

Thermodynamique

Série Supplémentaire 1: Déphasage Thermique

S. Guinchard*

Section de Physique, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suisse

(Supervised by Prof. J.P. Ansermet)[†]

(Dated: May 25, 2022)

I. EXERCICE 1: DÉPHASAGE THERMIQUE ENTRE DEUX ISOLANTS

On modélise un bâtiment et son isolation comme deux sous-systèmes simples dénotés 1 et 2. L'état de chaque sous-système est caractérisé par sa température. Le sous-système 1 représente l'isolation. Le sous-système 2 représente le reste du bâtiment pour lequel il n'y a pas de transfert de chaleur avec l'environnement. Le transfert irréversible de chaleur entre le sous-système 2 et le sous-système 1 est décrit par la puissance thermique $P_Q^{(21)}(t)$.

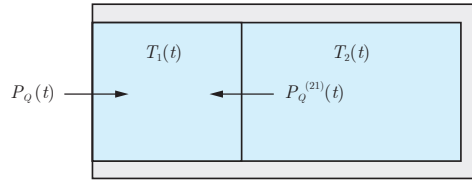


FIG. 1. Le sous système 1 représente l'isolant et le sous-système 2 le reste du bâtiment.

Pour le sous-système i de chaleur spécifique constante C_i , et de température T_i , on a les expressions suivantes:

$$U_i = C_i T_i \quad i = 1, 2. \quad (1)$$

Le sous système 1, l'isolant, est soumis à un transfert de chaleur périodique qui correspond à l'oscillation périodique de la température extérieure, e.g la variation quotidienne de température en fonction des heures de la journée. Ce transfert de chaleur est décrit par une puissance extérieure $P_Q(t)$ (complexe pour simplifier):

$$P_Q(t) = P_0 \exp(i\omega t), \quad T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (2)$$

où T est la période d'oscillation (typiquement une journée).

Remarques:

- Bien que la fonction qui décrit le transfert de chaleur (puissance thermique) soit complexe, c'est sa partie réelle qui décrit le phénomène.
- Sous l'effet du transfert de chaleur périodique avec l'environnement, le système passe d'abord par une phase transitoire puis atteint une phase périodique, appelé régime harmonique, où les évolutions temporelles des températures complexes $T_i(t)$ des deux sous-systèmes sont des oscillations périodiques autour d'une température réelle T_0 de même période que la puissance thermique P_Q .

$$T_i(t) = \Delta T_i e^{i\omega t} + T_0 = |\Delta T_i| e^{i(\phi_i(t) + \omega t)} + T_0. \quad (3)$$

* salomon.guinchard@epfl.ch

[†] Laboratoire de Physique des Matériaux Nanostructurés, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suisse

A. Questions analytiques

1. Pour une puissance thermique P_Q quelconque, déterminer le système d'équations différentielles couplées qui décrit l'évolution des températures T_i $i = 1, 2$ des deux sous-systèmes.

Hint:

- Utiliser le premier principe
- Ecrire la différence d'énergie interne en fonction de la différence de température

2. Dans le cas particulier où il n'y a pas de transfert de chaleur avec l'environnement ($P_Q \equiv 0$), déterminer explicitement l'évolution temporelle de la différence de température $T_2(t) - T_1(t)$.

Hint:

- Intégrer les équations obtenues en 1
- Pour ce faire, considérer le rapport $\frac{\Delta T}{\Delta t}$

3. Toujours dans le cas sans transfert de chaleur ($P_Q \equiv 0$), déterminer le taux de production d'entropie Π_S .

Hint:

- Considérer la relation de Gibbs

4. Dans le régime harmonique dû à un transfert de chaleur périodique avec l'ensemble de l'environnement, en écrivant le système d'équations d'évolution couplées sous forme matricielle, en déduire le module du rapport des amplitudes complexes des oscillations de températures: $|\Delta T_2/\Delta T|$ et l'angle de déphasage $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ entre ces amplitudes complexes ΔT_i .

B. Implémentation numérique et résolution de l'exercice.

1. Implémentez numériquement le résultat de la question 2 et plotter $\Delta T(t)$. Pour cela, complétez le code du Jupyter Notebook associé. Les lignes de code à compléter sont indiquées par les TODO zones. Changez les paramètres physiques, temps caractéristique... Que remarquez vous ?
2. Dans le cas d'un transfert de chaleur périodique comme dans la question 4, plottez les températures T_1 et T_2 résolues numériquement par le code de la cellule. Plottez également la différence de températures Changez les paramètres physiques des sous systèmes 1 et 2, de même que le temps de simulation $t_{fin} \in [10, 50]$. Distinguez le régime transitoire du régime harmonique. Que remarquez vous quant à la période des oscillations ?
3. Dans le cas du transfert de chaleur périodique, plottez le taux de production d'entropie. Commentez le résultat obtenu.