Semaine 6 Exercices, quizzes & FAQ

Prof. Cécile Hébert

25 mars 2024

1- Gaz parfait de Maxwell : vidéos et notebooks

2- Gaz parfait de Maxwell : exercice

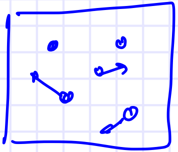
3- Thermodynamique de l'élastique

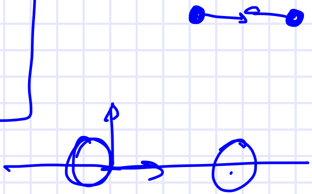
4- question TdS

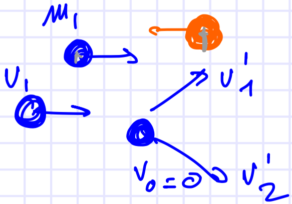
5- Exo / manip mesure de γ

6- Réversible /irréversible expérimentalement

7- FAQ






m_1
v_1
v'_1
$v_0 = 0$
v'_2

Exercice 1 *Température de formation de la Terre*

1. Le tableau ci-dessous donne la pression mesurée dans une enceinte de volume constant contenant de l'oxygène moléculaire, O_2, en fonction de la température.

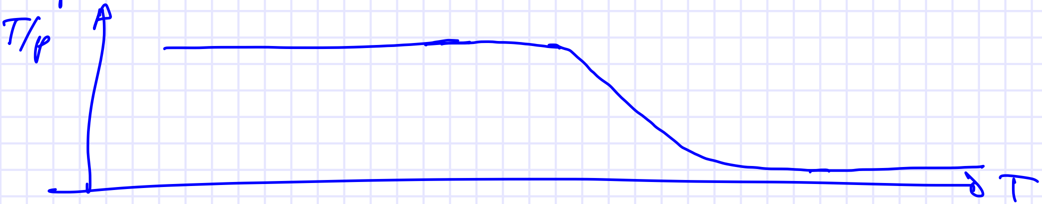
T(K)	300	1000	2000	3000	4000	5000
P(10^5 Pa)	1	3.33	6.69	10.3	19.2	32.2

   Montrer que les molécules d'oxygène se dissocient en oxygène atomique ($O_2 \rightarrow 2O$) lorsque la température augmente. Qu'en est-il de cette dissociation notamment à 5000 K ?

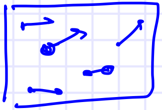
2. Sachant que la Terre a conservé son oxygène atmosphérique, mais que l'hydrogène est un gaz très rare, trouver un encadrement de la température à laquelle la Terre s'est formée.

1) $pV = NRT$ $\qquad \frac{p}{T} = N \cdot \frac{R}{V}$; $\frac{T}{p} = \frac{1}{N} \frac{V}{R} \propto \frac{1}{N}$

T	300	1000	2000	3000	4000	5000
T/p	300	300	300	~300	~200	~150



A 5000 K O_2 est dissout en 2O.



$$\langle E_c \rangle = \frac{3}{2} k_B T \qquad E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\langle E_c \rangle = \left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle = \frac{1}{\cancel{2}} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{\cancel{2}} k_B T$$

$$\langle v^2 \rangle = \frac{1}{m} 3 k_B T$$

O_2 et H_2 à T donné (300 K)

$$\langle v^2_{O_2} \rangle < \langle v^2_{H_2} \rangle$$

On a la grandeur $\langle |\vec{v}| \rangle \neq \sqrt{\langle v^2 \rangle}$
Mais ces 2 quantités ont le même ordre de grandeur !

On verra $\langle \|\vec{v}\| \rangle = \langle v \rangle$ semaine 13

$\sqrt{\langle v_x^2 \rangle}$ pour x : O_2 ; H_2

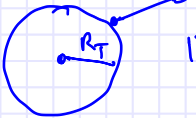
$$\langle v^2 \rangle = \frac{1}{m} 3 k_B T = \frac{1}{\frac{M_x}{\mathcal{N}_A}} \cdot 3 k_B T = \frac{1}{M_x} \cdot 3 \underbrace{k_B \mathcal{N}_A}_{R} T$$

⚠ ici en unités SI M_x masse molaire en kg/mol.

O_2 $M_{O_2} = 32\,g.mol^{-1} = 32.10^{-3}\,kg\,mol^{-1}$ H_2 : M_{H_2} $2\,g/mol^{-1}$

$\sqrt{\langle v_{O_2}^2 \rangle} = 480\,m.s^{-1}$ $\sqrt{\langle v_H^2 \rangle} = 1900\,m.s^{-1}$

Vitesse de libération vitesse à communiquer à un objet pour qu'il ne revienne jamais sur Terre.



$\vec{v}_e$ objet arrive à l'infini avec une vitesse nulle

$|\vec{v}_e| = v_e$ initialement sur terre $E_c = \frac{1}{2} m v_e^2$ $E_p = -\frac{GM_T m}{R_T}$

à l'infini $E_c = 0$ $E_p = 0$

$E_{p,i} = E_{p,f} \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m} v_e^2 = \frac{GM_T\cancel{m}}{R_T}$

Lien G et g $\quad mg = \frac{G M_T m}{R_T^2} \Rightarrow \frac{G M_T}{R_T} = g R_T$

$v_\ell^2 = 2 \frac{G M_T}{R_T} = 2 g R_T$ à comparer à $\langle v_x^2 \rangle$

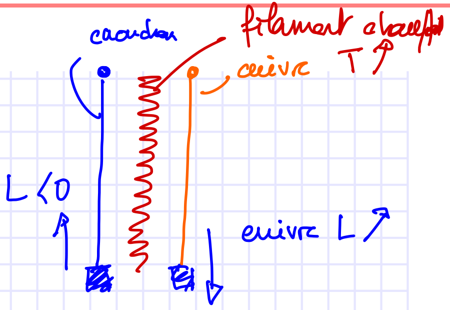
à quelle température T_e $\langle v_x^2 \rangle = v_\ell^2 \Rightarrow$

$\langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{M_x} 3 R T_\ell = 2 g R_T \Rightarrow T_e = \frac{2}{3} \frac{g R_T}{R} \cdot M_x$

O_2 : $16\ 10^4$ K $\quad O$: 8.10^4 K $\quad H_2 : 10^4$ K $\quad H\ 5\,10^3$ K

3- Thermodynamique de l'élastique

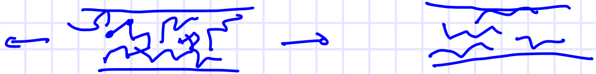
$$\alpha_f = \frac{1}{L}\left.\frac{\partial L}{\partial T}\right)_f < 0 \qquad L(T, f)$$



$$K_T = \frac{1}{L}\frac{\partial L}{\partial f} > 0$$

$\Rightarrow$ on arrive à $\left.\frac{\partial S}{\partial L}\right)_T = \frac{\alpha_f}{K_T} < 0$

élastique $T = \text{cte}$ $L \nearrow$ $S \searrow$

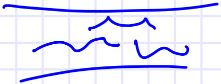


$T = \text{cte}$ $L \nearrow$

élastique détendu  on tend rapidement $\delta Q = 0$

transfo réversible : $\delta Q = 0$ $\delta S^{\text{éch}} = 0$ $\oint dS = 0$

↳ $\delta S^{\text{créé}} = 0$



$T \nearrow$

4- Question TdS

Système fermé

$\delta Q = T\,dS$ est elle valable uniquement pour une transfo réversible ? | oui

2^d principe $\dot{S} = \Sigma_S + I_S$ $\quad dS = \delta S^{\text{créé}} + \delta S^{\text{échangé}}$

I_S lié à I_Q

$\delta S^{\text{échangé}} = \dfrac{\delta Q}{T^{\text{ext}}}$

pour arriver à $\delta Q = TdS$

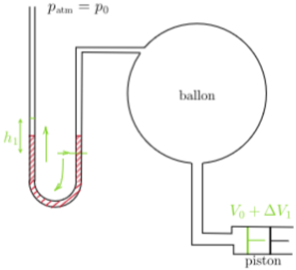
on a besoin de $\delta S^{\text{créé}} = 0$

$\Rightarrow$ réversible

avec réversible on a aussi $\delta S^{\text{éch}} = \dfrac{\delta Q}{T}$; $dS = \cancel{\delta S^{\text{créé}}} + \delta S^{\text{éch}}$ $\Big\}$ $\delta Q = TdS$

Exercice 1 *Mesure expérimentale de γ*

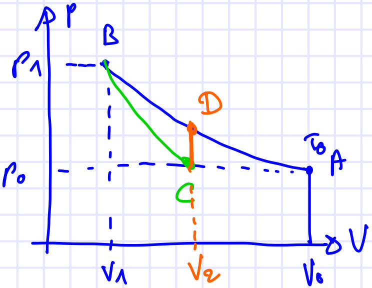
On fait l'expérience suivante pour mesurer expérimentalement γ. On dispose d'un récipient de volume total V_0, relié d'un côté à un piston permettant de faire une variation de volume (faible devant V_0) et de l'autre côté à un manomètre. Le manomètre est simplement un tube en U de section A rempli de liquide de masse volumique ρ relié d'un côté au ballon et de l'autre ouvert à la pression externe p_0. Initialement, le gaz dans le récipient est à p_0, les deux côtés du liquide dans le U sont à la même hauteur. On commence par faire une compression isotherme réversible pour arriver au volume $V_1 = V_0 + \Delta V_1$ et à la pression $p_1 = p_0 + \Delta p_1$. On mesure une différence de hauteur h_1 du liquide entre les deux côtés du tube. Puis on fait une détente adiabatique réversible pour revenir à p_0, en ramenant donc le liquide à la même hauteur des deux côtés du tube. Puis on laisse le système revenir à T_0. On observe alors de nouveau une différence de hauteur, cette fois de h_2. On mesure $h_1 = 14,5$ divisions et $h_2 = 4$ divisions. Calculer γ en fonction de h_1 et h_2, analytiquement, puis, numériquement. Pour cela, exprimer le lien entre la variation de pression et la hauteur de liquide. Puis représenter les transformations sur un diagramme (p, V). Établir une relation liant p_0, p_1 et p_2, puis utiliser le fait que les variations sont faibles pour faire un développement limité.



compression isotherme
20 divisions

6 détente adiabatique

$$\underset{p_0\,V_0\,T_0}{A} \xrightarrow{\text{isotherme}} \underset{p_1\,V_1\,T_0}{B} \xrightarrow[\text{réversible}]{\text{adiabatique}} \underset{p_0\,V_2\,T_2}{C} \xrightarrow{\text{isochore}} \underset{p_2\,T_0\,V_2}{D}$$



on va chercher à utiliser uniquement les pressions ! but : une expression avec seulement p_1, p_2, p_0 et γ

GP : $pV = NRT$ valable à toutes les étapes

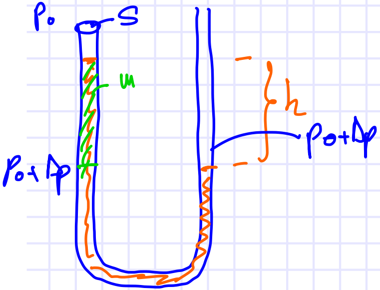
(Adiabatique rév. GP $p_1 V_1^{\gamma} = p_0 V_2^{\gamma}$

pour A, B et D : $T = T_0$ $pV = NRT_0$ pour ces 3 points !

$p_0 V_0 = p_1 V_1 = p_2 V_2$

$$\frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} \quad \text{et} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\gamma}$$

Lien entre p et h ?



S : section du tube m exerce une pression additionnelle $\Delta p = \frac{mg}{S}$

$m = \rho V_{liquide} = \rho h S$

$$\Delta p = \frac{g\rho h \cancel{S}}{\cancel{S}}$$

$$\Delta p = \rho g h$$

pression dans le ballon est $p_0 + \rho g h$

$p_0 + \Delta p$

$A \to B$ $\quad \Delta V$ faible devant $V_0 \Rightarrow \Delta p_1$ est faible devant p_0

Δp_2 —— p_0

$$\frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^\gamma \Rightarrow \frac{p_0 + \Delta p_1}{p_0} = \left(\frac{p_0 + \Delta p_1}{p_0 + \Delta p_2}\right)^\gamma$$

$$1 + \frac{\Delta p_1}{p_0} = \left[\frac{(1 + \Delta p_1/p_0)}{(1 + \frac{\Delta p_2}{p_0}}\right]^\gamma \qquad \frac{\Delta p_1}{p_0} \ll 1 \quad \sim \varepsilon.$$

$$\simeq \left[\left(1 + \frac{\Delta p_1}{p_0}\right)\left(1 - \frac{\Delta p_2}{p_0}\right)\right]^\gamma \simeq \left[1 + \frac{\Delta p_1}{p_0} - \frac{\Delta p_2}{p_0}\right]^\gamma \simeq 1 + \gamma\left[\frac{\Delta p_1}{p_0} - \frac{\Delta p_2}{p_0}\right]$$

$$\frac{\Delta p_1}{\cancel{p_0}} = \gamma\left[\frac{\Delta p_1}{\cancel{p_0}} - \frac{\Delta p_2}{\cancel{p_0}}\right] \Rightarrow \cancel{\rho}\cancel{g} h_1 = \gamma\left(\cancel{\rho}\cancel{g} h_1 - \cancel{\rho}\cancel{g} h_2\right) \Rightarrow$$

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2} = \frac{20}{20-6} = \frac{20}{14} = 1,42 \quad \text{(on devait avoir } 1,4\text{).}$$

Remarque développement limité.

D'une manière générale $(1+\varepsilon)^n \simeq 1 + n\,\varepsilon$ si $\varepsilon \ll 1$

donc $\dfrac{1}{1+\varepsilon} = (1+\varepsilon)^{-1} \simeq 1 - \varepsilon$

Calcul + détaillé :

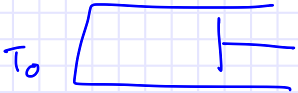
$$\left(\frac{1+\frac{\Delta\rho_1}{\rho_0}}{1+\frac{\Delta\rho_2}{\rho_0}}\right)^{\gamma} = \left[\left(1+\frac{\Delta\rho_1}{\rho_0}\right)\cdot\left(1+\frac{\Delta\rho_2}{\rho_0}\right)^{-1}\right]^{\gamma} = \left[\left(1+\frac{\Delta\rho_1}{\rho_0}\right)\left(1-\frac{\Delta\rho_2}{\rho_0}\right)\right]^{\gamma}$$

$$= \Big[1 + \frac{\Delta\rho_1}{\rho_0} - \frac{\Delta\rho_2}{\rho_0} - \underbrace{\cancel{\left(\frac{\Delta\rho_1}{\rho_0}\right)\left(\frac{\Delta\rho_2}{\rho_0}\right)}}_{\text{ordre 2}}\Big]^{\gamma} = \Big[1 + \underbrace{\frac{\Delta\rho_1}{\rho_0} - \frac{\Delta\rho_2}{\rho_0}}_{\text{« rôle de } \varepsilon \text{ »}}\Big]^{\gamma}$$

$$= 1 + \gamma\left[\frac{\Delta\rho_1}{\rho_0} - \frac{\Delta\rho_2}{\rho_0}\right]$$

6- Réversible /irréversible expérimentalement

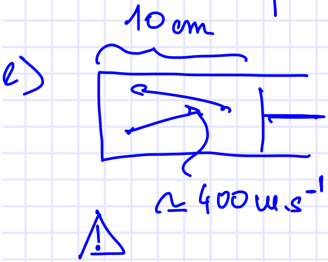
1) Cylindre en verre fermé par un piston



compression très très lente

si échanges thermiques + rapides que la compression → isotherme

2) Cylindre en verre fermé par un piston



compression rapide à la main.

⇒ réversible !

adiabatique réversible

système

1° principe $\underline{\dot{E}} = \underbrace{I_Q + I_c + I_w}_{0} + \underline{P^{ext}}$

$\rightarrow \Delta U \Rightarrow T$ augmente

transfo réele

$\delta Q = 0 \quad \delta W \neq 0$ (1)

initial

final

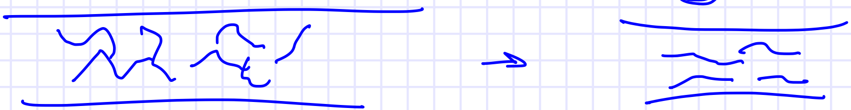
$\delta W = 0 \quad \delta Q \neq 0$ (2)

transfo imaginaire

$\rightarrow \Delta U = C \Delta T$

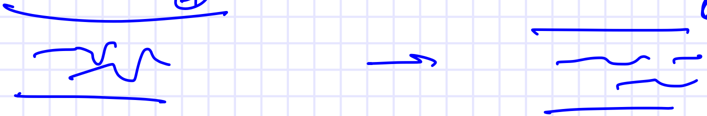
Exp élastique

① ②



$T = \text{cte}$ $\Delta S < 0$ entre ① et ②

① ②'



T'

$T \neq \text{cte}$ adiabatique réversible $\delta Q = 0$ $dS = 0$

7- FAQ

$$\frac{\partial V(S, X)}{\partial S} = \frac{1}{\frac{\partial S(V, X)}{\partial V}} \qquad \left.\frac{\partial V}{\partial S}\right)_X = \frac{1}{\left.\frac{\partial S}{\partial V}\right)_X}$$

$$dU = \delta Q + \delta W \qquad 0 \qquad \delta Q = -\delta W$$

$$dU = C_v \cancel{dT} \quad 0 \qquad \delta W < 0 \qquad \delta Q > 0$$

détente isotherme $T = 0$ $\qquad \delta W < 0$

$\delta Q > 0$