

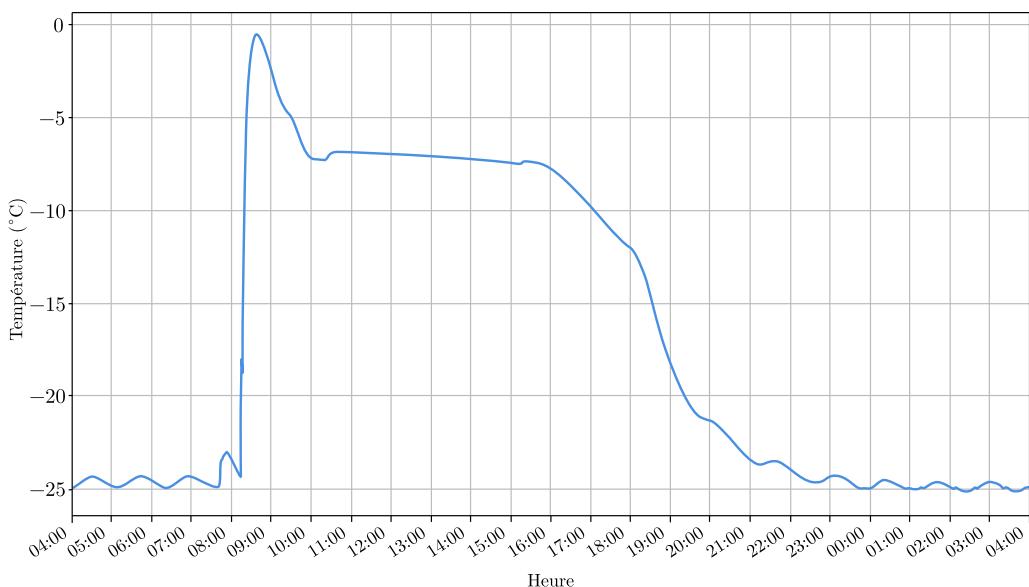
Exercice 1 Patinage sur le lac de Joux

Le lac de Joux gèle parfois en hiver, pour le plus grand bonheur des patineurs. Nous allons nous intéresser ici au processus de formation de la glace sur le lac, qui se produit lorsque l'eau du lac est à la température de solidification $T_\ell = 0^\circ\text{C}$ et que la température de l'air T_a est inférieure à T_ℓ . On négligera le transfert thermique radiatif, c'est-à-dire que l'on considérera que les transferts de chaleur n'ont lieu que sous forme conductive. On supposera aussi que la face de la glace en contact avec l'eau est en permanence à T_ℓ et que la face de la glace en contact avec l'air est à T_a .

1. Calculer l'augmentation $d\zeta$ de l'épaisseur de glace pendant une durée infinitésimale dt . On notera ℓ_f^* la chaleur latente massique de fusion de la glace, ρ_g sa masse volumique, ζ l'épaisseur de la glace et λ sa conductivité thermique.
2. Intégrer l'expression de la question 1 pour obtenir l'évolution de l'épaisseur de glace au cours du temps.
3. Le lac est généralement ouvert au patinage si la couche de glace fait au moins 8 cm d'épaisseur. Calculer la durée τ au bout de laquelle la couche de glace atteint 8 cm lorsque $T_a = -20^\circ\text{C}$. On prendra $\rho_g = 900 \text{ kg/m}^3$, $\ell_f^* = 334 \text{ kJ/kg}$ et $\lambda = 2,1 \text{ W/(m K)}$.

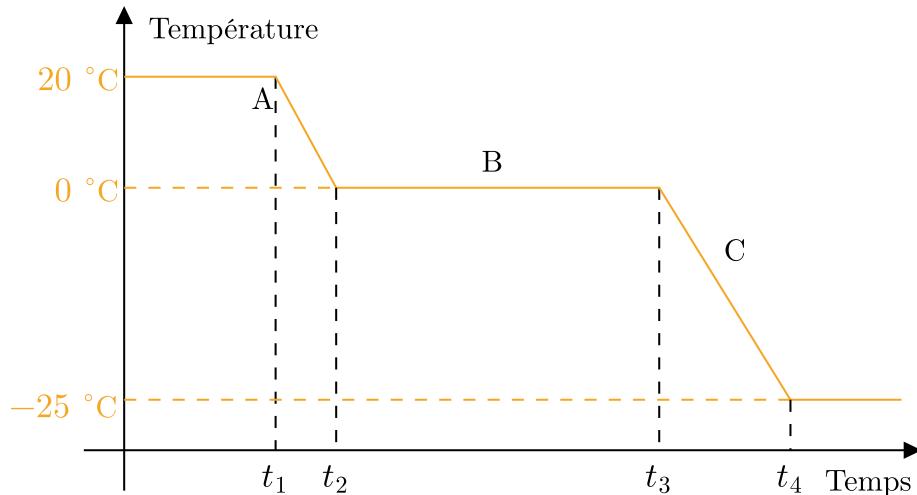
Exercice 2 Congélation d'une soupe (type examen)

On assimilera la soupe à $m = 500 \text{ g}$ d'eau. Initialement, elle est à la température de la cuisine $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$. On la place dans une boîte plate de $h = 5 \text{ cm}$ d'épaisseur, puis on la met au congélateur qui était à $\theta_2 = -25^\circ\text{C}$. On appelle $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$ et $T_0 = 273 \text{ K}$. Un thermomètre, placé en contact avec la boîte enregistre la température en fonction du temps. On obtient la courbe suivante :



Données : $c_e^* = 4 \text{ kJ/(kg K)}$ chaleur spécifique de l'eau, $c_g^* = 2 \text{ kJ/(kg K)}$ chaleur spécifique de la glace, $\ell_f^* = 330 \text{ kJ/kg}$ chaleur latente massique de fusion.

- On suppose que les étapes de refroidissement de l'eau puis de congélation et enfin de refroidissement de la glace formée sont bien distinctes et successives et que la température de la soupe est homogène et suit la courbe suivante.



Indiquez à quelle étape de transformation de l'eau correspondent les parties A, B et C de la courbe, en justifiant.

- Quelle(s) raison(s) pourraient expliquer la différence entre les deux courbes ?
- Calculer pour chaque étape A, B, C, la chaleur soutirée à l'eau en fonction des données.
- Application numérique : évaluez les ordres de grandeur de ces chaleurs.

On veut calculer le temps de formation de la glace pour le comparer à l'expérience. On suppose que les transferts thermiques se font exclusivement à travers les deux grandes faces de la boîte plate et que la température varie linéairement dans chacun des deux matériaux (glace et plastique de la boîte). La boîte est en plastique, d'épaisseur e_b et de conductivité thermique λ_b . La glace a une conductivité thermique λ_g . On supposera que la température à l'extérieur de la boîte est de $T_{\text{ext}} = -25^\circ\text{C}$. Les résultats seront donnés en fonction des θ_i , des chaleurs massiques et latentes et de la masse volumique de la glace ρ , ainsi que des conductances thermiques.

- On se place à un instant t et on suppose que la glace formée sur chaque face a une épaisseur $e_g(t)$. Calculer de e_g l'épaisseur qui se forme entre t et $t + dt$.
 - En déduire le temps t_s nécessaire pour geler toute l'eau.
 - A. N. : évaluer numériquement t_s .
 - Calculer l'entropie créée dans l'eau lors du processus complet (de t_1 à t_4).
 - Quelle serait l'efficacité η_f du congélateur en fonction des températures données s'il fonctionnait selon un cycle réversible ?
 - Faire l'application numérique.
 - En réalité $\eta_f = 2$. Calculer l'énergie électrique E consommée par le processus complet de congélation en fonction des $Q_{A,B,C}$ et de η_f .
1. Cette question ne serait pas posée à l'examen.

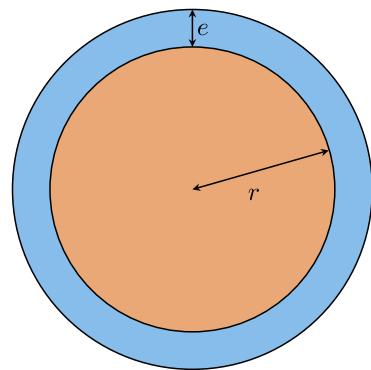
12. Calculer la chaleur Q_{cuis} libérée dans la cuisine.

Exercice 3 Lutte contre le gel (formulation examen)

La production de fruits dans le Valais est souvent mise en danger par des gelées nocturnes qui se produisent alors que les bourgeons floraux sont déjà bien formés. Nous allons étudier certaines méthodes proposées pour protéger ces plantations. Typiquement, il ne faut pas que la température du bourgeon descende en dessous de 0 à -1°C . Une méthode consiste àasperger les plantations lorsque la température descend trop bas. Les bourgeons sont alors progressivement pris dans une gangue de glace, qui s'épaissit au fur et à mesure de l'arrosage.

Partie A : protection par la glace

On assimilera le bouton floral à une sphère de rayon r . L'épaisseur de la glace est notée e . On veut maintenir la température du bourgeon à $\theta_0 = 0^{\circ}\text{C}$ et la température de l'air est $\theta_0 - \Delta T$.



Données : conductivité thermique de la glace : $\lambda_g = 2 \text{ W}/(\text{m K})$, chaleur latente massique de fusion de la glace : $L_{\text{fus}} = 300 \text{ kJ/kg}$, masse volumique de la glace $\rho_g = 10^3 \text{ kg/m}^3$. Dans tout le problème, on supposera $e \ll r$. On rappelle l'aire d'une sphère : $S = 4\pi r^2$.

1. Citez deux mécanismes qui pourraient protéger le bourgeon du froid extérieur. Détaillez avec une courte phrase d'explication.
2. Calculez en fonction des données la chaleur perdue à travers la glace d'épaisseur constante e pendant un temps t .
3. On suppose que le bouton est composé à 50% de matière organique (qu'on assimilera à de l'eau) et de 50% d'air et qu'il est détruit si 50% de la matière organique gèle. Calculez en fonction des données, le temps t_1 pendant lequel la coque de glace peut protéger le bouton.
4. A.N. : évaluez t_1 pour $r = 5 \text{ mm}$, $e = 1 \text{ mm}$ et $\Delta T = 5 \text{ K}$. Commentez.
5. On considère maintenant l'épaisseissement de la couche de glace. On suppose qu'elle a une épaisseur $e(t)$. Pour un petit intervalle de temps dt , calculer l'épaisseur additionnelle de à fournir pour que le bouton reste à température constante θ_0 et ne gèle pas du tout lorsque l'air extérieur est à $\theta_0 - \Delta T$. On supposera l'eau d'aspersion à 0°C .

Partie B : inconvénient de la méthode

Les autorités émettent des recommandations pour le démarrage de l'arrosage en fonction de la température extérieure et de l'*humidité relative de l'air*. Lorsque l'air est très sec, il faut démarrer lorsqu'il ne fait pas encore trop froid sinon l'arrosage risque de provoquer plus rapidement le gel des plantes. On appelle h_{rel} l'humidité relative et p_{sat} la pression de vapeur

saturante de l'eau à 0 °C. On suppose l'air ambiant, les boutons floraux et l'eau d'arrosage à 0 °C.

6. Expliquez quel phénomène est à l'origine de ce risque.
7. On considère une parcelle de $A = 1 \text{ m}^2$, et on s'intéresse à une colonne d'air de $H = 2 \text{ m}$ de haut (hauteur des arbres). Calculer en fonction des données la masse d'eau m à évaporer pour faire passer l'air de 20% à 100% d'humidité. On considérera la vapeur d'eau comme un gaz parfait. On appelle M_{eau} la masse molaire de l'eau et à 0 °C, $P_{\text{sat}} = 0,6 \text{ kPa}$.
8. Application numérique : évaluez m .