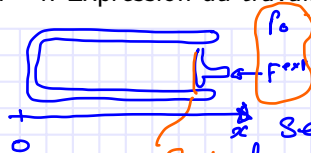


II - 4. Expression du travail élémentaire

Deformation de l'enveloppe



enceinte adiabatique fermée  
I<sub>Q</sub> I<sub>C</sub>

Seul travail = déformation de l'enveloppe  
la pression appliquée par le piston sur le gaz =  $P_0 + \frac{F_{ext}}{S}$   
axe du piston et  $F \propto p_{ext}$  force du piston sur le gaz

axe Oz orienté vers la droite

travail  $\delta W$  par déplacement  $d\vec{x} = dx \vec{e}_x$  du piston  $\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{x}$   
 $\vec{F} = -p_{ext} S \vec{e}_x \Rightarrow \delta W = (-p_{ext} S \vec{e}_x) \cdot dx \vec{e}_x = -p_{ext} S dx$

et  $S dx =$  variation de  $V$   $dV \Rightarrow \delta W = -p_{ext} dV$

$$I_w = \frac{\delta W}{dt} = -P_{\text{ext}} \dot{V}$$

déplacement extrêmement lent et sans frottements

$$P_{\text{ext}} = P_{\text{int}} = P \quad \text{pression du système}$$

Alors

$$I_w = -P \dot{V} \quad \delta W = -p dV$$

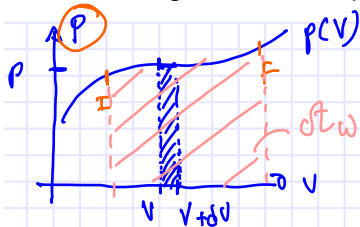
$$\delta W = -p_{\text{ext}} dV \quad I_W = -p_{\text{ext}} \dot{V}$$

Pour une transformation infiniment lente et avec un piston sans frottements

$$\delta W = -pdV = I_W dt$$

$$I_W = -p\dot{V}$$

## II - 5. Diagramme de Clapeyron



transformation lente et sans frottements  
 $\delta W = -p dV$

$$W_{IF} = \int_I^F \delta W = \int_I^F -p dV = - \int_I^F p dV$$

$\underbrace{\int_I^F p dV}_{dW}$  aire sous la courbe

si transformation gauche à droite  $\rightarrow$   
 $\int_I^F p dV > 0 \Rightarrow W_{IF} = - \int_I^F p dV < 0$

si travail de droite à gauche  $\leftarrow \Rightarrow W_{IF} > 0$   
 $|W_{IF}| = \text{aire sous la courbe} \rightarrow \ominus \quad \leftarrow \oplus$

Exemple

Gaz parfait

$$pV = nRT$$

isotherme  $T = \text{cte}$ 

$$p(V) = \frac{nRT}{V}$$

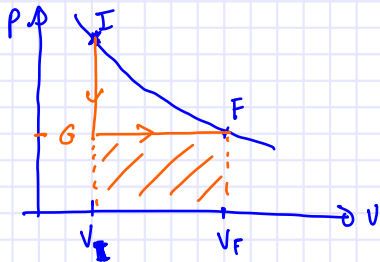
 $\Rightarrow$ 

$$W_{IF} = \int_I^F -p dV = - \int_I^F \frac{nRT}{V} dV$$

$$= - \frac{nRT}{1} \int_I^F \frac{dV}{V} = - nRT \left[ \ln V \right]_I^F$$

$$= - nRT \ln \frac{V_F}{V_I}$$

$$V_F > V_I \quad \ln \frac{V_F}{V_I} > 0 \Rightarrow W_{IF} < 0$$



$$\left| W_{IF}^{\text{orange}} \right| < W_{IF}^{\text{bleu}}$$

### Résumé

Le premier principe généralise la conservation de l'énergie.

Nous avons introduit une nouvelle forme d'énergie, appelée énergie interne, qui est une fonction d'état du système.

Nous avons identifiée trois modes d'échanges d'énergie à travers l'enveloppe :  
déformation (travail), chaleur et échange de matière

Nous avons vu des expériences qui mettent en évidence la capacité du système à faire rentrer une forme d'énergie et en faire sortir une autre, permettant de convertir une forme en une autre.

## III - Second principe

Prof. Cécile Hébert

26 février 2024

### Plan du cours

- I - Introduction
- II - Premier principe
- III - Second principe
- IV - Fonctions thermodynamiques et équilibres
- V - Gaz parfait et gaz de van der Waals ; théorie cinétique des gaz
- VI - Changement d'états
- VII - Machines thermiques
- VIII - Thermochimie
- IX - Transport
- X - Physique statistique



1. Introduction : insuffisance du premier principe
2. Second principe
3. Expression de  $\dot{U}$
4. Système simple
5. Mise en contact de deux sous systèmes à  $T_1$  et  $T_2$
6. Mise en contact de deux sous systèmes à  $p_1$  et  $p_2$
7. Mise en contact de deux sous systèmes à  $\mu_1$  et  $\mu_2$
8. Mises en contact avec l'univers ;  $S_{\text{créée}}$ ,  $S_{\text{échangée}}$
9. Analyse de l'entropie créée

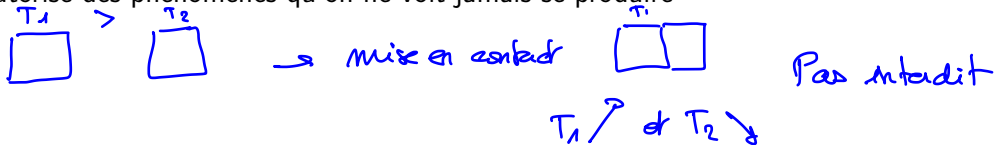
Le premier principe stipule la conservation de l'énergie.

$$\dot{E} = I_E + \Sigma E \quad \text{avec } P^{out} = 0 \text{ et } \dot{E}_c; E_p; E_{rd} = dE \Rightarrow \dot{E} = \dot{U}$$

$$\dot{U} = I_Q + I_C + I_A$$

Il permet les conversion d'une forme d'énergie en une autre sans limitations.

Il autorise des phénomènes qu'on ne voit jamais se produire



## Second principe de la thermodynamique

Pour tout système, il existe une fonction d'état scalaire et extensive : l'entropie  $S$ .

La variation d'entropie d'un système est donnée par

$$\dot{S} = I_S + \Sigma_S$$

$I_S$  courant à travers l'enveloppe  
 $\Sigma_S$  création

$S$  satisfait les deux conditions suivantes :

1) Pour un système adiabaticquement fermé, l'entropie est une fonction non décroissante du temps :  $\hookrightarrow I_S = 0$

$$\dot{S} = \Sigma_S \geq 0$$

2) Pour un système isolé, l'entropie est maximale dans un futur lointain

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S = S_{\max}$$

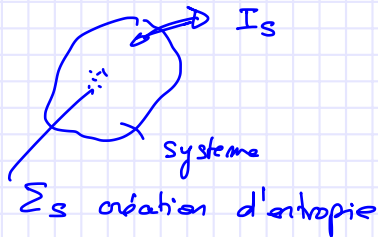
$$\lim_{t \rightarrow \infty} dS = 0$$

## Source et courant d'entropie

$S$  fonction d'état

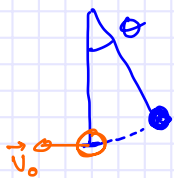
$S$  varie  $\Rightarrow \dot{S}$

$$\dot{S} = I_s + \Sigma_s$$

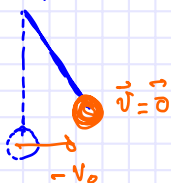


# Entropie et réversibilité (démonstration)

Un processus est réversible si le processus obtenu par renversement du temps est physiquement possible  
 $t \xrightarrow{T} -t$  (passer le film à l'envers)

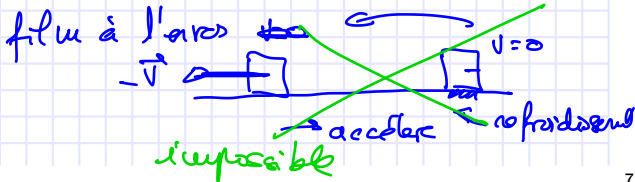


$T$



$\Rightarrow$  réversible

$$\begin{array}{ccc} \vec{r} & \xrightarrow{T} & \vec{r} \\ \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} & \xrightarrow{T} & -\vec{v} \\ \vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} & \xrightarrow{T} & \vec{a} \end{array}$$



### III - Second principe 2. Second principe

$S$  fonction scalaire  $T(S) = S$      $S \xrightarrow{T} S$      $\dot{S} \xrightarrow{T} -\dot{S}$      $I_S \xrightarrow{T} -I_S$

$$T(\dot{S}) = T(I_S + \Sigma_S) \Rightarrow -\dot{S} = T(I_S) + T(\Sigma_S) = -I_S + T(\Sigma_S)$$

$$T(\Sigma_S) = -\dot{S} + I_S = -\Sigma_S$$

pour avoir un phénomène réversible  $\Rightarrow$  doit suivre le 2<sup>o</sup> pep  $\Rightarrow T(\Sigma_S) \geq 0$

$\Rightarrow$  donc  $-\Sigma_S \geq 0$  on avait déjà  $\Sigma_S \geq 0 \Rightarrow \Sigma_S = 0$

Si  $\Sigma_S \neq 0$  ( $\Sigma_S > 0$ )  $\Rightarrow$  la transformation thermodynamique est irréversible

$$\dot{S} = I_S + \Sigma_S$$

Transformation réversible :  $\Sigma_S = 0$

Transformation irréversible :  $\Sigma_S > 0$

### 3. Expression de $\dot{U}$

Soit un système dont l'état est caractérisé par des variables globales, composé de  $r$  substances différentes.

On suppose que les énergie cinétique et potentielle macroscopiques ne changent pas, et puissance des forces externes  $P^{\text{ext}} = 0$ .

$$\dot{E} = \dot{U} = I_Q + I_W + I_C$$

Les variables d'état utilisées sont  $V$ , volume,  $S$ , entropie et les nombre de moles de chaque substance :  $N_A$  pour  $A$  entre 1 et  $r$ .

$$U = U(V, S, N_1, ..N_r)$$

### III - Second principe 3. Expression de $\dot{U}$

$$u(V, S, N_1, \dots, N_r) \Rightarrow \dot{u} = \frac{\partial u}{\partial V} \dot{V} + \frac{\partial u}{\partial S} \dot{S} + \underbrace{\frac{\partial u}{\partial N_1} \dot{N}_1 + \dots + \frac{\partial u}{\partial N_r} \dot{N}_r}_{\sum_{A=1}^r \frac{\partial u}{\partial N_A} \dot{N}_A} = \left\{ \frac{\partial u}{\partial N_A} \dot{N}_A \right\}$$

Par définition  $p_\theta = -\frac{\partial u}{\partial V} \Rightarrow$  pression thermodynamique

$T_\theta = \frac{\partial u}{\partial S} \Rightarrow$  température thermodynamique

$\mu_A = \frac{\partial u}{\partial N_A} =$  potentiels chimiques

$$\dot{U} = T_\theta \dot{S} - p_\theta \dot{V} + \{\mu_A \dot{N}_A\} = I_Q + I_W + I_C$$

S homogène à énergie ÷ température  $\Rightarrow \text{JK}^{-1}$



### III - Second principe 3. Expression de $\dot{U}$

Lien pression/pression thermodynamique

cas particulier



lien entre  $p_0 = - \frac{\partial U}{\partial V}$  et  $p$   
cylindre adiabatique fermé par un  
piston sans masse  $I_c = 0$

une seule espèce chimique  $\Rightarrow N_A = \text{cte}$

adiabatique  $\Rightarrow I_Q = 0$

Transformation assez lente  $I_w = -p\dot{V}$   
et réversible

$$\dot{U} = \cancel{I_c} + \cancel{I_Q} + I_w = -p\dot{V}$$

2<sup>e</sup> principe système adiabaticement fermé  $\dot{S} = \Sigma \dot{S}_i$

$$\Rightarrow \Sigma \dot{S}_i = 0 \Rightarrow \dot{S} = 0$$

$$\dot{U} = T_0 \dot{S} - p_0 \dot{V} + \sum N_A \dot{N}_A \Rightarrow \dot{U} = -p_0 \dot{V} \Rightarrow p = p_0$$

De manière générale  $p = - \frac{\partial U(S, V, N_A)}{\partial V} \Big|_{S, N_A}$

Nous admettons  $T = T_0 = \frac{\partial U(V, S, N_A)}{\partial S} \Big|_{V, N_A}$

#### Résumé :

Soit un système dont l'état est caractérisé par des variables globales, composé de  $r$  substances différentes.

On suppose que les énergie cinétique et potentielle macroscopiques ne changent pas, et puissance des forces externes  $P^{\text{ext}} = 0$ .

$$\dot{U} = T\dot{S} - p\dot{V} + \{\mu_A \dot{N}_A\} = I_Q + I_W + I_C$$

toujours valables.  
en particulier pour des transformations réversibles ou irréversibles.

## 4. Système simple



Un système simple est un système dont l'état est caractérisé par des variables globales et dont l'interaction avec l'environnement se fait par des processus chimique, thermique et mécanique réversibles.

$$I_Q \quad I_C \quad I_W$$

On considère un système simple composé de  $r$  substances différentes, et on considère les échanges de travail et de matière tels que les énergies cinétique et potentielle macroscopiques ne changent pas.

$$\begin{aligned}
 \dot{S} &= I_S + \underbrace{\Sigma S}_{\geq 0} \\
 \dot{V} &= I_V + \underbrace{\Sigma V}_{=0} \\
 \dot{N}_A &= I_A + \underbrace{\Sigma A}_{\substack{\text{déformation} \\ \text{réaction chimique}}} = 0 ; > 0 ; < 0
 \end{aligned}$$

$\Sigma, V, N_A$   
 $\hookrightarrow$  réaction chimique

$$T\dot{S} - p\dot{V} + \{\mu_A \dot{N}_A\} = I_Q + I_W + I_C$$

$$T(I_S + \Sigma_S) - p\dot{V} + \{\mu_A (I_A + \Sigma_A)\} = I_Q + I_W + I_C$$

$$\Sigma_S = \frac{1}{T} I_Q - I_S + \frac{1}{T} I_W + \frac{p\dot{V}}{T} + \frac{I_C}{T} - \{\mu_A I_A\} - \frac{1}{T} \{\mu_A \Sigma_A\}$$

$$\Sigma_S = \frac{1}{T}(I_W + p\dot{V}) + \frac{1}{T}(I_Q - TI_S) + \frac{1}{T}(I_C - \{\mu_A I_A\}) - \frac{1}{T}\{\mu_A \Sigma_A\}$$

### III - Second principe 4. Système simple

Système simple  $\rightarrow$  La seule source d'irréversibilité vient des réactions chimiques qui ont lieu dans le système.

$\Sigma_s$  est dû aux réactions chimiques  $\Rightarrow \Sigma_s = -\frac{1}{T} \{ \mu_A \Sigma_A \}$

$\rightarrow$  on rajoute la contrainte pas de réactions chimiques  $\Rightarrow \Sigma_A = 0 \Rightarrow \Sigma_s = 0$

$$\frac{d}{dt} (I_w + p\dot{V}) + \frac{1}{T} (I_Q - T I_s) + \frac{1}{T} (I_c - \{ \mu_A I_A \}) = 0$$

\* système fermé rigide  $I_A = 0, I_c = 0$ ; rigide  $I_w = 0, \dot{V} = 0$

$$\text{reste } \frac{1}{T} (I_Q - T I_s) = 0 \Rightarrow I_s = \frac{1}{T} I_Q$$

échange réversible de chaleur  $I_s = \frac{1}{T} I_Q, I_Q = T I_s$

$$\delta Q = T ds$$

ici  $\Sigma_s = 0, \dot{S} = I_s \Rightarrow \dot{S} dt = I_s dt = dS$  ;  $\underbrace{I_Q dt}_{\delta Q} = T I_s dt = T dS$

### III - Second principe 4. Système simple

→ système adiabatiquement fermé

$$I_Q = 0 \\ I_S = 0$$

$$I_C = 0 \quad I_A = 0$$

$$\frac{1}{T} (I_W + p \dot{V}) + 0 + 0 = 0$$

$$I_W = -p \dot{V} \quad \delta W = -p dV$$

Déformation réversible

donc si  $p_{\text{ext}} \neq p_{\text{int}}$   $\delta W = -p_{\text{ext}} dV$   
 ↳ déformation irréversible.

→ système ouvert, rigide, adiabatique

$$\dot{V} = 0 \quad I_W = 0$$

$$\rightarrow I_Q = 0 \quad I_S = 0$$

$$\Rightarrow I_C - \sum \mu_A I_A = 0$$

$$I_C = \sum \mu_A I_A \quad \delta C = \sum \mu_A dN_A$$

★ Si le transfert de chaleur est réversible :

$$I_S = \frac{I_Q}{T}$$

$$\dot{S} = \frac{I_Q}{T} + \Sigma_S$$

★ Si la déformation est réversible :

$$I_W = -p\dot{V}$$

Une déformation est réversible si et seulement si  $p = p_{\text{ext}}$

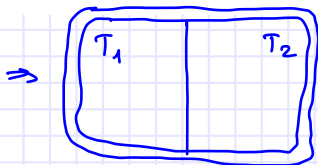
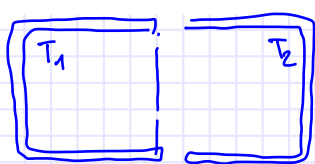
★ Si le transfert de matière est réversible :

$$I_C = \sum_A \mu_A I_A$$

$$\sum_A \mu_A \dot{N}_A = I_C + \sum_A \mu_A \Sigma_A$$



### 5. Mise en contact de deux sous systèmes à $T_1$ et $T_2$



système total isolé constitué  
de 2 sous systèmes rigides  
fermés

système total

$$\dot{S} = \cancel{I_S}_0 + \sum S$$

$$\dot{S} = \sum S \geq 0$$

sous système (1)  $S_1$

$S$  extensive

$$S = S_1 + S_2 \Rightarrow \dot{S} = \dot{S}_1 + \dot{S}_2 \geq 0$$

(2)  $S_2$

$$\dot{U}_1 = T_1 \dot{S}_1 + \cancel{P_1 \dot{V}_1}_0 + \cancel{\sum \mu_{A_i} \dot{N}_{A_i}}_0$$

$$\dot{U}_2 = T_2 \dot{S}_2$$

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = I_Q + I_c + I_w = 0$$



$$\dot{U}_1 = -\dot{U}_2$$

$$T_1 \dot{S}_1 = -T_2 \dot{S}_2$$

flux d'énergie entre 1 et 2  $I_c^{12} = I_c^{21} = 0$  /  $I_v^{12} = I_v^{21} = 0$

$I_Q^{2 \rightarrow 1}$  courant de chaleur reçu par (1)

$$\dot{U}_1 = I_Q^1 + \cancel{I_c^1} + \cancel{I_v^1} = I_Q^1 = I_Q^{21}$$

$$\dot{U}_2 = I_Q^{12}$$

$$\dot{U}_1 = T_1 \dot{S}_1 = I_Q^{21}$$

$$\dot{U}_2 = T_2 \dot{S}_2 = I_Q^{12} = -I_Q^{21}$$

$$\Rightarrow \dot{S}_1 = \frac{1}{T_1} I_Q^{21}$$

$$\dot{S}_2 = \frac{1}{T_2} (-I_Q^{21})$$

$$\left. \begin{array}{l} \dot{U}_1 = I_Q^1 = I_Q^{21} \\ \dot{U}_2 = I_Q^{12} = -I_Q^{21} \end{array} \right\} I_Q^{2 \rightarrow 1} = -I_Q^{1 \rightarrow 2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \dot{S}_1 = \frac{1}{T_1} I_Q^{21} \\ \dot{S}_2 = \frac{1}{T_2} (-I_Q^{21}) \end{array} \right\} \dot{S} = \frac{1}{T_1} I_Q^{21} - \frac{1}{T_2} I_Q^{21}$$

$$\Sigma \dot{S} = I_Q^{21} \left[ \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right] \quad \text{si } T_2 > T_1 \quad \text{alors } \frac{1}{T_2} < \frac{1}{T_1} \Rightarrow \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} > 0 \Rightarrow I_Q^{21} > 0$$

le 2<sup>d</sup> principe impose le sens de circulation des chaleur vers le froid

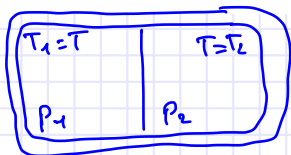
R. Clausius 1850 Il n'existe pas de processus dont la seule action soit de transférer de la chaleur d'un corps froid vers un corps chaud. Interdit de Clausius.

2<sup>d</sup> pcp entropie max dans un futur lointain

$$S = S_{\text{seu}} \quad \dot{S} = \dot{I}_Q^{21} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \dot{U}_1 \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dU_1}{dt} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \Rightarrow \frac{\partial S}{\partial U_1} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \quad \text{à } t = \infty \frac{\partial S}{\partial U_1} = 0 \Rightarrow \frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2}$$

donc  $T_1 = T_2$  à l'infini  
tant que  $T_1 \neq T_2$  courant de chaleur.

6. Mise en contact de deux sous systèmes à  $p_1$  et  $p_2$ 

Système total isolé séparé en 2 sous systèmes par une paroi isolante diatherme L'étanche

$$T_1 = T_2 = T \quad \text{mais} \quad p_1 \neq p_2$$

$$\dot{S} = \dot{S}_1 + \dot{S}_2 = \dot{I}_S + \dot{\Sigma}_S = \dot{\Sigma}_S \quad \dot{U} = 0 = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 \quad \dot{U}_1 = -\dot{U}_2$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= T\dot{S}_1 - p_1\dot{V}_1 + \underbrace{\{\mu_A\dot{N}_A\}}_0 \\ \dot{U}_2 &= T\dot{S}_2 - p_2\dot{V}_2 \end{aligned} \right\} \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = T(\underbrace{\dot{S}_1 + \dot{S}_2}_{\dot{\Sigma}_S}) - p_1\dot{V}_1 - p_2\dot{V}_2$$

$$T\dot{\Sigma}_S = p_1\dot{V}_1 + p_2\dot{V}_2 \quad ; \quad \dot{V}_1 = -\dot{V}_2$$

$$T \dot{\Sigma}_S = p_1 \dot{V}_1 - p_2 \dot{V}_1 = \dot{V}_1 (p_1 - p_2)$$

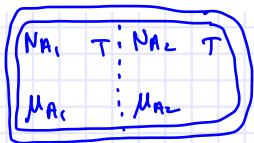
$$\dot{\Sigma}_S = \frac{1}{T} \dot{V}_1 (p_1 - p_2) \quad \dot{\Sigma}_S > 0 \quad \text{si } p_1 > p_2 \quad p_1 - p_2 > 0 \Rightarrow \dot{V}_1 > 0$$

si  $p_1 > p_2$  le volume de (1) augmente !

$$\dot{S} = \dot{\Sigma}_S = \frac{dS}{dt} = \frac{1}{T} \frac{dV_1}{dt} (p_1 - p_2) \Rightarrow \frac{\partial S}{\partial V_1} = \frac{1}{T} (p_1 - p_2)$$

$$t \rightarrow \infty \quad \frac{\partial S}{\partial V_1} \rightarrow 0 \quad \text{donc } p_1 \rightarrow p_2 \quad p_1 = p_2$$

le 2<sup>d</sup> principe impose le sens de l'évolution et l'état d'équilibre.

7. Mise en contact de deux sous systèmes à  $\mu_1$  et  $\mu_2$ 

système isolé & séparé en 2 sous systèmes  
séparés par une paroi perméable diatherme fixe  
 $\dot{V}_1 = \dot{V}_2 = 0$   $\dot{U} = 0 \Rightarrow \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 0$   $\dot{U}_1 = -\dot{U}_2$

On a le même gaz des 2 côtés et pas de réaction chimiques.  
une seule espèce A

$$\dot{N}_{A1} = -\dot{N}_{A2} = \dot{I}_A^{21} = -\dot{I}_A^{12}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= T\dot{S}_1 - P_1\dot{V}_1 + \mu_{A1}\dot{N}_{A1} \\ \dot{U}_2 &= T\dot{S}_2 + \mu_{A2}\dot{N}_{A2} \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} &\dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 0 = T(\underbrace{\dot{S}_1 + \dot{S}_2}_{\dot{\Sigma}_S}) + \mu_{A1}\dot{N}_{A1} - \mu_{A2}\dot{N}_{A1} \end{aligned} \right\}$$

$$\dot{\Sigma}_S = -\frac{1}{T}\dot{N}_{A1}(\mu_{A1} - \mu_{A2})$$

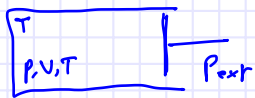
la matière va du côté où  $\mu$  est le + faible

$$\dot{S} = - \frac{\dot{N}_{A_1}}{T} (\mu_{A_1} - \mu_{A_2}) \Rightarrow \frac{\partial S}{\partial N_{A_1}} = - \frac{1}{T} (\mu_{A_1} - \mu_{A_2})$$

$$\frac{\partial S}{\partial N_{A_1}} \rightarrow 0 \text{ par } t \rightarrow \infty \Rightarrow \mu_{A_1} - \mu_{A_2} \rightarrow 0 \text{ à } t \rightarrow \infty \text{ égalité des } \mu.$$

### 8. Mises en contact avec l'univers; $S_{\text{créée}}$ , $S_{\text{échangée}}$

Système fermé diatherme déformable mis en contact avec l'univers



$$\Sigma_s = \frac{1}{T} \dot{V}_1 (p_1 - p_2) \text{ (slide 22)}$$

devient ici  $\Sigma_s = \frac{1}{T} \dot{V} (p - p_{\text{ext}})$

La création de  $S$  vient de  $p \neq p_{\text{ext}}$ .

$$p = p_{\text{ext}} \quad \Sigma_s = 0$$

$$p \neq p_{\text{ext}} \quad \Sigma_s > 0$$

transformation réversible  $I_w^{\text{rev}} = -p \dot{V}$  t. irréversible  $I_w = -p_{\text{ext}} \dot{V}$

$$T \Sigma_s = I_w^{\text{irr}} - I_w^{\text{rev}}$$

$$\Sigma_s = \frac{1}{T} (I_w^{\text{irr}} - I_w^{\text{rev}})$$

$$I_w^{\text{rev}} < I_w^{\text{irr}}$$