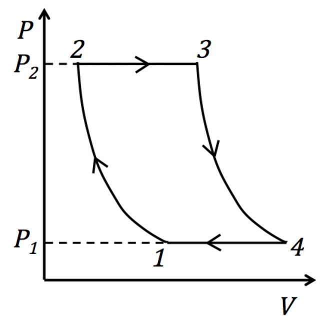
08 mai 2025

Série 11 : Cycles et machines thermiques, diffusion

Exercice 1: Moteur de Joule ou cycle de Brayton (Examen 2017) (*Niveau 2*)

On considère une machine thermique, utilisant comme fluide un gaz parfait de coefficient adiabatique $\gamma = 1,4$, qui fonctionne selon le cycle indiqué dans la figure ci-contre. Les transformations de ce cycle, dit moteur de Joule ou cycle de Brayton, sont quasi-statiques et composées de deux transformations adiabatiques, 1→2 et 3→4, et de deux transformations isobares, 2→3 et 4→1, au cours desquelles le gaz se met progressivement à l'équilibre thermique avec la source chaude à température $T_3 = 600\,\mathrm{K}$ ou la source froide à $T_1 = 300\,\mathrm{K}$. La pression à l'état 1 et à l'état 2 sont respectivement $P_1 = 1\,\mathrm{bar}$ et $P_2 = 4\,\mathrm{bar}$. On considérera une mole de gaz $(n = 1)$ et on notera C_P la capacité calorifique à pression constante, C_V la capacité calorifique à volume constant et R la constante des gaz parfaits.



(a) Le cycle correspond-il à un moteur thermique ou à une machine frigorifique?

(b) Trouver les expressions de la chaleur Q et du travail W échangés au cours du cycle en fonction des températures T_1, T_2, T_3 et T_4.

(c) Calculer l'efficacité de cette machine en fonction des températures T_1, T_2, T_3 et T_4 des points 1, 2, 3 et 4

Pour l'application numérique, on utilisera $0.25^{-0.4/1.4} \approx 1.5$ *et* $4^{-0.4/1.4} \approx 0.67 \approx \frac{2}{3}$.

(d) Comparer l'efficacité du cycle du moteur de Joule avec celle d'un cycle de Carnot entre les mêmes sources aux températures T_1 et T_3.

(e) Exprimer l'efficacité de cette machine en fonction du taux de compression $a = \frac{P_2}{P_1}$.

Exercice 2: L'importance de la cuillère (*Niveau 1*)

Lors du dernier cours de physique, vous avez étudié la loi de Fick qui met en relation le courant volumique de particules $J_n(r,t)$ et le gradient de la concentration $n_v(r,t)$. Sachant que le coefficient de diffusion $D = 0,52 \times 10^{-9}$ m^2/s pour le sucre dans l'eau, déterminer l'ordre de grandeur de la durée de diffusion d'un morceau de sucre dans une tasse de café de 5 cm de diamètre. *On se contentera ici d'un raisonnement faisant intervenir uniquement les ordres de grandeurs spatiaux et temporels du phénomène (moins précise que celle vue en cours).*

Exercice 3: Diffusion dans un réacteur nucléaire unidimensionnel (Niveau 2)
Le cœur d'un réacteur nucléaire est caractérisé par un taux de production de neutrons $\sigma_n = n_v/\tau_{in}$, où n_v est la densité volumique de neutrons et τ_r une durée caractéristique de la création de neutrons.

(a) On suppose qu'aux extrémités du réacteur, $x = -L/2$ et $x = L/2$, la densité volumique de neutrons est nulle. Établir l'équation différentielle à laquelle satisfait n_v en régime stationnaire, ainsi que sa solution. En déduire une relation entre L et la quantité $l_{in} = (D\tau_{in})^{\frac{1}{2}}$.

(b) On veut maintenant modéliser la densité de neutron à l'extérieur du réacteur. Supposons maintenant que sur la paroi du réacteur, la densité volumique de neutrons est égale à un pour cent de sa valeur maximale dans le coeur (et non pas 0 comme dans a)). On introduira la quantité $l_{ex} = (D\tau_{ex})^{\frac{1}{2}}$. À l'extérieur du cœur, les neutrons sont absorbés ; le taux de création de neutrons est négatif : $\sigma_n = -n_v/\tau_{ex}$. Quelle est, en régime stationnaire, l'expression $n_v(x)$ à l'extérieur du réacteur (pour $x \in [\frac{L}{2}, +\infty]$) ? On suppose que,

(c) Sachant que, dans le béryllium, $l_{ex} = 21.2\,\mathrm{cm}$ et $D = 176\,\mathrm{m^2 s^{-1}}$, quelle est la durée moyenne au bout de laquelle un neutron est absorbé par le modérateur (béryllium).