Exercice 1 *Plongeur*
Un plongeur en apnée doit palmer pour arriver à descendre depuis la surface, mais à partir d'une certaine profondeur, il commence à couler et doit au contraire palmer pour remonter. La densité moyenne d'un corps humain dépend, entre autres, du volume V_{gaz} occupé par les gaz présents dans son corps (principalement air dans les poumons). On considère un plongeur à une profondeur h par rapport à la surface d'un lac ou de la mer de densité volumique ρ. Soit 37 °C la température du plongeur, $m = 80$ kg sa masse, et $V = V_0 + V_{\text{gaz}}$ son volume, où V_0 est le volume constant occupé par les tissus incompressibles mais déformables du plongeur (muscles, os, graisse, *etc.*). On estime que la densité des tissus est $\rho_0 = m/V_0 = 1\ 060$ kg/m^3, et qu'approximativement $n = 0,25$ mol de gaz sont contenues dans ses poumons. La pression à la surface est $p_0 = 10^5$ Pa. Calculer la profondeur limite h_0 pour laquelle le plongeur n'est plus poussé vers le haut et se met à couler à pic, s'il plonge dans un lac ($\rho = 1\ 000$ kg/m^3) ou dans la mer ($\rho \approx 1\ 025$ kg/m^3).

Exercice 2 *Limite à la compressibilité brutale d'un gaz*
Soit un gaz parfait de coefficient adiabatique γ, de capacité calorifique molaire à volume constant c_V et c_p à pression constante. Un piston contient n moles de ce gaz à la pression p_0 et la température T_0 dans le volume V_0. On comprime le piston pour arriver à p_1, V_1 et T_1. On appelle $k = p_1/p_0$ le taux de compression et $a = V_0/V_1$ le rapport volumétrique.

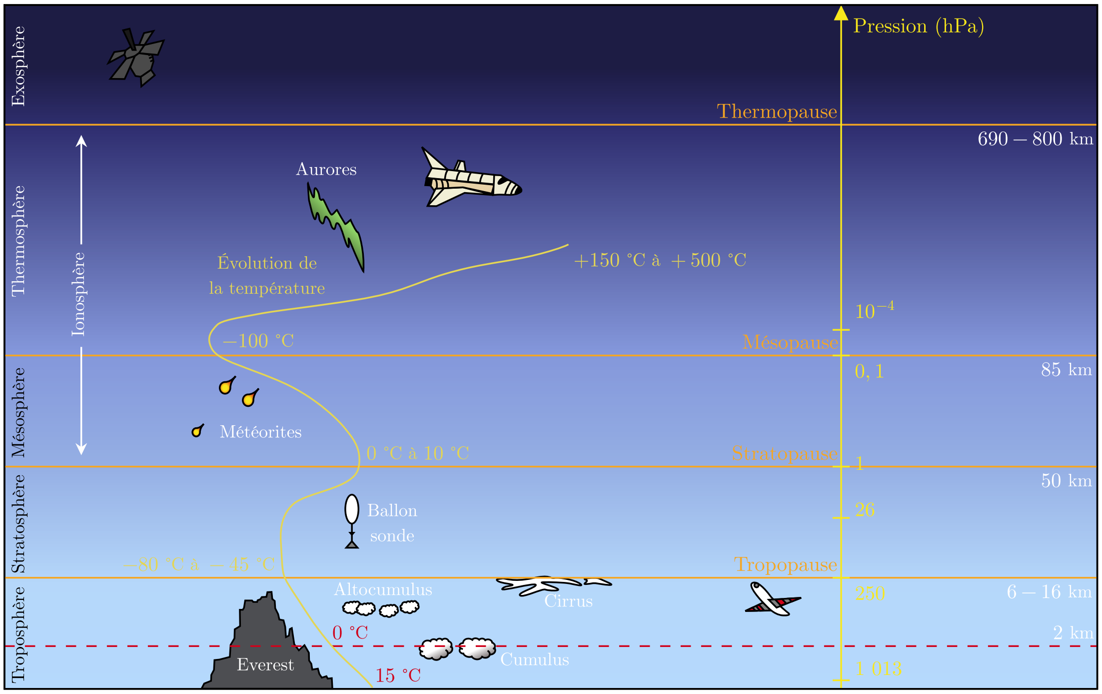
1. Calculer a en fonction de k pour :
   — une compression isotherme réversible ;
   — une compression adiabatique réversible ;
   — une compression adiabatique irréversible directement à la pression p_1.

   Montrer que dans le cas de la compression adiabatique brutale, a tend vers une valeur finie quand k tend vers l'infini.
2. Calculez la température finale T_1 en fonction de γ, k et T_0 pour la compression brutale. A.N. : pour $\gamma = 5/3$, $k = 10$ et $T_0 = 300$ K.
3. Quelle est la valeur de T_1 dans la cas limite où $p_1 = 0$ (c'est-à-dire $k = 0$), soit une détente brutale ? On ne retrouve pas le comportement de la détente de Joule & Gay-Lussac vue en cours (détente irréversible dans le vide), à votre avis pourquoi ?

Exercice 3 *Modèle de pression atmosphérique*
On s'intéresse dans cet exercice à la variation de la pression et de la température atmosphériques en fonction de l'altitude. On considère l'air comme un gaz parfait de masse molaire M et coefficient adiabatique $\gamma = 1,4$. La portion de l'atmosphère comprise entre la surface de la Terre et environ 20 km d'altitude se compose de deux couches. La première, que l'on nomme la troposphère, présente une variation considérée « adiabatique » de la température en fonction de l'altitude, c'est à dire que le couple (pression, température) suit la loi de Laplace. La seconde couche correspond à la stratosphère, nommée ainsi en raison de sa forte stratification (l'air n'y bouge presque pas, il n'y a quasiment aucun mouvement ascendant ou descendant). La température de l'air y est pratiquement constante en fonction de l'altitude.

1. Montrer que la relation à l'équilibre entre dp et dh s'écrit

$$\mathrm{d}p = -\rho g \, \mathrm{d}h \,.$$



2. Trouver la pression dans la troposphère à une altitude h quelconque, $p_{\text{tropo}}(h)$, et en dériver l'expression de la température en fonction de l'altitude. En utilisant les valeurs $\rho_0 = 1,23$ kg/m^3 et $p_0 = 10^5$ Pa, calculer le taux de variation de la température avec l'altitude et, à l'aide d'un développement limité pour de petites valeurs de h (*i.e.* proche du sol), puis le taux de variation de la pression avec l'altitude.
3. Donner le profil de température et de pression dans la stratosphère.

Exercice 4 *Calculs usuels pour un gaz parfait*
On considère n moles de gaz parfait de coefficient γ subissant une transformation réversible d'un état 0 : (p_0, T_0, V_0) à un état 1 : (p_1, V_1, T_1). Calculer les grandeurs Q, W, ΔU, ΔH et ΔS pour les quatre transformations usuelles : adiabatique, isotherme, isochore et isobare. Compléter le tableau ci-dessous.

	Adiabatique	Isotherme	Isochore	Isobare
Q				
W				
ΔU				
ΔH				
ΔS				

Attention : pour certains cas, le résultat obtenu reste valable même en supprimant certaines de contraintes (gaz parfait et/ou transformation réversible) Il est important que ce soit bien clair pour vous. L'indiquer dans le tableau lorsque c'est le cas. Suivant les cas, les variables les plus simples seront p, V ou T, et il est possible que vous ayez besoin de C_V ou C_p.

Exercice 5 *Thermodynamique de l'élastique*

On considère un élastique de longueur L dont les extrémités sont soumises à une force élastique résultante symétrique d'intensité totale f définie positive pour une élongation positive de l'élastique. L'élastique est considéré comme un système simple constitué d'une seule substance chimique. On suppose donc que le travail effectué par la force symétrique d'intensité f est réversible, ce qui signifie que la norme de la tension de l'élastique est égale à f. Ainsi, l'intensité de la force f peut être considérée comme variable d'état et le travail infinitésimal effectué sur l'élastique par la force d'intensité f s'écrit

$$\delta W = f\,\mathrm{d}L\,.$$

La différentielle de l'énergie interne s'écrit

$$\mathrm{d}U\left(S,L\right) = \delta Q + \delta W = T\,\mathrm{d}S + f\,\mathrm{d}L\,.$$

Le coefficient de dilatation à force constante α_f et le coefficient de compressibilité isotherme κ_T de l'élastique sont définis comme

$$\alpha_f = \frac{1}{L}\frac{\partial L\left(T,f\right)}{\partial T} < 0 \quad \text{et} \quad \kappa_T = \frac{1}{L}\frac{\partial L\left(T,f\right)}{\partial f} > 0\,.$$

1. Exprimer la différentielle de la longueur $\mathrm{d}L\left(T,f\right)$ en fonction du coefficient de dilatation à force constante α_f et du coefficient de compressibilité isotherme κ_T.
2. Déterminer l'expression de la capacité thermique à longueur constante C_L et de la capacité thermique à force constante C_f en fonction des fonctions entropies $S\left(T,L\right)$ et $S\left(T,f\right)$ respectivement.
3. Déterminer les différentielles de l'énergie libre $\mathrm{d}F\left(T,L\right)$ et de l'énergie libre de Gibbs $\mathrm{d}G\left(T,f\right)$.
4. Montrer que la chaleur infinitésimale δQ fournie à l'élastique peut être écrite en termes des capacités thermiques comme

$$\delta Q = C_f\,\mathrm{d}T + \alpha_f A T\,\mathrm{d}f \quad \text{et} \quad \delta Q = C_L\,\mathrm{d}T + \frac{\alpha_f}{\kappa_T}T\,\mathrm{d}L\,.$$

5. Montrer que les capacités thermiques C_L et C_f sont liées par la relation de Mayer

$$C_f - C_L = \frac{\alpha_f^2}{\kappa_T}TL\,.$$