Exercice 1 *Entropie comme fonction d'état*
Considérons un système simple, composé d'une seule substance. Soit N le nombre de moles de cette substance, U l'énergie interne et V le volume du système. Soit E_0 et V_0 des constantes dont les unités respectives sont une énergie par mole et un volume. Enfin R est la constante des gaz parfait. Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont des candidates à être l'entropie du système ?

1. $$S(U,V,N) = NR\ln\left(1+\frac{U}{NE_0}\right)+\frac{RU}{E_0}\ln\left(1+\frac{NE_0}{U}\right)$$

2. $$S(U,V,N) = \frac{RU}{E_0}\mathrm{e}^{-\frac{UV}{NV_0E_0}}$$

3. $$S(U,V,N) = \frac{RU}{(V^3/V_0^3)E_0}$$

4. $$S(U,V,N) = RN^{2/5}\frac{U^{3/5}V^{2/5}}{E_0^{3/5}V_0^{2/5}}$$

Exercice 2 *Adiabatique réversible d'un gaz parfait*
On considère une enceinte isolée thermiquement, fermée par un piston mobile sans frottements, contenant n moles de gaz parfait. L'énergie interne du gaz s'exprime $U = cpV$ avec c une constante. Montrer que lors d'une transformation adiabatique réversible $pV^\gamma = \text{cte}$ avec $\gamma = (c+1)/c$.
Remarque : nous reviendrons sur ce « mystérieux » coefficient c dans le chapitre sur la calorimétrie, et nous justifierons le fait d'avoir affirmé qu'il est constant dans le chapitre sur le gaz parfait.

Exercice 3 *Travail et chaleur échangées au cours d'un cycle*
On considère une mole de gaz parfait dans une enceinte fermée, permettant des transformations réversibles isothermes isochores ou isobares. On fait passer le gaz d'un état A dont les variables d'état sont p_1, V_1, T_1 à un état B avec variables d'état $p_2, V_2 = V_1/2$ et $T_2 = T_1$ par deux chemins :

— un chemin A-B isotherme réversible ;

— un chemin A-C-B avec A-C isobare et C-B isochore réversibles.

1. Représenter les transformations du gaz dans un digramme (p, V).
2. Calculer le travail reçu par le gaz sur chacun des chemin. Sont-ils égaux ?

On fait maintenant subir au gaz un cycle A-B-C-A en renversant la deuxième transformation.

3. Que vaut le travail total W_{cycle} sur le cycle ?
4. Que vaut ΔU sur le cycle ?
5. En déduire la chaleur reçue par le gaz sur le cycle.

Exercice 4 *Compression et détente réversible/irréversible*
Nous allons analyser l'expérience suivante. Un cylindre diatherme contenant un gaz parfait est maintenu dans un bain à température T_0. Initialement le gaz est à (p_0, V_0, T_0). On peut comprimer le gaz en déposant sur le dessus de la plate-forme une masse M. Cette masse peut être soit déposée d'un coup, soit mise très progressivement en faisant doucement couler du sable. Une fois la masse M déposée, la pression extérieure est p_1, le volume V_1. On appelle

- (a) le chemin au cours duquel on dépose doucement le sable ;
- (b) le chemin au cours duquel on place directement la masse puis on laisse la température s'équilibrer à T_0.

On s'intéresse au travail mécanique et à la chaleur fournie sur le système pendant les processus (a) et (b).

1. Par quelle(s) transformation(s) peut-on modéliser le trajet (a) et le trajet (b) ?
2. Calculer W_{if} pour le trajet (a) et pour le trajet (b). On les note $W_{\text{if}}^{(\text{a})}$ et $W_{\text{if}}^{(\text{b})}$.
3. Comparer $W_{\text{if}}^{(\text{a})}$ et $W_{\text{if}}^{(\text{b})}$. Que peut-on en conclure pour $Q_{\text{if}}^{(\text{a})}$ et $Q_{\text{if}}^{(\text{b})}$?

Maintenant on fait le « trajet inverse ». Pour le cas (a), on appelle le trajet inverse (a') et pour le cas (b), le trajet inverse (b'). C'est à dire que pour (a') on retire progressivement le sable, alors que pour (b') on enlève la masse d'un coup.

4. Calculer $W_{\text{if}}^{(\text{a'})}$ et $W_{\text{if}}^{(\text{b'})}$ puis les comparer.
5. Que vaut $W_{\text{if}}^{(\text{a})+(\text{a'})}$ et $W_{\text{if}}^{(\text{b})+(\text{b'})}$ sur chacun des cycles ? En déduire $Q_{\text{if}}^{(\text{a})+(\text{a'})}$ et $Q_{\text{if}}^{(\text{b})+(\text{b'})}$.

Exercice 5 *Chauffage réversible d'un gaz parfait connecté à un ressort.*
Soit un piston de masse négligeable coulissant sans frottement dans un cylindre d'aire A et attaché à un ressort dont la constante de rappel est k (Fig. 1). Lorsque le cylindre est vide, le piston se trouve en position x_0. On le remplit d'un gaz parfait qui satisfait la loi

$$pV = NRT\,.$$

L'énergie interne du gaz est donnée par

$$U = cNRT, \quad c > 0\,.$$

Les quantités $c > 0$ et $R > 0$ sont des constantes. Maintenant, on chauffe le gaz et on remarque que le piston se déplace jusqu'à une position finale à l'équilibre x_{f}. On suppose que ce processus est réversible et que le gaz est un système simple. Supposons enfin que tout le système se trouve dans une enceinte à vide, c'est-à-dire que la pression dans l'enceinte est nulle.

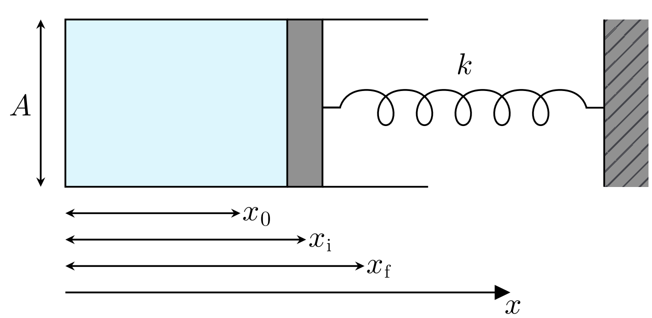

FIGURE 1 – Un piston enfermant un gaz passe de la position x_{i} à la position x_{f}, lorsque le gaz contenu dans le cylindre est chauffé. Le piston est retenu par un ressort de constante élastique k. La position au repos du ressort est x_0.

1. Déterminer le volume V_a, la pression p_a et la température T_a du gaz en position d'équilibre a en termes des paramètres k, A, x_0, x_a.
2. Montrer que la dérivée de la pression p par rapport au volume V vérifie
$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V} = \frac{k}{A^2}\,.$$
3. Déterminer le travail $-W_{\mathrm{if}}$ effectué par le gaz sur le ressort lorsque le piston se déplace de x_{i} à x_{f} en termes des paramètres k, x_{i} et x_{f}.
4. Déterminer la variation d'énergie interne ΔU_{if} du gaz lorsque le piston se déplace de x_{i} à x_{f} en termes des paramètres k, c, x_{i}, x_{f}.