

20 mars 2025

Série 5 : Gaz de Van der Waals, transitions de phase

Exercice 1: Gaz parfait versus gaz de Van der Waals au point critique (Niveau 2-3)

Pour un processus à température constante, la courbe $p - V$ d'une substance pure a un point-selle au point critique (au-dessus de la température critique, une substance reste à l'état gazeux quelle que soit la pression). L'identification de ce point critique est l'un des succès de la théorie de Van der Waals. Les facteurs a et b de l'équation de Van der Waals (a est lié à la force d'attraction des molécules à courte distance, b au volume occupé par une mole de la substance) peuvent être estimés quantitativement lorsque le point critique de la substance considérée est connu. Pour l'eau, le point critique est à $T_c = 647 \text{ K}$ et $p_c = 221 \text{ bar}$.

Calculez la température de la vapeur pour une pression de 130 bar et un volume spécifique (ou massique) de $0.05 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$ en considérant la vapeur :

- (a) comme un gaz parfait;
- (b) comme un gaz réel, décrit par l'équation de Van der Waals.

Comparez les deux résultats.

Indications: Notez que la masse molaire de l'eau est $M = 18 \text{ g mol}^{-1}$. Utilisez l'équation de Van der Waals sous sa forme molaire : $\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$, avec $v = V/n$. Au point-selle de l'isotherme à la température critique : $\frac{\partial p}{\partial v} = 0$ et $\frac{\partial^2 p}{\partial v^2} = 0$.

N.B: un point-selle est un point d'inflexion particulier où, en plus de la dérivée première, la dérivée seconde s'annule aussi.

Exercice 2: Petit tour des chaleurs latentes (Niveau 1)

Démontrer que la chaleur latente de sublimation d'un corps pur quelconque est plus grande que sa chaleur latente d'évaporation. En déduire que la pente de la courbe de sublimation est plus élevée que celle de la courbe d'évaporation pour un corps pur quelconque. *Astuce: Considérer un cycle de transformation solide \rightarrow liquide \rightarrow gaz \rightarrow solide au voisinage du point triple du corps pur considéré. Utiliser ensuite le fait que la variation d'énergie totale (dans ce cas la chaleur) au cours du cycle est nulle (on le verra plus tard durant le cours).*

Exercice 3: Déshumidifier votre cave (Niveau 1-2)

Si vous voulez garder votre vin dans un bon état dans la région lausannoise qui est particulièrement pluvieuse et humide, vous devez installer un déshumidificateur dans votre cave. Si la cave a une surface de 45 m^2 et une hauteur de 3 m , combien de litres d'eau doivent être évacués pour faire descendre l'humidité relative de 90% à une valeur acceptable de 35% ? Supposez que la température dans la cave est de 13°C , environ, ce qui correspond à une pression de vapeur saturante de l'eau de 1.5 kPa .

Exercice 4: Dialogue avec mon jardinier (Niveau 3)

Un jour d'avril on relève les températures suivantes:

Heure	12h	14h	16h	18h	20h	22h	24h	2h	4h	6h
Température [$^\circ \text{C}$]	19	20	18	13	8	4	1	-1	-2	1

L'humidité relative à 14h est de 30%.

- Tracez l'allure de la température au cours du temps.
- A quel moment la rosée va-t-elle se former ?
- Quelle quantité d'eau va se condenser en rosée jusqu'au matin ? Comparer cela à une petite averse (0,1 mm).
- Pourquoi le jardinier est-il content de voir la rosée même s'il a bien plu la veille? Indication: Pour ce point, il faudra utiliser l'expression de la chaleur en fonction d'une différence de température $Q = C_{Vm}\Delta T$, avec C_{Vm} la capacité thermique massique de l'élément considéré. *Données:*
 - La pression de vapeur saturante suit entre 0 et 20°C la loi suivante:

$$P_{sat}(T) = a_0 + a_1 T,$$

avec $a_0 = 531 \text{ Pa}$ et $a_1 = 86 \text{ Pa}^\circ\text{C}^{-1}$, et où la température de l'air T est donnée en °C.

- La chaleur latente de liquéfaction de la vapeur d'eau vaut $L_{liq} = -500 \text{ cal g}^{-1}$.
- La capacité thermique massique de l'air vaut $C_{Vm} = 240 \text{ cal kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Exercice 5: Réchauffement climatique (Niveau 2)

Le problème du réchauffement global est lié à la production et à l'injection dans l'atmosphère de grandes quantités de CO_2 . Ceci provoque un effet de serre, qui donne lieu à une augmentation globale des températures sur Terre. Ici nous estimons les ordres de grandeur d'une des conséquences catastrophiques de ce réchauffement, à savoir l'augmentation du niveau des mers et océans.

En considérant une augmentation globale de température de 1°C quels sont les mécanismes qui contribueraient à l'augmentation du niveau des mers et océans? De combien le niveau augmenterait-il? Faites des approximations très simples pour avoir une idée de l'ordre de grandeur de l'effet de chacun de ces mécanismes, en supposant que seulement les glaciers situés en dessous du seuil de neige éternelle ($\approx 2\%$ de l'eau totale sous forme solide) sont touchés par le réchauffement global.

Indications: Volume des réserves terrestres d'eau sous forme solide : $V_g = 24 \times 10^6 \text{ km}^3$. Surface de la Terre: $S_T = 5.1 \times 10^8 \text{ km}^2$. Approximation du coefficient de dilatation volumique de l'eau à env. 15°C: $\beta = 2 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Masse volumique de la glace: $\rho_{glace} = 917 \text{ kg m}^{-3}$.

¹<https://www.climate.gov/news-features/understanding-climate/climate-change-global-sea-level>

²http://unfccc.int/files/essential_background/convention/application/pdf/french_paris_agreement.pdf

³<https://unfccc.int/news/cop26-reaches-consensus-on-key-actions-to-address-climate-change>