

Exercices

1	2	3	4
---	---	---	---

Surname, First name

PHYS-105 Thermodynamique avancée
Examen Juin 2024

1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9
0	0	0	0	0	0	0

Ne pas ouvrir avant le début de l'épreuve

Instructions :

- Vérifier que votre nom et numéro sciper sont corrects
- Le cahier ne doit pas être dégraffé, les pages ne doivent pas être séparées. Les brouillons ne seront pas ramassés. Seul le cahier de réponses est corrigé
- **Ne pas ajouter de feuilles sur papier libre. Elles ne seront pas scannées et donc pas corrigées**
- Des cadres libres ont été ajoutés à la fin des exercices et du feuillet, en cas de nécessité
- Le ramassage des copies se fait uniquement à la table, même pour les départs anticipés

Dans tous les problèmes, sauf indication contraire, les résultats sont à exprimer en fonction des données fournies et des constantes physiques connues. Chaque réponse doit être justifiée dans le cadre prévu à cet effet.

L'énoncé de l'examen comporte 4 pages avec 3 exercices, numérotés de 1 à 3.

Le cahier de réponses comporte 24 pages.

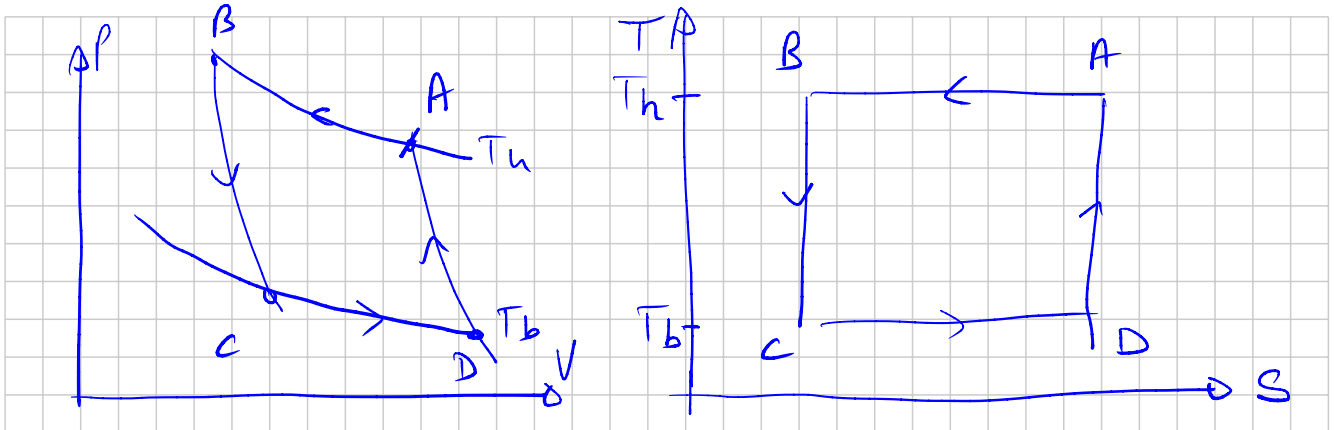
Le nombre de points maximum pour cet examen est de 38 + points.

Aucun document personnel autorisé. Pas de calculatrice. Pas de téléphone.

Note = 1+Points/35
arrondi au 1/4 de point

Cycle mal réalisé

1a Cycle



1b Travail et chaleur

2

$$W_{AB} = NRT_h \ln \alpha$$

$$Q_{AB} = -NRT_h \ln \alpha$$

$$W_{BC} = \frac{NR}{\gamma-1} (T_b - T_h)$$

$$Q_{BC} = 0$$

$$W_{CD} = -NRT_b \ln \alpha$$

$$Q_{CD} = NRT_b \ln \alpha$$

$$W_{DA} = \frac{NR}{\gamma-1} (T_h - T_b)$$

$$Q_{DA} = 0$$

$$\eta = \frac{T_h - T_b}{T_h}$$

Adiabatiques $Q_{BC} = Q_{DA} = 0$

Isothermes & P $W_{AB} = - \int p dV = - \int NRT_h \frac{dV}{V} = -NRT_h \ln \frac{V_B}{V_A}$

$$W_{AB} = -NRT_h \ln \alpha \Rightarrow Q_{AB} = -NRT_h \ln \alpha$$

de u $W_{CD} = -NRT_b \ln \alpha \quad Q_{CD} = NRT_b \ln \alpha$

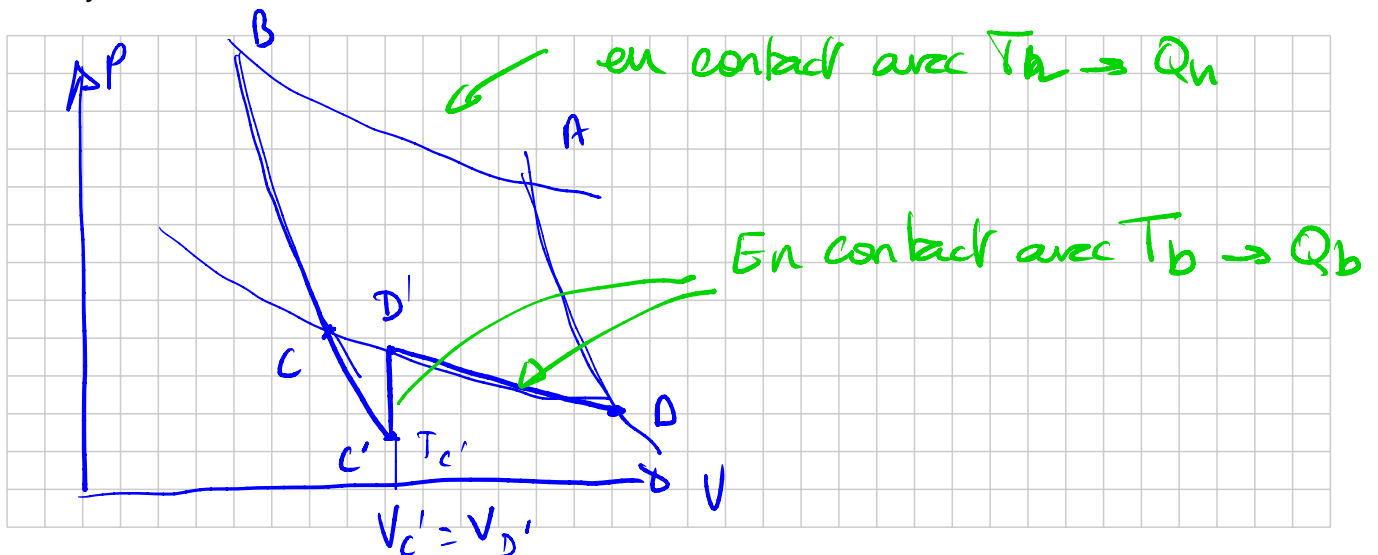
Adiab : $Q = \Delta U = \frac{NR}{\gamma-1} (T_f - T_i)$

$$\begin{aligned}
 P_A V_A &= P_B V_B & \frac{P_A}{P_B} &= \frac{V_B}{V_A} & ; & \frac{P_B}{P_C} &= \frac{V_C^{\gamma}}{V_B^{\gamma}} & ; & \frac{P_C}{P_D} &= \frac{V_D}{V_C} & ; & \frac{P_D}{P_A} &= \frac{V_A^{\gamma}}{V_D^{\gamma}} \\
 P_B V_B^{\gamma} &= P_C V_C^{\gamma} \\
 P_C V_C &= P_D V_D & \frac{P_A}{P_B} \cdot \frac{P_B}{P_C} \cdot \frac{P_C}{P_D} \cdot \frac{P_D}{P_A} &= \frac{V_B}{V_A} \cdot \frac{V_C^{\gamma-1}}{V_B^{\gamma-1}} \cdot \frac{V_D}{V_C} \cdot \frac{V_A^{\gamma-1}}{V_D^{\gamma-1}} &= & 1 \\
 P_D V_D^{\gamma} &= P_A V_A^{\gamma} \\
 \Rightarrow \frac{V_C^{\gamma-1}}{V_B^{\gamma-1}} \cdot \frac{V_A^{\gamma-1}}{V_D^{\gamma-1}} &= 1 & \frac{V_C}{V_B} \cdot \frac{V_A}{V_D} &= 1 \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} &= \frac{V_D}{V_C} &= \alpha
 \end{aligned}$$

$$\eta = \left| \frac{Q_{AB}}{W} \right| = \frac{NRT_h \ln \alpha}{NRT_h \ln \alpha - NRT_b \ln \alpha} = \frac{T_h}{T_h - T_b}$$

$$\left(= \frac{1}{1 - \frac{T_b}{T_h}} \right)$$

1c Cycle



1d comparaison efficacité

réponse:

plus faible

- 1
- W plus grand Q_c identique $\eta \searrow$
 - $C'D'$ réversible η plus faible que η Carnot
- (Une des 2 justifications: OK)

1e Travail et chaleur

$$W_{CC'} = \frac{NRT_b}{\gamma-1} \left[\left(\frac{V_c}{V_{c'}} \right)^{\gamma-1} - 1 \right] < 0$$

$$Q_{CC'} = 0$$

$$W_{C'D'} = 0$$

$$Q_{C'D'} = -\frac{NRT_b}{\gamma-1} \left[\left(\frac{V_c}{V_{c'}} \right)^{\gamma-1} - 1 \right] > 0$$

$$W_{D'D} = -NRT_b \ln \frac{V_D}{V_{D'}}$$

$$Q_{D'D} = NRT_b \ln \frac{V_D}{V_{D'}}$$

$$Q_h = Q_{AB}$$

$$Q_b = Q_{C'D'} + Q_{D'D}$$

$$Q_{CC'} = 0 \text{ (adiabatique)} \quad W_{C'D'} = 0 \text{ (isochore)}$$

2

$$P_c V_c^\gamma = P_{c'} V_{c'}^\gamma \quad P_c V_c \cdot \frac{NRT_c}{P_c V_c} = P_{c'} V_{c'} \cdot \frac{NRT_{c'}}{P_{c'} V_{c'}} \Rightarrow T_c V_c^{\gamma-1} = T_{c'} V_{c'}^{\gamma-1}$$

$$T_{c'} = T_b \left(\frac{V_c}{V_{c'}} \right)^{\gamma-1}$$

$$W_{CC'} = \frac{NR}{\gamma-1} (T_{c'} - T_b) = \frac{NRT_b}{\gamma-1} \left[\left(\frac{V_c}{V_{c'}} \right)^{\gamma-1} - 1 \right] = -Q_{C'D'}$$

car $Q_{C'D'} = \Delta U_{C'D'} = \frac{NR}{\gamma-1} [T_b - T_{c'}]$

$$W_{D'D} = -NRT_b \ln \frac{V_D}{V_{D'}} = -Q_{D'D}$$

1f efficacité

$$\eta = \frac{-Q_h}{-Q_b - Q_h} = \frac{1}{1 + \frac{Q_b}{Q_h}}$$

aussi OK

$$\eta = \frac{RT_h \ln \alpha}{RT_h \ln \alpha + \frac{NRT_b}{r-1} \left[\left(\frac{V_c}{V_c'} \right)^{r-1} - 1 \right] - NRT_b \ln \frac{V_D}{V_{D'}}$$

$$\eta = \left| \frac{Q_h}{W} \right| = \frac{-Q_{AB}}{W_{tot}} = \frac{-Q_{AB}}{W_{AB} + \cancel{W_{BC}} + W_{cc'} + \underbrace{W_{c'd'}}_0 + W_{d's} + \cancel{W_{ds}}}$$

$$= \frac{RT_h \ln \alpha}{RT_h \ln \alpha + \frac{NRT_b}{r-1} \left[\left(\frac{V_c}{V_c'} \right)^{r-1} - 1 \right] - NRT_b \ln \frac{V_D}{V_{D'}}$$

1g entropie

$$S_{crée} = NR \left[\ln \frac{V_c'}{V_c} - \frac{1}{r-1} \left(1 - \left(\frac{V_c}{V_c'} \right)^{r-1} \right) \right]$$

la seule autre irréversible est la thermalisation
C'D' $\Rightarrow$ c'est la que de l'entropie est née

$$\Delta S = S^{ech} + S^{née}$$

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int_{c'}^D \frac{\frac{NR}{r-1} dT}{T} = \frac{NR}{r-1} \ln \frac{T_b}{T_b \left(\frac{V_c}{V_c'} \right)^{r-1}} = NR \ln \frac{V_c'}{V_c}$$

$$S^{ech} = \int \frac{\delta Q}{T_b} = \frac{NR}{r-1} \frac{1}{T_b} (T_b - T_{c'}) = \frac{NR}{r-1} \left(1 - \left(\frac{V_c}{V_c'} \right)^{r-1} \right)$$

$$S^{née} = \Delta S - S^{ech} = NR \left[\ln \frac{V_c'}{V_c} - \frac{1}{r-1} \left(1 - \left(\frac{V_c}{V_c'} \right)^{r-1} \right) \right]$$

1g Solution alternative

$$\Delta S = S_{\text{créé}} + S_{\text{échi}}$$

$$\Delta S_{\text{cycle}} = 0 \Rightarrow S_{\text{cycle}}^{\text{créé}} = -S_{\text{cycle}}^{\text{échi}}$$

$$S_{\text{échi}} = \frac{Q_h}{T_h} + \frac{Q_b}{T_b} = \frac{Q_{AB}}{T_h} + \frac{Q_{C'D'} + Q_{D'D}}{T_b}$$

Remplacer Q_h et Q_b d'avant

Résultat $\sim$ OK

Résultat OK

le résultat est un peu différent dans son expression

$$S_{\text{créé}} = - \left[\frac{-NR \cancel{T_h} \ln \alpha}{\cancel{T_h}} \right] + \frac{1}{\cancel{T_b}} \left[\frac{-NR \cancel{T_b}}{\gamma-1} \left[\left(\frac{V_c}{V_{c'}} \right)^{\gamma-1} - 1 \right] \right]$$

$$- \frac{1}{\cancel{T_b}} \left[NR \cancel{T_b} \ln \frac{V_D}{V_{D'}} \right]$$

$$= NR \ln \alpha + \frac{NR}{\gamma-1} \left[\left(\frac{V_c}{V_{c'}} \right)^{\gamma-1} - 1 \right] - NR \ln \frac{V_D}{V_{D'}}$$

$$NR \ln \frac{V_D}{V_c}$$

$$S_{\text{créé}} = \frac{NR}{\gamma-1} \left[\frac{T_{c'} - T_b}{T_b} \right] + NR \ln \frac{V_{D'}}{V_D} + NR \ln \frac{V_D}{V_c} \propto$$

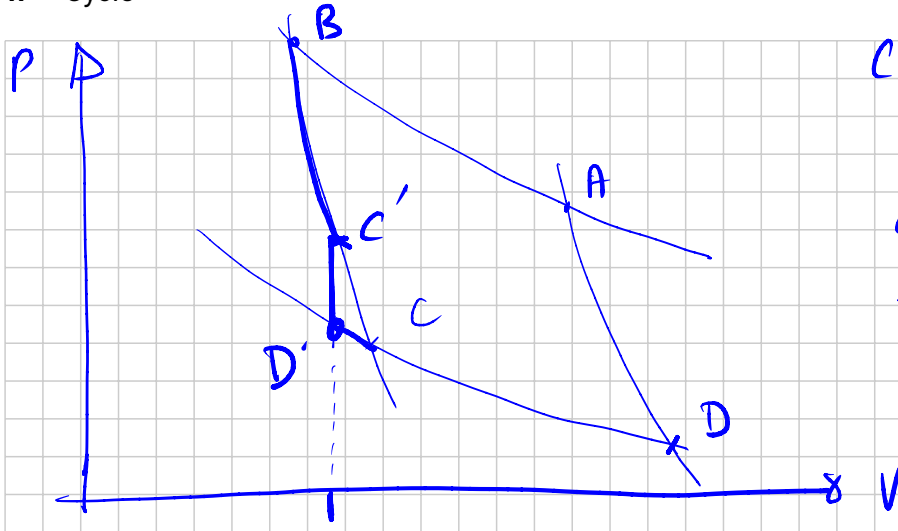
$$S_{\text{créé}} = \frac{NR}{\gamma-1} \left[\left(\frac{V_c}{V_{c'}} \right)^{\gamma-1} - 1 \right] + NR \frac{V_{D'}}{V_c}$$

4 - aussi OK mais pas entièrement (Tc')

1h

Non Q_h est sur AB qui n'a pas changé

1i Cycle



C' : avant C sur l'adab.
On boucle comme
on veut, mais le
+ simple est de
prendre une isochore
↳ note vive plus
secrets

1j Description

BC' adiabatique $C'D$ isochore ou
contact avec T_b
De portion isotherme qui "ralloze"
l'isotherme en contact avec T_b

1k Efficacité

$\eta =$ $\rightarrow$ car irréversible

$Q_h = Q_{AB}$ comme avant

$$Q_b = Q_{C'D'} + Q_{D'D}$$

$$\eta = \frac{Q_b}{W} = \frac{Q_b}{-Q_b - Q_h} = \frac{1}{-1 - \frac{Q_h}{Q_b}}$$

$$\eta = \left| \frac{Q_b}{W} \right| = \left| \frac{Q_{C'D'} + Q_{D'D}}{W} \right|$$

η diminue car on partez d'un irréversible

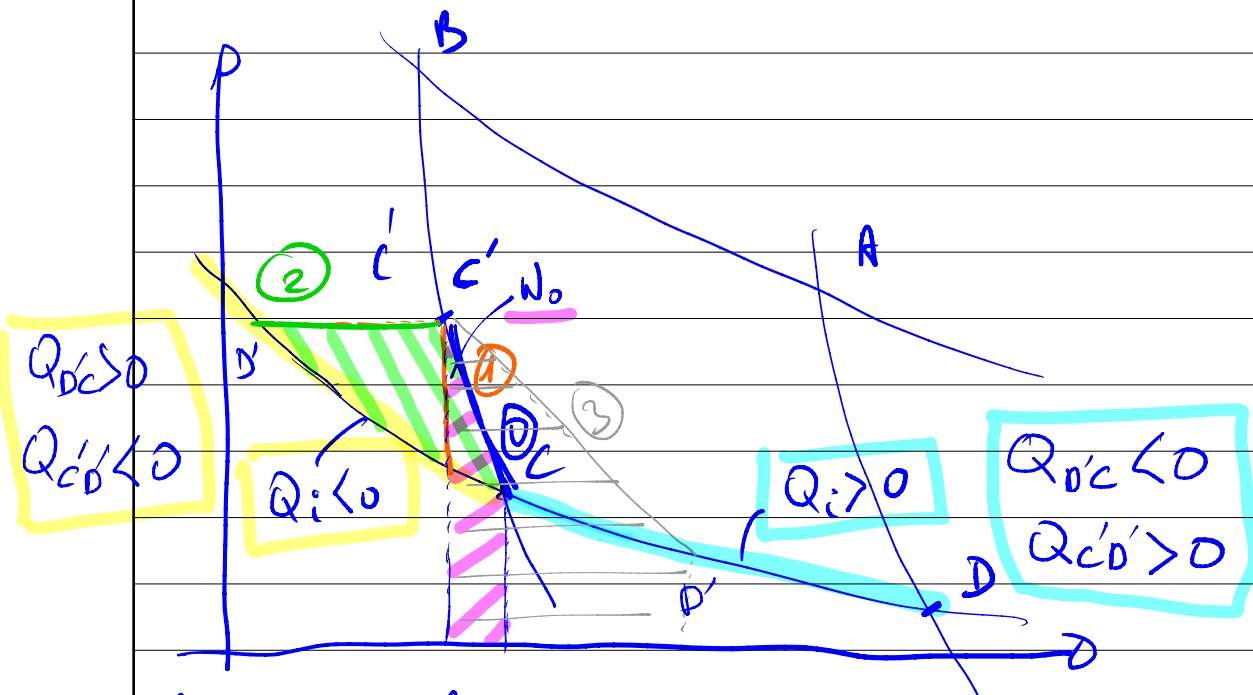
1l Place de secours pour exercice 1

Remarque question i $\rightarrow$ peut-on perdre autre chose qu'une machine?

On peut choisir de boucler comme on veut, il faut juste être cohérent et se souvenir qu'on n'a que 2 thermostats à T_h et T_b

Les cas vont être différents suivant qu'on arrive à gauche de C ou à droite de C

- On sépare donc le replique en
- zone jaune: D' est à gauche de C
 - zone bleue D' est à droite de C



le plus logique est le maintien de $V = dk$ (si si cher) ① On peut imaginer une machine ② ou n'importe quoi qui reçoit l'isothe. Isothe & isothe se calculent...

$GP \Rightarrow U = \frac{NR}{T} \Rightarrow \Delta U_{C'D'}$ est le $\bar{u}$ quel que soit r le point D' choisi donc $\forall$ la transfo choisie, au effet on arrive à la même isothe

Soit Q_i échangé et $C'D' + D'D$ ($i \neq$ domus)

non cyclique
Sur le chemin (b) adiabatique $Q_0 = 0$

$$\Delta U = Q_i + W_i$$

Si on part à droite (zone) l'axe sous la courbe est + grande nous $W < 0$ (trajet $\rightarrow$)

$$\Rightarrow W_i < W_0 \Rightarrow Q_i > Q_0 = 0$$

Si on part à gauche (zone) l'axe sous la courbe est + faible vers $W > 0$

$$W_i > W_0$$

$$Q_i < Q_0 = 0$$

Par ailleurs $Q_{D'C}$ est > 0 dans la zone jaune
comme $Q_i = Q_{C'D'} + Q_{D'C} < 0$ $Q_{C'D'} < -Q_{D'C} < 0$
 $\Rightarrow$ le système doit échanger avec le thermostat T_b

De même dans la zone bleue $Q_{C'D'} > 0 \Rightarrow$ le système échange avec T_h

Soit Q_i^o et W_i^o travail et chaleur sur le "mini cycle" $C'D'C$ $W_i^o = -Q_i^o$

$$Q_i^o = Q_{C'D'} + Q_{D'C} + \cancel{Q_{C'D'}}_0 \leftarrow \text{adiab} = Q_i$$

$$\Rightarrow Q_i^o = Q_i \text{ et } W_i^o = -Q_i$$

Choisir un point d'arrivée D' dans la zone jaune est donc + simple et on trouve le même raisonnement que dans le corrigé

$$\eta_{\text{réel}} = \left| \frac{Q_b}{W} \right| = \frac{Q_b}{W} = \frac{Q_{CD'} + Q_{D'C} + Q_{CD}}{W^{\text{canot}} + W_i^{\circ}} \\ = \frac{Q_i + Q_{CD}}{W^{\text{canot}} - Q_i} = \frac{Q_b^{\text{canot}} + Q_i}{W^{\text{canot}} - Q_i} < \frac{Q_b^{\text{canot}}}{W^{\text{canot}}} = \eta^{\text{canot}}$$

Car $Q_i < 0$ l'efficacité est donc un indice $\downarrow$

Le cas "zone bleue" est plus complexe

ici $Q_{CD'} > 0$, de la chaleur rentre dans le système. Comme il est à une temp. entre T_h et T_b et qu'on n'a que 2 thermostat cela ne peut fonctionner que si le cylindre est mis en contact avec le bain thermique à T_h ? Donc $Q_{CD'}$ contribue à Q_h et non à Q_b ?

$$Q_b = Q_{D'D} < Q_b^{\text{canot}}$$

et $W < W^{\text{canot}}$ car l'air du cycle $\rightarrow$

donc $\eta^{\text{réel}} = \frac{Q_{D'D}}{W}$ n'est pas aussi clair.

On a toujours $Q_i^{\circ} = \underbrace{Q_{CD'} + Q_{DC}}_{Q_i} + Q_{CC'} = -W_i^{\circ}$
 or $C'D'C$ doit Q $Q_i \Rightarrow Q_i > 0$ $W_i^{\circ} < 0$

$$\mu_{\text{frigo}} = \frac{Q_b}{W} = \frac{Q_b}{-Q_b - Q_h} = \frac{1}{-1 - \frac{Q_h}{Q_b}} = \frac{1}{-1 + \frac{-Q_h}{Q_b}}$$

$$Q_h^{\text{réel}} = Q_h^{\text{canon}} + Q_{c'd'} \quad -Q_h^{\text{réel}} = -Q_h^{\text{canon}} - Q_{c'd'}$$

$$Q_b^{\text{réel}} = Q_b^{\text{canon}} + Q_{d'c} < 0$$

$(-Q_h^{\text{réel}})$ diminue de $-Q_{c'd'}$ $Q_b^{\text{réel}}$ de $+Q_{d'c}$

minuscule de D : $\dot{W}_i^0 = Q_{c'd'} + Q_{d'c} + \cancel{Q_{c'd}} < 0$

$$Q_{d'c} < -Q_{c'd'} < 0 \quad \text{en valeur } |Q_{d'c}| > |Q_{c'd'}|$$

Q_b diminue plus que $(-Q_h)$

Donc $\frac{-Q_h}{Q_b} > \frac{-Q_h^{\text{canon}}}{Q_b^{\text{canon}}} \quad -1 + \frac{-Q_h}{Q_b} > -1 + \frac{-Q_h^{\text{canon}}}{Q_b^{\text{canon}}}$

$$\frac{1}{-1 + \frac{-Q_h}{Q_b}} < \frac{1}{-1 + \frac{-Q_h^{\text{canon}}}{Q_b^{\text{canon}}}} \quad \mu^{\text{réel}} < \mu^{\text{canon}}$$

Bref tous les cas de figure étaient solubles, mais en prenant une approche on se simplifie la vie...

Découpe laser

2a Equation

equation: $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c^* \rho} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$

$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c^* \rho} \nabla^2 T + \frac{\sigma_u}{c^* \rho}$ $\hat{z}$ 1 direction
 $\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$

$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c^* \rho} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$

2b Démonstration

$T(z, t) = \theta(z - v_f t) \quad z' = z - v_f t$
 $= \theta(z')$

$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial z'}{\partial t} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z'} = -v_f \frac{\partial \theta(z')}{\partial z'} = -v_f \frac{d\theta}{dz'}$

$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial z'} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial z'^2} = \frac{d^2 \theta}{dz'^2}$

$-v_f \frac{d\theta}{dz'} = \frac{\lambda}{c^* \rho} \frac{d^2 \theta}{dz'^2} = a \frac{d^2 \theta}{dz'^2}$

2c Température

$$T(z,t) = (T_f - T_0) e^{-\frac{v_f}{a}(z - v_f t)} + T_0$$

$$-v_f \frac{d\theta}{dz'} = a \frac{d^2\theta}{dz'^2}$$

$$\xi(z') = \frac{d\theta}{dz'}$$

$$-v_f \xi(z') = a \frac{d\xi}{dz'}$$

$$\frac{d\xi}{\xi} = -\frac{v_f}{a} dz'$$

$$\ln \xi = -\frac{v_f}{a} z' + C \quad \xi = C_0 e^{-\frac{v_f}{a} z'}$$

$$\frac{d\theta}{dz'} = C_0 e^{-\frac{v_f}{a} z'} \rightarrow \theta(z') = C_1 e^{-\frac{v_f}{a} z'} + C_2$$

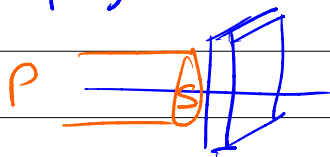
$$T(z,t) = C_1 e^{-\frac{v_f}{a}(z - v_f t)} + C_2 \quad \text{au } z - v_f t = 0, T = T_f$$

$$\Rightarrow C_1 + C_2 = T_f ; \quad z \rightarrow \infty \quad T = T_0 = C_2$$

$$T(z,t) = (T_f - T_0) e^{-\frac{v_f}{a}(z - v_f t)} + T_0$$

2d Démonstration

Bilan dans une tranche d'épaisseur dz en
 $(z - v_f t) = 0$ et section S



Loi qui entre = ce qui sort - densité ρ fois dz

$$P \, dt - \int_0^z q(z+dz) \cdot S \, dt = l_f^* \cdot \rho \, S \, dz$$

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = -\lambda (T_f - T_0) \left(-\frac{v_f}{a} \right) e^{(z - v_f t)}$$

$$\text{On est en } z - v_f t = 0$$

$$q = \lambda (T_f - T_0) \frac{v_f}{a}$$

$$P - \lambda (T_f - T_0) \frac{v_f}{a} S = l_f^* \rho S \frac{dz}{dt} = l_f^* \rho S v_f$$

$$P = v_f S \left(l_f^* \rho + \frac{\lambda \rho c^* (T_f - T_0)}{\lambda} \right)$$

$$v_f = \frac{P}{\rho S [l_f^* + c^* (T_f - T_0)]}$$

Vitesse "primitive" $\rightarrow$ en l'absence de cord

$$\text{tranche } dz \rightarrow dV = S dz$$

il faut la faire chauffer de T_0 à T_f
et la faire fondre, avec P pdt dt

$$P dt = dm l_f^* + dm c^* \Delta T$$

$$= \rho S dz l_f^* + \rho S dz c^* (T_f - T_0)$$

$$P = \rho S \frac{dz}{dt} [l_f^* + c^* (T_f - T_0)]$$
$$v_f$$

$$v_f = \frac{P}{\rho S [l_f^* + c^* (T_f - T_0)]}$$

Ce modèle marche si on ne prend pas la
conduction en compte. Il marche aussi si
on considère le modèle de cord⁰ 1D et
de tranche 1/2 infinie. Ça n'est pas 100%
évident a priori et ça n'est pas extensible
à un cas non 1/2 infini
 $\rightarrow 2/2, 5$

2e

$$v_f = \frac{P}{\rho_s [l_{\text{fus}}^* + l_{\text{vap}}^* + c^* (T_{\text{sub}} - T_0)]}$$

1,5

$l_{\text{sub}}^* = l_{\text{fus}}^* + l_{\text{vap}}^*$ remplace l_{fus}^*
temp de v et T_{sub} (OK T_{vap})

$$v_f = \frac{P}{\rho_s [l_{\text{fus}}^* + l_{\text{vap}}^* + c^* (T_{\text{sub}} - T_0)]}$$

⊛ → commentaire place de secours

2f explication

(Une justification suffit ?)

1

- On a négligé la diffusion latérale de la chaleur

- Il y a une partie de la puissance qui est réfléchi

- l'Al fond bloquer une partie du faisceau

2g Place de secours pour exercice 2

- l'Al liquide peut absorber de l'énergie et augmenter sa Température

- Une partie de l'énergie est perdue par rayonnement de l'Al à T_{sub}

Gaz de van der Waals

3a C_v

$$U = \frac{f}{2} NRT - a \frac{N^2}{V} \quad C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{f}{2} NR$$

$$C_v = \bar{C}_v = \frac{f}{2} NR$$

3b $H(T, V)$

$$H(T, V) = \frac{f}{2} NRT + NRT \frac{V}{V-bN} - 2a \frac{N^2}{V} =$$

$$H - \bar{H} = NRT \frac{bN}{V-bN} - 2a \frac{N^2}{V}$$

$$H = U + pV = \frac{f}{2} NRT - a \frac{N^2}{V} + pV$$

$$\left(p + a \frac{N^2}{V^2} \right) (V - bN) = NRT \Rightarrow p = \frac{NRT}{V-bN} - a \frac{N^2}{V^2}$$

$$H = \frac{f}{2} NRT - a \frac{N^2}{V} + \frac{NRTV}{V-bN} - a \frac{N^2}{V}$$

$$\bar{H} = \frac{f+2}{2} NRT \Rightarrow H - \bar{H} = \frac{f}{2} NRT + \frac{NRTV}{V-bN} - 2a \frac{N^2}{V} - \frac{f}{2} NRT - \frac{2}{2} NRT$$

$$H - \bar{H} = NRT \left[-1 + \frac{V}{V-bN} \right] - 2a \frac{N^2}{V}$$

$$= NRT \left[\frac{V - V + bN}{V-bN} \right] - 2a \frac{N^2}{V}$$

3c dS

$$dS(T, V) = \frac{\frac{fNR}{2}}{T} dT + \frac{NR}{V-bN} dV \quad / \quad = c_V \frac{1}{T} dT + \frac{NR}{V-bN} dV$$

Systeme fermé $du = TdS - pdV$

$$\Rightarrow dS = \frac{1}{T} du + \frac{p}{T} dV$$

$$u = \frac{fNR}{2} T - \frac{aN^2}{V} \Rightarrow du = \frac{fNR}{2} dT + \frac{aN^2}{V^2} dV$$

$$dS = \frac{fNR}{2} \frac{1}{T} dT + \frac{aN^2}{TV^2} dV + \frac{p}{T} dV$$

$$dS = \frac{fNR}{2} \frac{1}{T} dT + \frac{1}{T} \left[\frac{aN^2}{V^2} + \frac{NR}{V-bN} - \frac{aN^2}{V^2} \right] dV$$

3c Alternative (Ok auch)

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV$$

$$\underline{\underline{\frac{C_V}{T}}}$$

Maxwell

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{NR}{V-bN}$$

Resultat (avec C_V)

Eventuell auch

$$dS(T, V) = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV$$

$$= \frac{1}{T} C_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T \underbrace{\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T}_{-\frac{1}{\kappa_T}} dV$$

OK

$$dG = -SdT + VdP + \dots$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = -V \alpha_P$$

$$dS = \frac{1}{T} C_V dT + \frac{\alpha_P}{\kappa_T} dV$$

$$\underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{auch}} \frac{C_V}{TV \kappa_S}$$

$$dH = TdS + Vdp \quad \Rightarrow dS = \frac{1}{T} dH - \frac{V}{T} dp$$

$$H(T, V) = \frac{f}{2} NRT + NRT \frac{V}{V-bN} - \frac{2aN^2}{V}$$

$$dH = \frac{\partial H}{\partial T} dT + \frac{\partial H}{\partial V} dV$$

$$dH = \left(\frac{f}{2} NR + NR \frac{V}{V-bN} \right) dT + \left(NRT \frac{V-bN - V}{(V-bN)^2} + \frac{2aN^2}{V^2} \right) dV$$

$$P = \frac{NRT}{V-bN} - \frac{aN^2}{V^2}$$

$$dp = \frac{NR}{V-bN} dT + \left(+ \frac{2aN^2}{V^3} - NRT \frac{1}{(V-bN)^2} \right) dV$$

$$dS = \frac{1}{T} \left[\frac{f}{2} NR dT + \frac{NRV}{V-bN} dT + NRT \frac{-bN}{(V-bN)^2} dV + \frac{2aN^2}{V^2} dV - \frac{NRV}{V-bN} dT - \frac{2aN^2}{V^2} dV + \frac{NRTV}{(V-bN)^2} dV \right]$$

$$= \frac{1}{T} \left[\frac{f}{2} NR dT + NRT \frac{(V-bN)}{(V-bN)^2} dV \right]$$

$$= \frac{1}{T} \frac{f}{2} NR dT + \frac{NR}{V-bN} dV$$

Avec dH, ça marche aussi nous c'est plus pédestre...

3d Démonstration

Adiabatic $dS=0$

$$\frac{NR}{2} \frac{1}{T} dT + \frac{NR}{V-bN} dV = 0$$

$$\frac{1}{2} \frac{dT}{T} + \frac{dV}{V-bN} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} \ln T + \ln(V-bN) = ck$$

$$\Rightarrow \ln(T^{1/2} (V-bN)) = ck$$

$$\Rightarrow T (V-bN)^{2/p} = ck$$

3e Coefficients

$$\alpha_p = NR / \left[\frac{2abN^3}{V^2} - \frac{aN^2}{V} + pV \right] = NR / \left[\frac{2abN^3}{V} + \frac{VNRT}{V-bN} - \frac{2aN^2}{V} \right]$$

$$\kappa_T = -1 / \left[\frac{2aN^2}{V^2} - \frac{NRTV}{(V-bN)^2} \right]$$

$$\alpha_p = \frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_p = \frac{1}{V} \cdot \frac{1}{\left. \frac{\partial T}{\partial V} \right|_p}$$

$$T = \frac{1}{NR} \left(p + \frac{aN^2}{V^2} \right) (V-bN)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial V} \right|_p = \frac{1}{NR} \left[-\frac{2aN^2}{V^3} (V-bN) + \left(p + \frac{aN^2}{V^2} \right) \right]$$

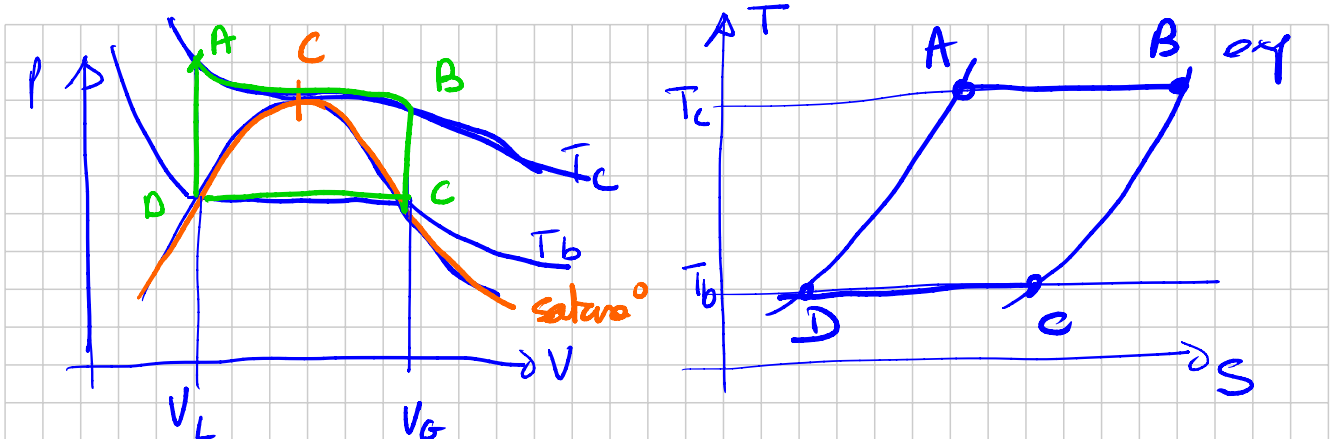
$$= \frac{1}{NR} \left[\frac{2abN^3}{V^3} - \frac{aN^2}{V^2} + p \right] =$$

$$\alpha_p = NR / \left[\frac{2abN^3}{V^2} - \frac{aN^2}{V} + \frac{VNRT}{V-bN} - \frac{2aN^2}{V} \right]$$

$$\kappa_T = -\frac{1}{V} \cdot \frac{1}{\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T} = -\frac{1}{V} \cdot \frac{1}{\left[-\frac{NRT}{(V-bN)^2} + \frac{2aN^2}{V^3}\right]}$$

$$= \frac{1}{\frac{2aN^2}{V^2} - \frac{NRTV}{(V-bN)^2}}$$

3f Cycles



Forme des isochores ?

$$dS = \frac{\pm NR}{2} \frac{dT}{T} + \frac{NR}{V-bN} dV$$

→ 0,4 (bonus) même si cette demande devrait être un "reflexe" ⇒ on justifie l'aller des courbes par "évidente"

$$S - S_0 = \int \frac{NR}{T} \ln \frac{T}{T_0} \Rightarrow T = T_0 \exp \left[\frac{2}{fNR} (S - S_0) \right]$$

$$T \propto \exp[S]$$

T(S)
pour V = cte

3g Travail et chaleur

$$W_{AB} = NRT_c \ln \frac{V_L - bN}{V_G - bN} - aN^2 \left[\frac{1}{V_G} - \frac{1}{V_L} \right] \quad Q_{AB} = -NRT_c \ln \frac{V_L - bN}{V_G - bN}$$

$$W_{BC} = 0 \quad Q_{BC} = \frac{NR}{2} (T_b - T_c)$$

$$W_{CD} = NRT_b \ln \frac{V_G - bN}{V_L - bN} - aN^2 \left[\frac{1}{V_L} - \frac{1}{V_G} \right] \quad Q_{CD} = -NRT_b \ln \frac{V_G - bN}{V_L - bN}$$

$$W_{DA} = 0 \quad Q_{DA} = \frac{NR}{2} (T_c - T_b)$$

Isochores $W = 0$

2 $du = \delta Q + \delta W = \delta Q \Rightarrow Q = \Delta U = \frac{NR}{2} \Delta T$
car $V = \text{cte} \Rightarrow 2^{\text{e}} \text{ terme de } d^2 U \text{ nul}$

isothermes $\delta W = -p dV \quad W = \int -p dV$

$$W = \int - \left[\frac{NRT}{V - bN} - \frac{aN^2}{V^2} \right] dV = -NRT \ln \left(\frac{V_f - bN}{V_i - bN} \right) - aN^2 \left[\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right]$$

$$W_{AB} = NRT_c \ln \frac{V_L - bN}{V_G - bN} - aN^2 \left[\frac{1}{V_G} - \frac{1}{V_L} \right]$$

$$\Delta U = Q + W$$

$$Q = \Delta U - W$$

isotherme $\Delta U_{AB} = U_B - U_A = \frac{NR}{2} (T_B - T_A) - aN^2 \left[\frac{1}{V_B} - \frac{1}{V_A} \right]$

$Q_{AB} = -aN^2 \left[\frac{1}{V_G} - \frac{1}{V_L} \right] - NRT_c \ln \frac{V_L - bN}{V_G - bN} + aN^2 \left[\frac{1}{V_G} - \frac{1}{V_L} \right]$

0 (isotherme)

idem pour Q_{CD}

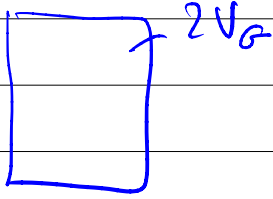
3h question

Comme les chaleurs échangées et les évolutions sont égales en // mais opposées, on peut mettre en place en réinjectant les comme pour le gaz parfait.

3i pression

$$p_1 = p_{\text{sat}}$$

1 N moles de SF_6 + N moles air. volume $2V_0$
pression partielle air : $\frac{p_{\text{sat}}}{2}$ SF_6 : $\frac{p_{\text{sat}}}{2}$



$$p_{\text{tot}} = p_{\text{sat}}$$

3j pression

$$p_2 = 2p_{\text{sat}}$$

1 à V_0 la pression partielle de SF_6 est p_{sat}
on est juste au début du palier de liquéfaction

N moles d'air dans V_0 à p_{sat} aussi

$$p = 2p_{\text{sat}}$$

3k Place de secours pour exercice 3