

**Exercice 1** *Dérivées totales*

Soit  $a \in \mathbb{R}$  une constante. Est-ce que la différentielle  $\delta g(u, v, w)$  suivante est totale ?

$$\delta g(u, v, w) = \frac{av}{w} \cos(uv) du + \frac{au}{w} \cos(uv) dv - \frac{a}{w^2} \sin(uv) dw$$

Si oui, pouvez-vous déterminer  $g(u, v, w)$  ?

**Exercice 2** *Coefficient de dilatation*

Le coefficient de dilatation isobare ou coefficient de dilatation à pression constante,  $\alpha$ , donne l'augmentation relative du volume d'un corps lorsque la température varie à pression constante.

1. Donner l'expression de  $\alpha$  à l'aide de variables d'état et de leurs dérivées partielles.
2. Que vaut  $\alpha$  pour :
  - (a) un gaz parfait

$$pV = nRT ;$$

- (b) le gaz d'équation d'état

$$p(V - nb) = nRT ;$$

- (c) un gaz de Van der Waals

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT .$$

3. Le coefficient de dilatation à pression constante d'une substance est

$$\alpha = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{3aT^3}{V}$$

et son coefficient de compressibilité est

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = \frac{b}{V} ,$$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes. Trouver l'équation d'état  $f(p, V, T) = 0$  de la substance.

**Exercice 3** *Élastique ou inélastique ?*

On considère l'expérience suivante. On dispose d'une série de billes de masse  $m$  qui, si elles entrent en collision, ont des chocs parfaitement élastiques. On dispose également d'une boîte avec un petit trou qui peut laisser passer une de ces billes. On se place en apesanteur, ainsi, on néglige le poids des objets.

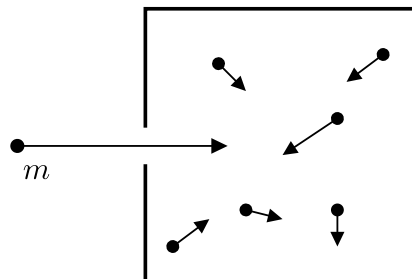


FIGURE 1 – Boîte munie d'un trou permettant de laisser passer une bille de masse  $m$ .

On fait alors l'expérience suivante. On remue la boîte, de sorte que toutes les billes rebondissent dans tous les sens, entres elles et sur les parois. La boîte et les billes dedans ont une masse  $M$ . On tire alors une bille à l'intérieur de la boîte (bille qui ne faisait pas partie de la masse  $M$ ) et on le fait de telle sorte qu'elle ait une vitesse  $\vec{v}_0$  quand elle passe par le trou, puis elle entre en collision avec une bille de la boîte initialement au repos.

1. On prend comme système les deux billes. Calculez les vitesses des deux billes après le choc. Quelle est la nature du choc ? Quelle est la variation d'énergie mécanique ?
2. On considère maintenant le système constitué de la bille entrant dans la boîte, de toutes les autres billes et de la boîte. Calculer les vitesses des objets après les chocs. Quelle est la nature du choc ? Quelle est la variation d'énergie mécanique ?

#### Exercice 4 *Choc mou*

On considère un choc mou entre deux objets qui restent accrochés après le choc.<sup>1</sup> On considère que les deux objets sont des points matériels de masses  $M_1$  et  $M_2$  qui forment un système isolé. Le point de masse  $M_1$  a une quantité de mouvement initiale  $\vec{P}_1$  et celui de masse  $M_2$  est initialement au repos. Les variables d'état sont la quantité de mouvement et une variable extensive  $X_0$  associée à une propriété interne du système (*i.e.* l'entropie  $S$  comme on le verra au chapitre suivant). Soit  $E_i(\vec{P}, X_0)$  l'énergie et  $U_i(X_0)$  l'énergie interne juste avant le choc. Soit  $E_f(\vec{P}, X_0)$  l'énergie et  $U_f(X_0)$  l'énergie interne juste après le choc. En utilisant les lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement vu au cours, déterminer la variation d'énergie interne du système  $\Delta U = U_f(X_0) - U_i(X_0)$ .

#### Exercice 5 *Tu quoque fili mi*

Cet exercice ne fait pas directement appel aux notions du cours. Il est destiné à prendre conscience de ce que cela signifie de travailler avec des ensembles de  $10^{23}$  particules. En expirant, Jules César a prononcé ses dernières paroles historiques et un litre d'air est sorti de ses poumons. Depuis cette époque, ces molécules se sont dispersées et uniformément réparties dans l'atmosphère. Quelle est la probabilité d'inhaler au moins une de ces molécules en inspirant profondément (trois litres d'air) ?

*Données :* le nombre d'Avogadro est  $\mathcal{N}_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ , la masse molaire de l'air vaut  $M_{\text{air}} = 29 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$  et la pression atmosphérique à la surface de la Terre vaut  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ .

---

1. On peut montrer que la variation d'énergie cinétique est maximale pour un tel choc.