

Exercices

1	2	3	4
---	---	---	---

Surname, First name**PHY-105 thermo avancée**

Examen PHY-105

1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9
0	0	0	0	0	0	0

Ne pas ouvrir avant le début de l'épreuve

Instructions :

- Vérifier que votre nom et numéro sciper sont corrects
- Le cahier ne doit pas être dégraffé, les pages ne doivent pas être séparées. Les brouillons ne seront pas ramassés. Seul le cahier de réponses est corrigé
- Ne pas ajouter de feuilles sur papier libre. Elles ne seront pas scannées et donc pas corrigées
- Des cadres libres ont été ajoutés à la fin des exercices et du feuillet, en cas de nécessité
- Le ramassage des copies se fait uniquement à la table, même pour les départs anticipés

Dans tous les problèmes, sauf indication contraire, les résultats sont à exprimer en fonction des données fournies et des constantes physiques connues. Chaque réponse doit être justifiée dans le cadre prévu à cet effet.

L'énoncé de l'examen comporte 4 pages avec 3 exercices, numérotés de 1 à 3.

Le cahier de réponses comporte 20 pages.

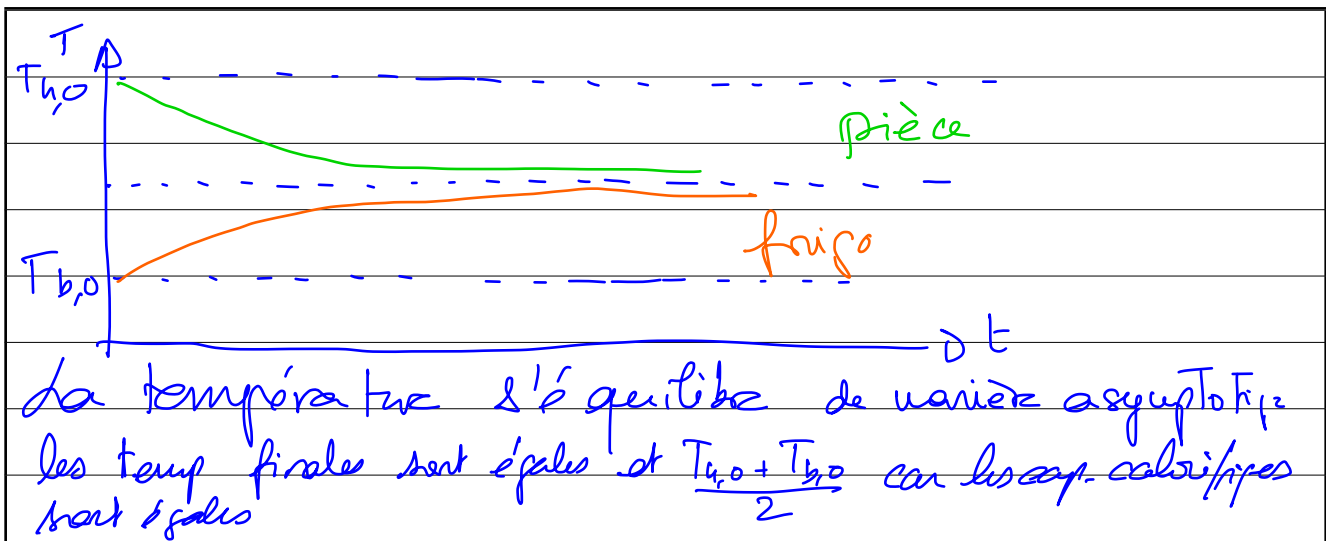
Le nombre de points maximum pour cet examen est de 34 + points + 4 points de bonus.

Aucun document personnel autorisé. Pas de calculatrice. Pas de téléphone.

Exercice 1 : Frigo confiné (11 pts)

1a Schéma

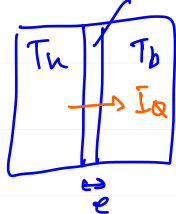
1



1b

Equation différentielle: $\frac{d\Delta T}{\Delta T} = -\frac{2\lambda\sigma t}{eC} dt = -\frac{1}{\tau} dt$ Solution: $\Delta T = (T_{h,0} - T_{b,0}) e^{-\frac{t}{\tau}}$

2

Modèle: λ, σ à t , on a $T_h(t)$ et $T_b(t)$ 

$$\Delta T(t) = T_h(t) - T_b(t)$$

Régime permanent, modèle linéaire

$$\nabla T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = \text{cte} \quad I_Q = -\lambda A \frac{\partial T}{\partial x} = \text{cte}$$

$$T(x) = ax + b \quad T(0) = T_h \quad T(e) = T_b \Rightarrow b = T_h; ae + T_h = T_b \quad a = -\frac{\Delta T}{e}$$

$$I_Q = \frac{\lambda \sigma \Delta T}{e} \quad [Rq \text{ ou si cette formule est utilisée}]$$

$$\text{entre } t \text{ et } t+dt \text{ il passe } I_Q dt \Rightarrow dT_h = -I_Q dt \text{ et } dT_b = I_Q dt$$

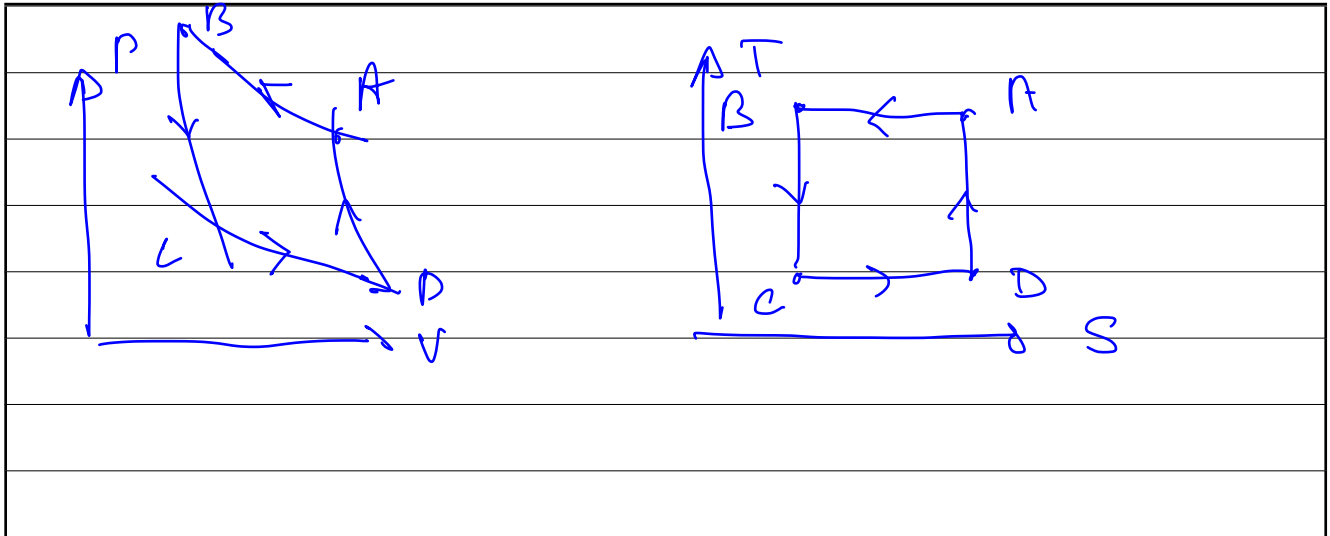
$$d(T_h - T_b) = d(\Delta T) = -\frac{2I_Q}{C} dt = -\frac{2\lambda\sigma \Delta T}{eC} dt \Rightarrow \frac{d\Delta T}{\Delta T} = -\frac{2\lambda\sigma}{eC} dt$$

$$\frac{d\Delta T}{\Delta T} = -\frac{1}{\tau} dt \Rightarrow \ln \Delta T = -\frac{t}{\tau} + K \quad \Delta T = A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{à } t=0 \quad \Delta T = (T_{h,0} - T_{b,0}) \Rightarrow \Delta T = (T_{h,0} - T_{b,0}) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

1c Diagrammes

1



1d

$$W_{AB} = NR T_h \ln \alpha$$

$$Q_{AB} = -NR T_h \ln \alpha = Q_h < 0$$

$$W_{BC} = -\frac{3}{2} NR (T_h - T_b)$$

$$Q_{BC} = 0$$

$$W_{CD} = -T_b NR \ln \alpha$$

$$Q_{CD} = NR T_b \ln \alpha = Q_b > 0$$

$$W_{DA} = \frac{3}{2} NR (T_h - T_b)$$

$$Q_{DA} = 0$$

BC & DA adiabatiques $\Rightarrow Q=0$

2

$$\Delta U = W = C_V \Delta T = \frac{3}{2} NR \Delta T \quad W_{BC} = -\frac{3}{2} NR (T_h - T_b)$$

$$W_{DA} = \frac{3}{2} NR (T_h - T_b)$$

AB isotherme $W = \int_A^B -p dV = -NR T_h \int_A^B \frac{dV}{V} = -NR T_h \ln \frac{V_B}{V_A}$

$$W_{AB} = NR T_h \ln \alpha$$

$$\Rightarrow Q_{AB} = -NR T_h \ln \alpha$$

De même pour CD $W_{CD} = -NR T_b \ln \alpha$; $Q_{CD} = NR T_b \ln \alpha$

1e

$$Q_{\text{cond}} = Q_b$$

1

le compresseur doit évacuer du frigo la chaleur qui y rentre pour fonctionner, c'est donc Q_b

1f Evolution temporelle



le compresseur utilise du travail pour refroidir le frigo.

par $\square \xleftarrow{Q_h} \xrightarrow{Q_b}$ $|Q_h| = |W| + |Q_b| > Q_b \Rightarrow$ à chaque cycle plus de chaleur arrive dans la pièce qu'il n'en sort. $\Rightarrow T_h$ augmente.
de plus 1) la conduction n'aide rien si $\Delta T \uparrow$;
2) l'efficacité $\downarrow \Rightarrow W \uparrow$ pour $Q_b \Rightarrow$

T_h augmente de + en + vite

1g Réponse/justification

1. Inévitable à cause de la condensation qui est un phénomène de transport

1h

$$\Delta T_h = \frac{NR}{C} (T_h - T_b) \ln a$$

1,5. Au cours d'un cycle entre T_h et T_b la pièce reçoit $-Q_h - Q_b = W$ de la p.a.c

$$Q_{p.a.c} = C \Delta T_h = -Q_h - Q_b = NR T_h \ln a - NR T_b \ln a$$

$$\Delta T_h = : \frac{NR}{C} (T_h - T_b) \ln a$$

1i Place de secours exercice 1

[illegible]

Exercice 2: Réactions et équilibres chimiques

2a Explication

On a un mélange parfait de GP. Pas d'interaction $\Rightarrow$ c'est un GP au premier, n T $\Rightarrow$ l'énergie interne ne change pas, ~~c'est~~ $U_{tot} = U_A + U_B$
 $U = kT = N_A R C_A T + N_B R C_B T = \text{aussi } N_A + N_B \left(\frac{N_A C_A + N_B C_B}{N_A + N_B} \right) T$
 $\Rightarrow T_{\text{act}} \text{ etc d'ale à } T_0$
 V ne change pas donc p non plus $\Rightarrow p_{\text{cte}} = p_0$
 $T = \text{cte} = T_0 \quad p = \text{cte} = p_0$

2b

$$S_{\text{créé}} = R \ln \frac{27}{4}$$

A: entropie molaire $s_A(T_0, p_0)$ avant mélange $\Rightarrow S_A^i = N_A s_A(T_0, p_0)$
 $S_B^i = N_B s_B(T_0, p_0)$

Après mélange $S_A^f = N_A s_A(T_0, p_0, x_A)$
 $= N_A [s_A(T_0, p_0) - R \ln x_A]$
 $S_B^f = N_B [s_B(T_0, p_0) - R \ln x_B]$

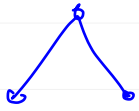
$Q=0 \Rightarrow S^{\text{ech}} = 0 \quad \Delta S = S^{\text{créé}} = S^f - S^i$

$$\Delta S = -R (N_A \ln x_A + N_B \ln x_B) = -R \left[1 \ln \frac{1}{3} + 2 \ln \frac{2}{3} \right]$$

$$= R \left[\ln 3 + \ln \frac{9}{4} \right] = R \ln \frac{27}{4} = S^{\text{créé}}$$

2c

$$\gamma = \frac{4}{3}$$

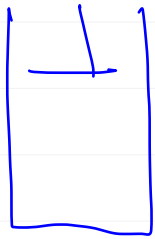


$$f = 6 \quad (3 \text{ rota}^\circ; 3 \text{ transla}^\circ)$$

$$\Rightarrow c = 3 \quad c + 1 = 4 \quad \Rightarrow \gamma = \frac{4}{3}$$

2d

$$T_f = \frac{\gamma - 1}{\gamma N^{\text{tot}} R} (\Delta H_{\text{CH}_4}^\circ - \Delta H_{\text{CO}_2}^\circ - 2 \Delta H_{\text{H}_2\text{O}}^\circ)$$



$$P = cte \quad \text{la comb. libe de la} \\ \text{chaux} \quad Q = \Delta H$$

$$\Delta H^{\text{noac}} = \Delta H_{\text{CO}_2}^\circ + 2 \Delta H_{\text{H}_2\text{O}}^\circ - \Delta H_{\text{CH}_4}^\circ = Q^{\text{noac}}$$

cylindre adiabatique la chaux va augmenter
à $p = p_0 = cte$ $\Delta H^{\text{pas}} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} N^{\text{tot}} R \Delta T = -Q^{\text{noac}}$

$$\Delta T = \frac{\gamma - 1}{\gamma N^{\text{tot}} R} (\Delta H_{\text{CH}_4}^\circ - \Delta H_{\text{CO}_2}^\circ - 2 \Delta H_{\text{H}_2\text{O}}^\circ)$$

$$N^{\text{tot}} = 3$$

2e

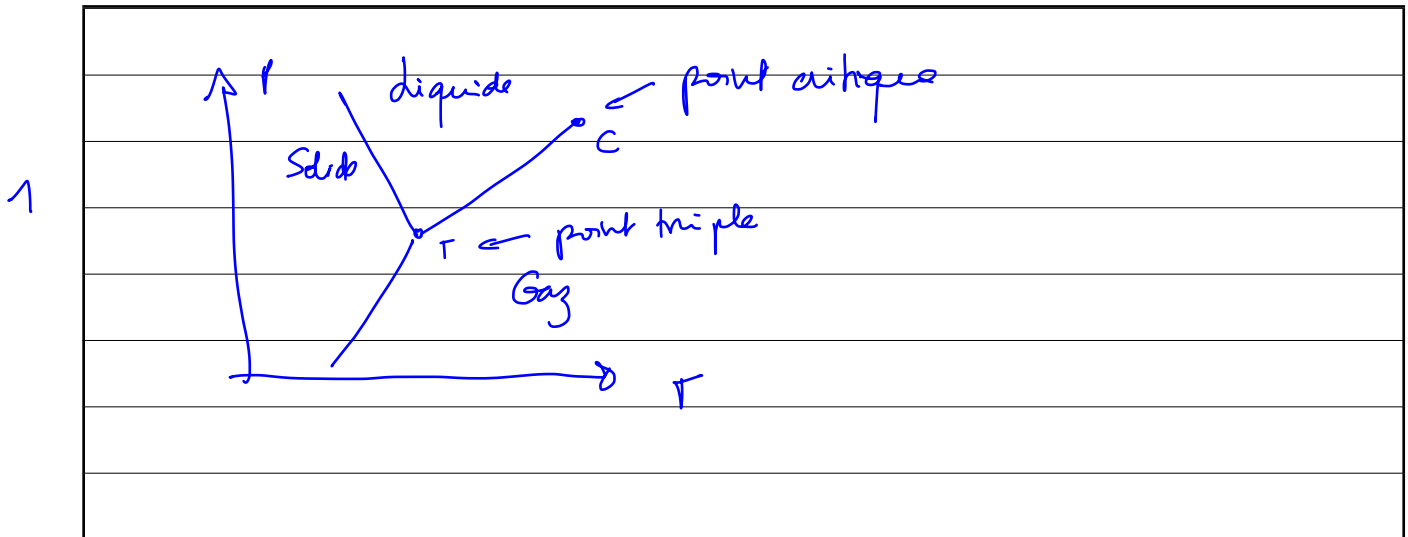
A.N. $T_f \approx 8000 \text{ K}$

$$T_f = 25^\circ\text{C} + \frac{\frac{4}{3}-1}{\frac{4}{3} \cdot 3.8} (-75 + 400 + 500) \cdot 10^3$$

$$= 25^\circ\text{C} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 8} \cdot 825 \cdot 10^3 \approx \frac{25}{3} \cdot 10^3 \sim 8 \cdot 10^3 + 25 \sim 8000 \text{ K (!?)}$$

la température est bcp trop élevée, ça ne peut pas se passer comme cela sans que tout fonde.
On doit évacuer la chaleur au cours de la combustion

2f Schéma



2g

$$V_f =$$

Système à (p_0, T_0) . A T_0 $p^{sat} = 30 \text{ mbar} = 30 \cdot 10^{-3}$
 si on reste avec $pV = NRT$ et tout faux $p^{H_2O} = \frac{2}{3} \text{ bar}$ -
 $\Rightarrow$ pas possible $\Rightarrow$ de l'eau condense.

Approche "intuitive": on néglige V_{liquide} $30 \text{ mbar} \ll 1 \text{ bar}$
 $\Rightarrow p_{\text{eq}} \approx p_0 = 1 \text{ bar}$ et $V_f = V$

2

Approche complète $p_0 V_f = N_{\text{tot}} R T_0 = (1 + N_e) R T_0$
 $= R T_0 + N_e R T_0 = p_0 V + p_{\text{sat}} V_f$

$$V_f = V \cdot \frac{p_0}{p_0 - p_{\text{sat}}}$$

2h Démonstration

$$dG = SdT + Vdp + \mu dN$$

Maxwell $\left(\frac{\partial V}{\partial N} \right)_{p,T} = \left(\frac{\partial \mu}{\partial p} \right)_{N,T}$

$$pV = NRT \quad V = \frac{NRT}{p}$$

$$\frac{\partial V}{\partial N} = \frac{RT}{p}$$

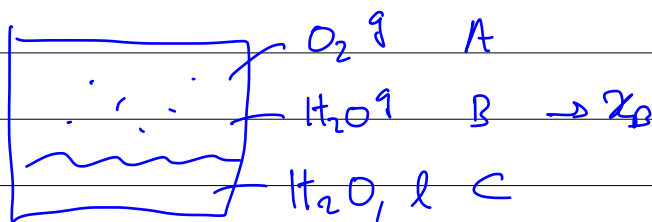
à $T = \text{cte}$ $\frac{RT}{p} = \frac{d\mu}{dp}$

$$d\mu = RT \frac{dp}{p}$$

2

$$\mu(T, p) = \mu(T, p_0) + RT \ln \frac{p}{p_0}$$

2i Démonstration



B: H_2O gazeux $\mu_c(T_0, p) = \mu_B(T_0, p, x_B)$
 $= \mu_B(T_0, p) + RT \ln x_B$

eau seule à p_{sat} $\mu_B(T_0, p_{sat}) = \mu_c(T_0, p_{sat})$

$\mu_B(T_0, p_{sat}) = \mu_B(T_0, p) + RT \ln \frac{p_{sat}}{p}$

par le liquide $\frac{\partial \mu}{\partial p} = \frac{\partial V}{\partial N} = v_c = v_{te}$

$\mu_c(T_0, p_1) - \mu_c(T_0, p_2) = v_c(p_1 - p_2) \approx 0$

$\mu_c(T_0, p_{sat}) = \mu_c(T_0, p) + v_c(\underbrace{p_{sat} - p}_{\approx 0}) = \mu_B(T_0, p_{sat})$

$\mu_B(T_0, p_{sat}) = \mu_B(T_0, p) + RT \ln \frac{p_{sat}}{p} = \mu_B(T_0, p) + RT \ln x_B$

$\Rightarrow x_B = \frac{p_{sat}}{p}$

2j

[illegible]

Exercice 3: Propriétés d'un gaz parfait

3a

$$U_0 = \frac{3}{2} NRT_0$$

$$p_0 = \frac{NRT_0}{V_0}$$

1

$$GP \quad U_0 = \frac{3}{2} NRT_0 \quad p_0 = \frac{NRT_0}{V_0}$$

3b

$$S = S_0 + \frac{3}{2} NR \ln \frac{U}{U_0} + NR \ln \frac{V}{V_0}$$

1/5

$$dU = TdS - pdV + \cancel{\mu dN} \quad N = cte$$

$$dS = \frac{1}{T} dU + \frac{p}{T} dV \quad \frac{p}{T} = \frac{NR}{V}$$

$$T = \frac{2}{3} \frac{U}{NR} \Rightarrow dS = \frac{3}{2} NR \frac{dU}{U} + NR \frac{dV}{V}$$

$$S - S_0 = \frac{3}{2} NR \ln \frac{U}{U_0} + NR \ln \frac{V}{V_0}$$

3c Démonstration

$$\frac{2}{3} \frac{S-S_0}{NR} = \ln \frac{U}{U_0} + \frac{2}{3} \ln \frac{V}{V_0}$$

$$= \ln \left[\frac{U}{U_0} \cdot \left(\frac{V}{V_0} \right)^{2/3} \right]$$

$$U = U_0 \cdot \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-2/3} \exp \left[\frac{2}{3} \frac{S-S_0}{NR} \right]$$

$$U = \frac{3}{2} NRT_0 \cdot \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-2/3} \exp \left[\frac{2}{3} \frac{S-S_0}{NR} \right] \quad \text{eqfd}$$

3d

$$p = p_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-5/3} \exp \left[\frac{2}{3} \frac{S-S_0}{NR} \right]$$

$$p = - \left. \frac{\partial U}{\partial V} \right|_S = - \cancel{\frac{3}{2}} NRT_0 \cdot \frac{1}{V_0} \left(-\cancel{\frac{2}{3}} \right) \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-5/3} \exp \left[\frac{2}{3} \frac{S-S_0}{NR} \right]$$

$$= p_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-5/3} \exp \left[\frac{2}{3} \frac{S-S_0}{NR} \right]$$

3e Démonstration

$$H = U + pV = \frac{3}{2} NRT + pV = \frac{5}{2} NRT = \frac{5}{3} \frac{3}{2} NRT$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-\frac{5}{3}} \exp \left[\frac{2}{3} \frac{S - S_0}{NR} \right]$$

$$\frac{V}{V_0} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{3}{5}} \exp \left[\frac{2}{5} \frac{S - S_0}{NR} \right]$$

2

$$H = \frac{5}{3} U = \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{2} NRT_0 \left[\left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}} \exp \left[-\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} \frac{S - S_0}{NR} \right] \right] \cdot \exp \left[\frac{2}{3} \frac{S - S_0}{NR} \right]$$

$$H = \frac{5}{2} NRT_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{5}} \exp \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{4}{15} \right) \frac{S - S_0}{NR} \right]$$

$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

$$H = \frac{5}{2} NRT_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{5}} \exp \left[\frac{2}{5} \frac{S - S_0}{NR} \right] \text{ qfd}$$

3f Démonstration

$$U = K V^{-2/3} \exp \left[\frac{2}{3} \frac{S - S_0}{NR} \right] \quad K = \text{cte.}$$

$$2 \quad \frac{\partial^2 U}{\partial S^2} = K K^{-2/3} \cdot \left(\frac{2}{3NR} \right)^2 \exp \left[\frac{2}{3} \frac{S - S_0}{NR} \right] > 0$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial V^2} = K \left(-\frac{2}{3}\right) \left(-\frac{5}{3}\right) V^{-8/3} \exp[\] > 0$$

3g Démonstration

$$H = K' P^{2/5} \exp\left[\frac{2}{5} \frac{S-S_0}{NR}\right]$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial S^2} = K' P^{2/5} \left(\frac{2}{5NR}\right)^2 \exp[\] > 0$$

$$2 \quad \frac{\partial^2 H}{\partial P^2} = K' \frac{2}{5} \left(-\frac{2}{5}\right) P^{-8/5} \exp[\] < 0$$

$$\frac{2}{5} - 1 = -\frac{3}{5} \quad -\frac{2}{5} - 1 = -\frac{8}{5}$$

3h Démonstration

$$H = U + pV \quad pV = H - U$$

H et U fonction de T uniquement
 $\Rightarrow pV$ fonction de T

3i

$$dS = \frac{C_V(T)}{T} dT + \frac{f(T)}{TV} dV$$

$$dU = TdS - p dV \quad dS = \frac{1}{T} dU + p dV$$

$$pV = f(T) \quad p = \frac{f(T)}{V} \quad U = U(T) \quad dU = C_V(T) dT$$

$$dS = \frac{C_V(T)}{T} dT + \frac{f(T)}{TV} dV$$

3j Démonstration

th de Schwarz dérivées croisées nulles

$$\left. \frac{\partial \left(\frac{C_V(T)}{T} \right)}{\partial V} \right|_T = \left. \frac{\partial \left(\frac{f(T)}{TV} \right)}{\partial T} \right|_V \quad \frac{C_V(T)}{T} \text{ fonction de } T \text{ seulement} \Rightarrow \text{dérivée par rap. à } T = 0$$

$$\frac{\partial \left(\frac{f(T)}{TV} \right)}{\partial T} = 0 \Rightarrow \frac{f(T)}{T} = K \Rightarrow \underline{\underline{pV = KT}}$$

[illegible]

Pla

4

[illegible]

[illegible]