Aucun document personnel autorisé

Les réponses finales à chaque question ainsi que la justification de la réponse doivent être reportées sur le cahier réponse dans les cases prévues à cet effet.

Seul le cahier de réponse est ramassé et corrigé. Pas de feuilles volantes.

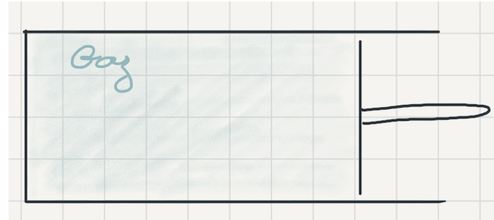
L'examen comporte 3 exercices, numérotés de 1 à 3

Le nombre de points maximum pour cet examen est de 38 points

Ne pas ouvrir avant le début de l'épreuve

Exercice 1: cycle mal réalisé, 14 points

Deux étudiantes de second semestre veulent fabriquer une pompe à chaleur manuelle qui permette de réaliser un cycle de Carnot pac/frigo. Pour ce faire, elles enferment N moles d'air, assimilé à un gaz parfait de coefficient adiabatique γ, dans un cylindre fermé par un piston mobile. Elles se procurent par ailleurs deux bains thermiques, un froid à T_b et un chaud à T_h. Le cycle de Carnot est composé de deux adiabatiques et deux isothermes.



Les isothermes sont réalisées par des transformations lentes, en contact avec un des bains thermiques. Les adiabatiques sont réalisées par une détente ou une compression assez rapide pour que les échanges thermiques n'aient pas le temps de se mettre en place, mais en garantissant quand même une transformation qui ne se fasse pas hors équilibre, ainsi elle est réversible.

La principale difficulté de la réalisation pratique est que les transformations adiabatiques doivent être réalisées de manière à précisément atteindre la température du bain thermique dans lequel on réalisera la transformation isotherme suivante.

On appelle A, B, C,D les sommets du cycle et $\alpha = \frac{V_A}{V_B}$

a. Représenter le cycle envisagé, supposé réversible, sur un diagrammer (pV) et sur un diagramme (TS). On prendra comme point A le point de volume de plus élevé, et à la température T_h.

b. Calculer les travaux W_{ij} et les chaleurs Q_{ij} à chaque étape du cycle, ainsi que l'efficacité en mode pompe à chaleur en fonction des températures des bains thermiques, de α, γ et N.

☞ On suppose maintenant que dans leurs premiers essais, les étudiantes font une détente adiabatique BC trop importante, ainsi, elles dépassent le point C s'arrêtent en un point C' de volume $V_{C'}$ connu, tel que $V_D > V_{C'} > V_C$ et $T_{C'} < T_b$. Puis elles doivent laisser le système en contact avec le bain thermique à T_b pour qu'il se réchauffe de manière isochore, jusqu'en D' avant de commencer la détente isotherme à T_b. Le reste du cycle se déroule normalement.

c. Tracer ce nouveau cycle dans un diagramme (p,V).

d. L'efficacité de la pompe à chaleur sera-t-elle plus grande, identique ou plus faible ? Justifier brièvement sans calculs.

e. Calculer W_{ij} le travail et Q_{ij} la chaleur, algébriques, reçus par le gaz pour les 3 nouvelles étapes entre C et D en fonction des données et de V_C, $V_{C'}$, V_D, $V_{D'}$. Identifier Q_b et Q_h pour ce nouveau cycle en termes des Q_{ij} et W.

f. Calculer l'efficacité du nouveau cycle.

g. Calculer l'entropie créée au cours du cycle.

h. La quantité de chaleur transmise au thermostat chaud a-t-elle changé ?

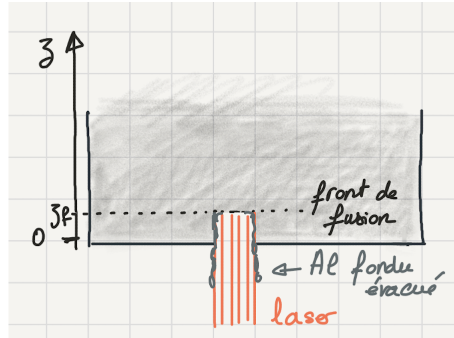
☞ On suppose maintenant que les étudiantes font une détente adiabatique BC qui s'arrête trop tôt et n'atteint pas T_b. De plus, elles s'intéressent maintenant au comportement en mode frigo de leur dispositif.

i. Tracer le cycle correspondant dans un diagramme (p,V).

j. Sans calculs, décrire la succession de transformations en indiquant pour chaque transformation le thermostat impliqué si il y en a.

k. Sans calcul, identifier Q_b et Q_h , donner l'efficacité en termes des Q_{ij} et W et indiquer si l'efficacité augmente ou diminue par rapport au cycle idéal.

Exercice 2.Découpe laser d'une plaque métallique (10 points)



La découpe laser consiste à faire fondre localement un matériau solide grâce à l'énergie apportée par un laser. Nous allons étudier la fusion de l'aluminium sous l'effet du rayonnement laser qui est absorbé dans le matériau. On considère le cas ou un faisceau laser de puissance P (en Watt), et de section S (aire du disque illuminé), constante sur toute la longueur du faisceau, illumine un bloc d'aluminium, et on cherche à évaluer la progression de la profondeur du trou en fonction du temps. Le bloc est illuminé par en dessous ce qui permet à l'Al liquide de s'évacuer en coulant.

Soit z_f la position du front de fonte sur l'axe vertical, et $\dot{z}_f = v_f$ sa vitesse de progression. Pour évaluer l'ordre de grandeur de la vitesse de coupe, on néglige les effets de diffusion de la chaleur latéralement. On se restreint donc à un modèle à une dimension. La température selon z à la verticale du faisceau ne dépend donc que de z et t : $T(z,t)$. En $z = z_f$ $T = T_f$ et loin du front de fonte, quand $z \longrightarrow \infty$, la température tend vers la température ambiante, T_0. On fait l'hypothèse que, une fois le régime de découpe établi v_f est constant.

On suppose connu pour Al: masse volumique ρ, de capacité calorifique massique c^* et conductivité thermique, λ. On note T_f la température de fusion de l'aluminium et ℓ_f^* sa chaleur latente massique de fusion.

On appelle $\mathcal{R}$ le référentiel fixe du laboratoire et $\mathcal{R}'$ le référentiel mobile, en translation à la vitesse $v_f\vec{e}_z$ dans $\mathcal{R}$.

a. Ecrire l'équation de diffusion de la chaleur dans $\mathcal{R}$

b. On cherche des solutions de la forme $T(z,t) = \theta(z - v_f t)$. Montrer que θ répond à l'équation différentielle
$$-v_f \frac{d\theta}{dz'} = a\frac{d^2\theta}{dz'^2}$$
avec $a = \lambda/\rho c^*$ et $z' = z - v_f t$.

c. en déduire l'expression de $T(z,t)$

☞ On cherche maintenant à évaluer la vitesse du front de fonte en fonction des données. On considère que toute la puissance du laser est absorbée à la surface de l'aluminium.

d. Montrer que la vitesse du front de fonte est
$$v_f = \frac{P}{\rho S(\ell_f^* + c^*(T_f - T_0))}$$
.

☞ On suppose que l'aluminium se sublime au lieu de se liquéfier, on appelle ℓ_{vap}^* sa chaleur latente massique de vaporisation et T_{vap} sa température de vaporisation. On suppose que la capacité thermique de l'Al liquide est identique à celle de l'Al solide.

e. Donner sans calculs la nouvelle expression pour v_f .

f. les données pour un laser connu permetent de calculer une vitesse de progression du front de fonte telle qu'il faut 0.36 ms pour avancer d'1mm. Expérimentalement, il fsaut en fait 0.46 ms. Qelle pourrait en être la raison ?

Exercice 3. Propriétés d'un gaz de van der Waals (14 points)

On considère N moles de gaz de van der Waals (SF_6) formant un système fermé. La molécule possède f degré de liberté. On appellera $\bar{U} = (f/2)NRT$, $\bar{H} = ((f+2)/2)NRT$, $\bar{C}_V$ et $\bar{C}_p$ les grandeurs correspondant au modèle du gaz parfait. On suppose a et b de l'équation de VdW connus, ainsi que $L_{\mathrm{vap}}(T_b)$ et $p_{\mathrm{sat}}(T_b)$.

a. Montrer que la capacité thermique à volume constant du gaz de van der Waals C_V est égale à celle du gaz parfait $\bar{C}_V$.

b. Exprimer l'enthalpie H, puis la différence $H - \bar{H}$ en fonction de T, V et des grandeurs connues.

c. Exprimer $dS(T,V)$ pour une transformation quelconque.

d. Montrer que pour une adiabatique réversible $T(V - Nb)^{(2/f)} = \mathrm{cte}$

e. On rappelle la définition du coefficient de dilatation isobare α_p et de compressibilité isotherme κ_T:

$$\alpha_p = \frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T}\Big|_p \qquad \kappa_T = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial p}\Big|_T$$

Exprimer ces coefficients pour un gaz de Van der Waals.

☞ On fait maintenant subir un cycle de Stirling (2 isothermes, 2 isochores) moteur comprenant un changement de phase gaz/liquide. La compression isotherme à T_b se fait à une température inférieure à la température critique. La détente isotherme se fait exactement à la température critique T_c. Le volume min du cycle est le volume V_L dès que la phase est entièrement contensée sur l'isotherme à T_b, le volume max du cycle est le volume V_G, juste au début de la condensation sur l'isotherme T_b.

f. Tracer le cycle dans un diagramme (pV) et dans un diagramme (TS). Tracer la courbe de saturation dans le diagramme (pV). On appellera A le point à V_L et T_c

g. Calculer W_{ij} et Q_{ij} échangés.

h. Peut-on facilement réaliser un cycle incluant un régénérateur, comme avec un gaz parfait ?

☞ On place les N moles de SF_6 dans un cylindre fermé par un piston, et ce faisant on y enferme aussi N moles d'air. On thermalise le cylindre à $T_b = 20$°C. On considérera que le SF_6 quand il est sous forme gazeuse se comporte comme un gaz parfait à cette température.

i. Initialement, le volume du cylindre est de $2V_G$. Quelle est la pression dans le cylindre ?

j. On comprimme le cylindre à V_G. Quelle est la pression dans le cylindre ?