thermique linéaire de l'acier $\alpha_{\text{acier}} = 11 \cdot 10^{-6} (\text{°C})^{-1}$. Le coefficient de dilatation thermique volumique du fioul est de l'ordre de $\gamma_{\text{fioul}} = 1 \cdot 10^{-3} (\text{°C})^{-1}$.

Exercice 4 : Le dernier souffle

Il y a 193 ans, le 5 mars 1827, Pierre-Simon de Laplace mourrait.

Estimez combien de molécules d'air de l'un de vos souffles (de 2 litres) étaient déjà présentes dans le dernier souffle de ce célèbre mathématicien. On estime que l'air est réparti uniformément sur Terre jusqu'à une altitude de 12 km. Ceci est aussi vrai pour les molécules du dernier souffle de notre illustre personnage. On suppose une température de l'air $T = 22^{\circ}\text{C}$. Considérez l'air comme un gaz parfait.

Indication : $1 \text{ atm} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Rayon de la Terre : $R_T = 6400 \text{ km}$; $N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Exercice 5 : Des calculs vitaux pour les plongeurs

Soit une bonbonne de plongée pleine, ayant une pression de 230 atmosphères à la température de 20°C . Le volume de la bonbonne est de 15 litres.

- Quel volume l'air contenu dans la bonbonne occuperait-il s'il était à 1 atmosphère et à la même température ?
- Avant d'entrer dans l'eau, une personne consomme 2 litres d'air à chaque inspiration, au rythme de 12 respirations par minute. À ce train, quelle autonomie lui donne une bonbonne si elle reste à la surface de l'eau ?
- À une profondeur de 20 m, la température n'est plus que de 10°C . Combien de temps dure la même bonbonne si l'on suppose que le rythme respiratoire ne change pas ?

Indication : Densité de l'eau de mer : $\rho = 1.025 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, $1 \text{ atm} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, la pression à une profondeur h est $P = P_0 + \rho gh$ où P_0 est la pression atmosphérique et $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.