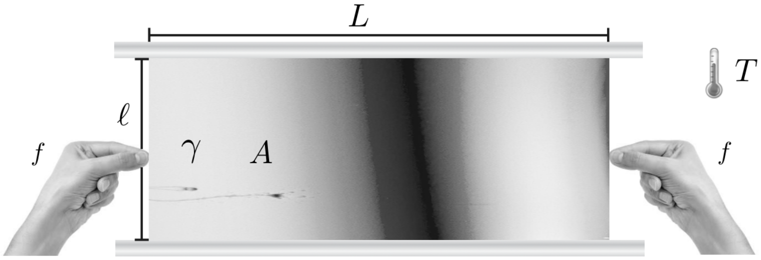
Exercice 1 *Tension de surface dans un film*



On considère une lame de savon dans un plan horizontal. Les bords gauche et droit de la lame sont soumis à une force résultante symétrique d'intensité totale f définie positive pour un accroissement de la surface A de la lame. La largeur de la lame ℓ est fixée et sa longueur L peut varier. La lame est considérée comme un système fermé constitué d'une seule substance chimique.
Lorsque le film est maintenu par 3 côtés fixes et un côté mobile, la force f nécessaire pour le maintenir est proportionelle à la longueur l du côté mobile, le facteur de proportionalité est γ, appelé tension superficielle.

$$f = \gamma l$$

γ dépend uniquement du matériau composant le film ainsi que de sa température et de son aire totale. C'est donc une fonction d'état.

a. montrer que le travail reçu par le film pour une augmentation d'aire dA est $\delta W = \gamma dA$

☞ La différentielle de l'énergie interne s'écrit donc :

$$dU\left(S,A\right) = \delta Q + \delta W = T\,dS + \gamma\,dA$$

On définit le module de Young E de la lame et le coefficient d'élongation thermique α comme,

$$E = \ell\,\frac{\partial \gamma\left(T,A\right)}{\partial A} > 0 \qquad \text{et} \qquad \alpha = \frac{1}{A}\,\frac{\partial A\left(T,\gamma\right)}{\partial T} > 0$$

Les grandeurs E et α sont considérées comme des constantes et positives.

b. On considère que la lame subit une variation infinitésimale de température dT et de tension de surface $d\gamma$. Exprimer alors dA en foction de $d\gamma$, dT, E, α, l et A.

c. A l'aide de transformations de Legendre de l'énergie interne $U\left(S,A\right)$, déterminer les différentielles de l'énergie libre $dF\left(T,A\right)$, de l'enthalpie $dH\left(S,\gamma\right)$ et de l'énergie libre de Gibbs $dG\left(T,\gamma\right)$ explicitement en fonction de S, T, A et γ.

d. pour une transformation réversible à γ constante, montrer que $\delta Q = dH$

e. pour une transformation réversible à T constante, montrer que $\delta W = dF$

☞ On définit C_A et C_γ les chaleurs spécifiques à surface et tension superficielle constantes.

$$C_A = T\,\frac{\partial S\left(T,A\right)}{\partial T} \qquad C_\gamma = T\,\frac{\partial S\left(T,\gamma\right)}{\partial T}$$

et les chaleurs latentes d'élongation et de tension L_A et L_γ

$$L_A = T\,\frac{\partial S\,(T,A)}{\partial A} \qquad L_\gamma = T\,\frac{\partial S\,(T,\gamma)}{\partial \gamma}$$

f. Exprimer les chaleurs latentes L_A et L_γ explicitement en fonction du module de Young E et du coefficient d'élongation thermique α.

g. Etablir la relation de Mayer qui lie les chaleurs spécifiques C_A et C_γ explicitement en fonction du module de Young E et du coefficient d'élongation thermique α pour un transfert infinitésimal de chaleur δQ pris réversible.

Solutions

Solution 1