

19 mars 2025

Exercice 1: Point triple de l'eau (Niveau 2-3)

On s'intéresse au point triple de l'eau.

- (a) Représenter schématiquement le diagramme de phase de l'eau sur un diagramme p-T en donnant les différents domaines et les points importants.
- (b) On place une masse $m_i = 1$ kg d'eau liquide dans un ballon isolé thermiquement (dewar), fermé hermétiquement et relié à une pompe. Initialement, on a pompé l'air et il ne reste plus que de l'eau et de la vapeur d'eau en équilibre à 20°C . On met la pompe en marche. Décrire qualitativement ce qui se passe.
- (c) Quelle est la masse d'eau Δm évaporée lorsque de la glace commence à se former?

$$\Delta m = \dots\dots\dots$$

Pour les applications numériques, on prendra:

Capacité calorifique de l'eau	C_p^{eau}	$=$	$1 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Chaleur latente de vaporisation	L_{vap}	$=$	$500 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1}$
Chaleur latente de fusion	L_{fus}	$=$	$80 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1}$

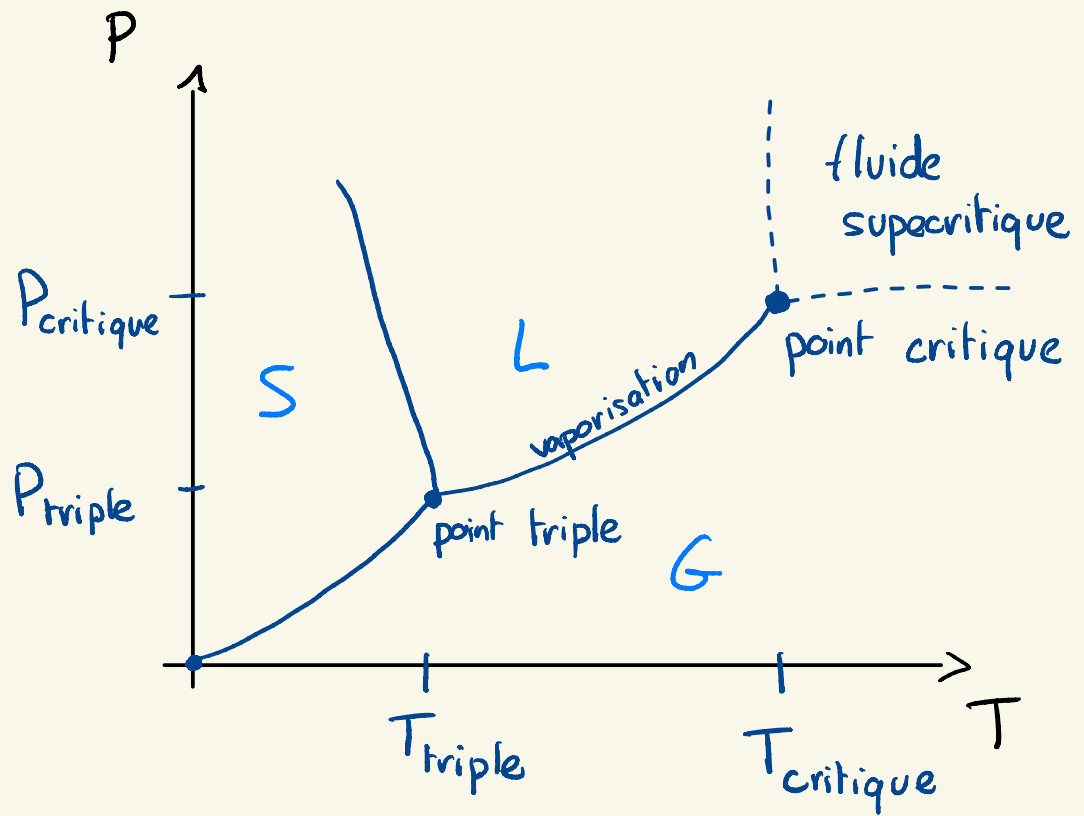
On donne également : $e^{-0.04} \simeq 0.96$

- (d) Quelle est la masse supplémentaire d'eau évaporée m_v jusqu'à ce qu'il ne reste plus d'eau liquide? On négligera dans un premier temps la sublimation de la glace en vapeur d'eau.

$$m_v = \dots\dots\dots$$

- (e) On prend maintenant en compte la sublimation de la glace en vapeur d'eau. On note L_{sub} la chaleur latente de sublimation. Montrer que le résultat de la question d) reste inchangé.
- (f) Tracer qualitativement l'évolution de la pression en fonction du temps en notant les étapes importantes. Tracer qualitativement sur la même courbe (couleur différente) l'évolution de la température avec le temps.
- (g) On arrête la pompe alors qu'il reste de la glace. L'isolation thermique du Dewar n'est pas parfaite, le système reçoit lentement de la chaleur. Décrire qualitativement l'évolution du système. Tracer l'évolution de la température et de la pression au cours du temps.

a) H_2O :



b) On a initialement un équilibre eau/ vapeur d'eau dans le ballon. En enclanchant la pompe la pression diminue et l'eau s'évapore pour compenser la perte de pression et atteindre à nouveau un équilibre. Sur le diagramme $p-T$, on se déplace sur la courbe de vaporisation jusqu'à atteindre le point triple ou de la glace se forme.

C) Il y a évaporation de l'eau. La chaleur nécessaire à ce processus:

$$\delta Q = L_{\text{vap}}^{\text{H}_2\text{O}} dm$$

Pour le système "eau-liquide": $\delta Q < 0$, il y aura une baisse de température:

$$\delta Q = c_p^{\text{H}_2\text{O}} m(t) dT$$

$$\Rightarrow L_{\text{vap}} dm = c_p m(t) dT$$

$$\int_i^f \frac{dm}{m} = \int_i^f \frac{c_p}{L_{\text{vap}}} dT$$

$$\ln\left(\frac{m_f}{m_i}\right) = \frac{c_p}{L_{\text{vap}}} (T_f - T_i)$$

$$m_f = m_i e^{\frac{c_p}{L_{\text{vap}}} (T_f - T_i)}$$

$$\text{On a donc } \Delta m = m_i - m_f = m_i \left[1 - e^{\frac{c_p^{\text{H}_2\text{O}}}{L_{\text{vap}}^{\text{H}_2\text{O}}} (T_f - T_i)} \right]$$

$$\text{A.N.: } \Delta m = 1000 \left(1 - e^{\frac{1}{500} (0 - 20)} \right) = 1000 (1 - 0,96) = 40 \text{ g}$$

d) De l'eau continue à s'évaporer, prenant de la chaleur et transformant de l'eau en glace.

Chaleur nécessaire à évaporer l'eau :

$$Q_v = m_v L_{\text{vap}}$$

Cette chaleur est prise de la transformation d'eau liquide en glace :

$$Q_g = m_g L_{\text{fus}}$$

$$Q_g = Q_v \Rightarrow m_v L_{\text{vap}} = m_g L_{\text{fus}}$$

A la fin, une masse m_f d'eau s'est transformée en vapeur d'eau et glace :

$$\begin{aligned} m_f &= m_v + m_g = m_v + m_v \frac{L_{\text{vap}}}{L_{\text{fus}}} \\ &= m_v \left(1 + \frac{L_{\text{vap}}}{L_{\text{fus}}} \right) \end{aligned}$$

$$m_v = m_f \left(1 + \frac{L_{\text{vap}}}{L_{\text{fus}}} \right)^{-1}$$

$$m_v = m_f \left(\frac{L_{\text{fus}}}{L_{\text{fus}} + L_{\text{vap}}} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{A.N. : } m_v &= (1000 - 40) \left(\frac{80}{80 + 500} \right) = 960 \cdot \frac{8}{58} \\ &= 960 \cdot \frac{4}{29} \simeq 133 \text{ g} \end{aligned}$$

e) Pour l'évaporation de l'eau :

$$m_v^{\text{évap}} L_{\text{vap}} = m_g^{\text{évap}} L_{\text{fus}}$$

Pour la sublimation de la glace :

$$m_v^{\text{sub}} L_{\text{sub}} = m_g^{\text{sub}} L_{\text{fus}}$$

$$\Rightarrow m_g^{\text{sub}} = m_v^{\text{sub}} \frac{L_{\text{sub}}}{L_{\text{fus}}}$$

La vapeur d'eau totale générée est donnée par :

$$m_v = m_v^{\text{évap}} + m_v^{\text{sub}}$$

La glace formée par :

$$m_g = m_g^{\text{évap}} + m_g^{\text{sub}} - m_v^{\text{sub}}$$

$$m_g = m_v^{\text{évap}} \frac{L_{\text{vap}}}{L_{\text{fus}}} + m_v^{\text{sub}} \frac{L_{\text{sub}}}{L_{\text{fus}}} - m_v^{\text{sub}}$$

$$= m_v^{\text{évap}} \frac{L_{\text{vap}}}{L_{\text{fus}}} + m_v^{\text{sub}} \left(\frac{L_{\text{sub}} - L_{\text{fus}}}{L_{\text{fus}}} \right)$$

Au point triple il y a coexistence des trois phases et

$$L_{\text{sub}} = L_{\text{vap}} + L_{\text{fus}}$$

$$\Rightarrow m_g = m_v^{\text{évap}} \frac{L_{\text{vap}}}{L_{\text{fus}}} + m_v^{\text{sub}} \frac{L_{\text{vap}}}{L_{\text{fus}}}$$

$$m_g = m_v \frac{L_{\text{vap}}}{L_{\text{fus}}}$$

