

Série 01 : Ordres de grandeurs et introduction à la relativité

Indication : Faites les applications numériques après avoir trouvé une solution littérale complète.

Exercice 1 : Problème de Fermi à New York

Le prix Nobel de physique de 1938, **Enrico Fermi**, avait l'habitude d'aborder toutes sortes de problèmes scientifiques en commençant par une estimation de l'ordre de grandeur du résultat. Vous êtes invités à faire comme lui, voici un exercice du style « problèmes de Fermi ».

Combien d'accordeurs de piano y a-t-il à New York ?

1. Combien d'habitants y a-t-il à New York : 10^6 , 10^7 , 10^8 ?
2. Est-ce que chaque habitant possède un piano ?
3. Serait-il raisonnable d'affirmer que les personnes habitant seules ne possèdent pas de piano, mais que les familles en possèdent un ?
4. Combien de familles habitent NY : $1/2$, $1/5$, $1/20$ de la population totale ?
5. Est-ce que chaque famille possède un piano ? oui, $1/5$, $1/20$ des familles.
6. À partir des réponses données jusqu'ici, estimez le nombre de pianos à New York.
7. Combien de ces pianos sont-ils accordés à New York chaque année ?
8. Combien d'accordages sont-ils effectués : 80, 800, 8000 par accordeur et année ?
9. Alors, combien d'accordeurs de piano y a-t-il à New York ? Comparez votre résultat avec celui de vos collègues.

Exercice 2 : Ordre de grandeur

Estimez l'ordre de grandeur des réponses aux questions suivantes (en puissances de 10) en utilisant la technique de Fermi ci-dessus (test pour un entretien d'embauche comme « management consultant »...). Gardez cinq questions à faire chez vous.

1. Combien de temps prend une goutte d'eau sortant du lac Léman pour arriver à la Méditerranée ?
2. A quelle vitesse en km/h poussent les cheveux d'un jeune adulte ?
3. Combien de personnes sont-elles nées pendant l'heure qui a suivi votre propre naissance ?
4. Combien de dénivelé les étudiants de ce cours parcourent ensemble par semaine ?
5. Combien de passagers sont transportés quotidiennement par la compagnie SWISS (sachant qu'elle a une flotte d'environ 100 avions) ?
6. Quelle quantité d'eau est annuellement consommée par personne en Suisse (en ne comptant que les besoins ménagers) ?
7. Combien de fois le cœur d'un homme bat-il durant sa vie ? Quel volume de sang le cœur d'un homme pompe-t-il durant sa vie ?
8. Combien de crayons à mine userait-on pour tracer une ligne droite le long de l'équateur ?

9. Calculer la dimension minimale d'un objet sur la Terre pour être visible à l'oeil nu à partir de la Lune. **Indication** : Distance Terre-Lune : 380000 km.
10. Au cours de sa vie, combien de fois une personne fait le tour de la Terre en marchant ?
11. Combien de molécules d'eau existent sur notre planète ? **Indication** : poids molaire de l'eau $m_{\text{eau}} \simeq 18$ g/mol ; numéro de molécule d'eau par mole $N_A \simeq 6 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Exercice 3 : Temps de vol

Dans le référentiel de la Terre, un avion de surveillance vole entre Madrid et Moscou (distance entre les deux villes : 3400 km) à Mach⁽¹⁾ 2. Vous pouvez admettre une vitesse du son dans l'air de 340 m/s. Un observateur situé au sol ainsi que le pilote mesurent chacun le temps de vol.

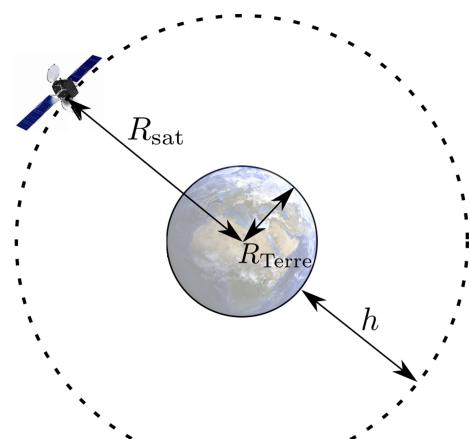
- a) Laquelle des deux mesures de temps de vol correspond à un temps propre ?
- b) Quel est le temps de vol pour l'observateur situé au sol ?
- c) Quel est le temps de vol pour le pilote de l'avion ?

Indication : Si vous n'avez pas de calculette, vous aurez besoin des développements limités suivant :

$$\varepsilon \ll 1 \Rightarrow \sqrt{(1 - \varepsilon)} \simeq 1 - \frac{1}{2}\varepsilon$$

Exercice 4 : Global Positioning System (GPS)

Le système GPS (32 satellites de l'armée US en orbite à un hauteur du sol $h = 20.000 \text{ km}$, coût : ~ 20 milliards de CHF) permet de déterminer la position exacte ($\pm 10 \text{ m}$) d'un appareil dans un véhicule. L'appareil mesure le temps de vol d'une onde électromagnétique, signal émis par les différents satellites, en connaissant le moment exact de l'émission. Pour connaître précisément ce temps d'émission, les satellites sont équipés à bord d'horloges atomiques, mais ils bougent à grande vitesse et sont donc sujets aux effets relativistes. Supposons que les horloges des satellites et sur Terre soient parfaitement synchronisées un moment donné sans erreur, estimatez l'erreur Δt_{err} de désynchronisation après un jour (mesuré dans le référentiel de la Terre), imposée par la relativité restreinte et la simple dilatation du temps, sachant que les satellites tournent 2 fois autour de la terre par jour. Quelle serait donc l'erreur pour la mesure du temps de vol des ondes et donc sur la position d'un véhicule ? Faites l'hypothèse que les satellites sont des référentiels inertiels.



Exercice 5 : Deux aspects curieux de la relativité

- a) Si un corps émet des ondes sonores, ou des vagues sur l'eau, il se trouve au centre de ces ondes seulement lorsqu'il est au repos. Et si le corps émet de la lumière ?

1. Le *nombre de Mach* est un nombre sans dimension qui exprime le rapport de la vitesse d'un objet sur la vitesse du son mesurée dans le milieu dans lequel l'objet évolue. (voir Giancoli, p. 435)

- b) Écho sonore ou de lumière : Nous sommes dans le dernier wagon d'un train qui voyage à 250 km/h, et dont la locomotive a une paroi réfléchissante (pour le son comme pour la lumière). Nous allumons une torche et en même temps nous lançons un cri vers la tête du train. Nous détectons l'écho sonore 1.999998 s après avoir détecté le retour de la lumière. Calculer la longueur du train.

Indication : Vitesse du son dans l'air : $v_{son} \approx 300\text{m/s}$.