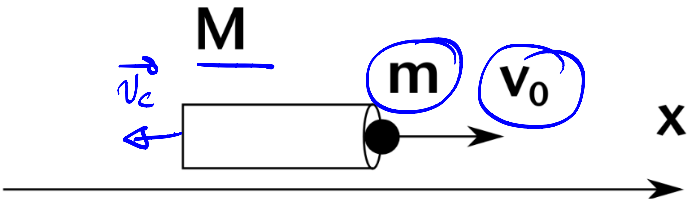
Mécanique générale, classe inversée.

7-10 Novembre 2023

Canon sur rail à air (mardi)

Un canon, initialement immobile sur un rail à air, tire un boulet à la vitesse $\vec{v}_0$



Calculer la vitesse de recul du canon

Conservation ~~E_c~~

Conservation de $\vec{p}$

$\underbrace{\vec{P}_{avant}}_{\text{avant le tir}} = \underbrace{\vec{P}_{après}}_{\text{après le tir}}$

Système : boulet + canon

$\vec{P}_{avant} = \vec{0}$ ($\vec{V}_{initial} = \vec{0}$ pour les 2)

$\vec{P}_{après} = \vec{P}_{canon} + \vec{P}_{boulet} = M\vec{V}_c + m\vec{V}_0 = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\vec{V}_c = -\frac{m}{M}\vec{V}_0$

Exercice d'application

bonus pas demandé :

Bilan d'énergie. Initial : $E_{c,i} = 0$

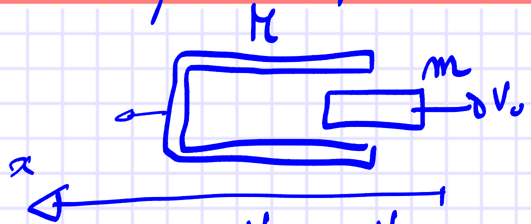
Final $E_{c,f} = E_{c,b} + E_{c,c} = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} M V_c^2$ $\quad V_c^2 = \frac{m^2}{M^2} v_0^2$

$$= \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} \cancel{M} \frac{m^2}{M^{\cancel{2}}} v_0^2$$

$$= \frac{1}{2} m v_0^2 \left[1 + \frac{m}{M} \right] > 0$$

Exercice d'application (Comparaison fusée)

$$v(t) = v_e \ln \frac{m_0}{m(t)}$$



$m_0 = M + m$

t_f après fin du

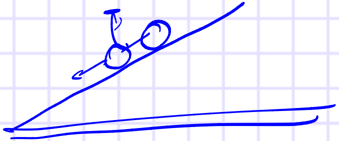
$V_e = V_0$

à t_f $\quad v(t_f) = v_0 \ln \frac{m+M}{M} = v_0 \ln\left(1 + \frac{m}{M}\right) \quad \frac{m}{M} \ll 1$

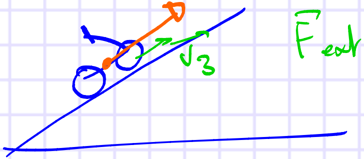
$\ln(1+\varepsilon) \simeq \varepsilon \Rightarrow v(t_f) = v_c = v_0 \frac{m}{M} = \frac{m}{M} v_0$

$v_e = |\vec{v}_e| > 0$

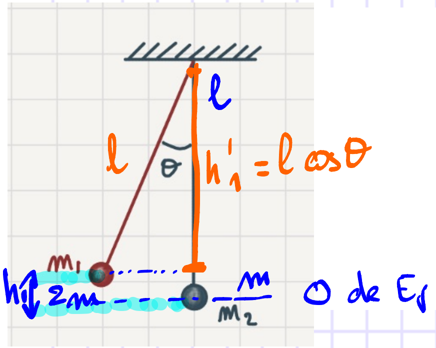
Retour exercice cycliste~~s~~



$\vec{F}_{ext}$ modélise $P_{cyclist}$



$\vec{F}_{ext} \cdot \vec{v}_3 = P_c$



On considère le double pendule ci-contre :
On écarte m_1 de θ et on la lâche sans vitesse initiale.
Calculer l'angle attteint par m_1 et m_2 après le premier choc, considéré élastique, si $\underbrace{m_1}_{2m} = 2\underbrace{m_2}_{m}$. $m_1 = 2m$

On a besoin de $\vec{v}_1$ avant le choc → conservation de Em ?

$|\vec{v}_1| = v_1$ avant : initial $E_{m,i} = E_{c,i} + E_{p,i} = 0 + 2mg\,h_1$

final $E_{m,f} = E_{c\,f} + E_{p\,f} = \frac{1}{2}(2m)v_1^2 + 0$

$h_1 = l - l\cos\theta = l(1-\cos\theta)$

$E_{m\,i} = E_{m\,f} = \cancel{(2m)}\,g\,l(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}\cancel{(2m)}\,v_1^2 \Rightarrow \underline{v_1^2 = 2gl(1-\cos\theta)}$

Exercice d'application

Choc entre (1 et 2) $\quad \vec{v}_2 = \vec{0} \quad m_1 = 2m \quad m = m$

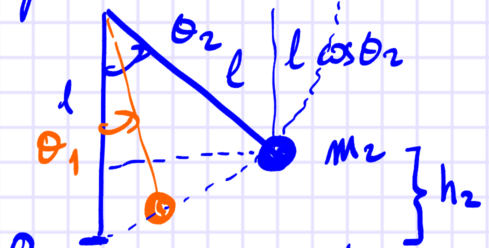
$m_1 + m_2 = 3m$

$m_1 - m_2 = m$

$$\vec{v}_1' = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + \cancel{2m_2\vec{v}_2}}{m_1 + m_2} = \frac{\cancel{m}\,\vec{v}_1}{3\cancel{m}} = \frac{1}{3}\vec{v}_1$$

$$\vec{v}_2' = \frac{\cancel{(m_2 - m_1)\vec{v}_2} + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2} = \frac{2 \times 2\cancel{m}\,\vec{v}_1}{3\cancel{m}} = \frac{4}{3}\vec{v}_1$$

après le choc



$h_2 = \ell(1 - \cos\theta_2)$

Conservation E_m $\quad \frac{1}{2}\cancel{m_2}v_2'^2 = \cancel{m_2}\,g\,h_2$

$$v_2'^2 = \frac{16}{9}v_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\,\frac{16}{9}v_1^2 = g\,h_2 = g\,\ell(1 - \cos\theta_2)$$

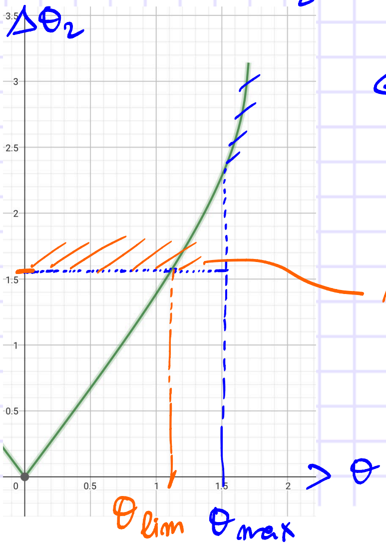
$$\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{16}{9}\,\cancel{2}\cancel{g}\ell(1 - \cos\theta) = \cancel{g}\ell(1 - \cos\theta_2)$$

Exercice d'application

Fin du calcul (pas présenté en amphi)

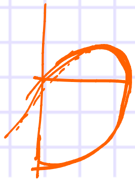
$\frac{16}{9}(1-\cos\theta) = 1-\cos\theta_2 \Rightarrow \cos\theta_2 = 1-\frac{16}{9}(1-\cos\theta)$

$\theta_2 = \arccos\left[1-\frac{16}{9}(1-\cos\theta)\right]$



← Graphe de θ_2 en fonction de θ. En fait déjà $\theta \leq \frac{\pi}{2}$ on ne peut pas lâcher m_1 de + que $90°$

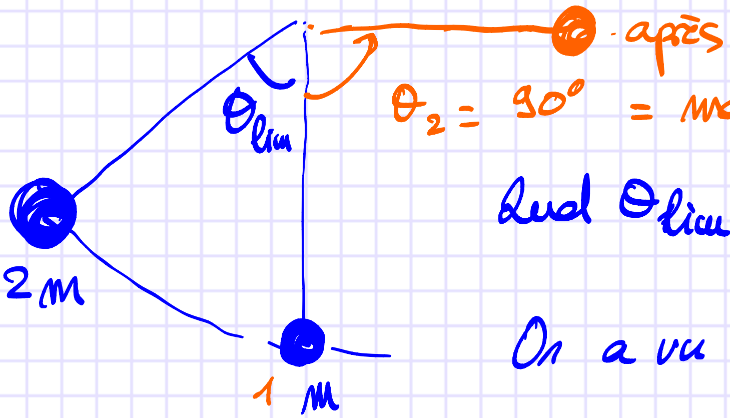
m_2 ne peut pas monter + haut que $90°$ sinon "décroche" et a 1 trajectoire non contrôlée



$\Rightarrow$ il faut lâcher m_1 de moins que $\theta_{lim} \simeq 1,1$ rad $(\simeq 63°)$

Exercice d'application

Calcul de θ_{lim}



$\theta_2 = 90° =$ max auquel 2 peut monter

Quel θ_{lim} donne $\theta_2 = 90°$

On a vu $\frac{16}{9}(1-\cos\theta) = 1-\cos\theta_2$

$$\frac{16}{9}(1-\cos\theta_{lim}) = 1-\underbrace{\cancel{\cos[90°]}}_{0}$$

$$1-\cos\theta_{lim} = \frac{9}{16}$$

$$\cos\theta_{lim} = 1-\frac{9}{16} = \frac{7}{16} < 1$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta_{lim} = 64°}$$

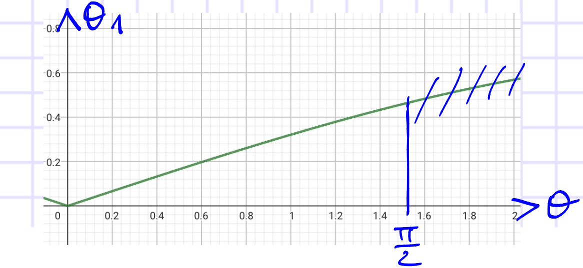
Calcul pour m_1 $\qquad$ m_1 a comme vitesse en bas $\vec{v}_1' = \frac{1}{3}\vec{v}_1$

On a comme pour m_2 : $\frac{1}{2}\cancel{m_1} v_1'^2 = \cancel{m_1} g h_{1,final}$

$$= g\ell(1-\cos\theta_1)$$

$$\frac{1}{2}v_1'^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{9}v_1^2\right) = \frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{1}{9} \times \cancel{2}\cancel{g\ell}(1-\cos\theta) = \cancel{g\ell}(1-\cos\theta_1)$$

$$\frac{1}{9}(1-\cos\theta) = 1-\cos\theta_1 \Rightarrow \cos\theta_1 = 1-\frac{1}{9}(1-\cos\theta) \qquad \boxed{\theta_1 = \arccos\left[1-\frac{1}{9}(1-\cos\theta)\right]}$$



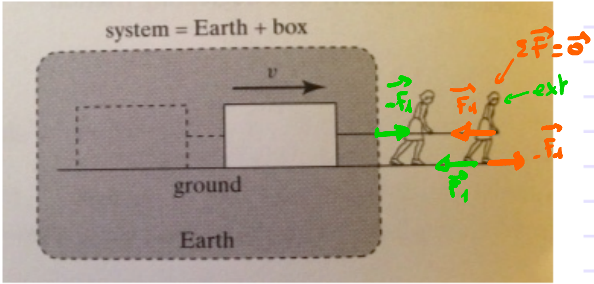
Ici, pas de problèmes $\theta_1 < \theta$ quoi qu'il arrive car $v_1' < v_1$

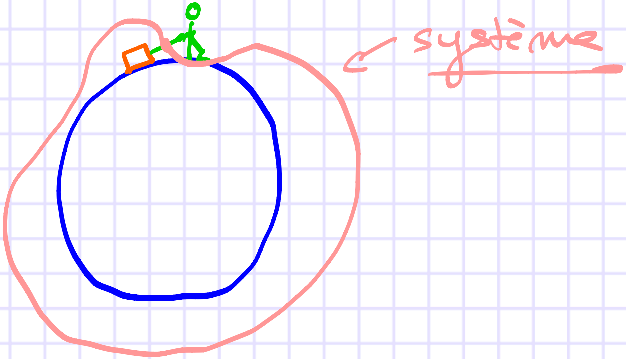
Caisse tirée

Une personne tire une caisse sur Terre, à vitesse constante. Les frottements ne sont pas négligés. Si on prend comme SYSTEME, l'ensemble caisse + Terre, la somme des forces extérieures au système est:

- Nulle car le système est isolé — 0%
- Non nulle car le système n'est pas isolé — 0%
- Nulle, bien que le système ne soit pas isolé — 0% ✓
- Non nulle, bien que le système soit isolé — 0%
- Rien de tout cela — 0%

No votes





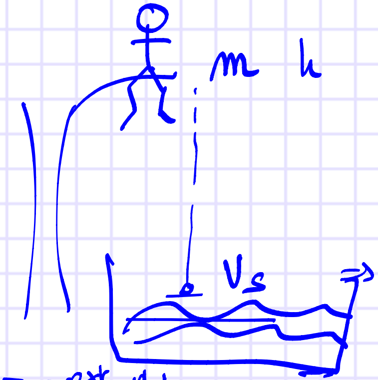
Zazie

Zazie tombe du cerisier où elle était en train de marauder. La force exercée sur son corps par le sol quand elle le heurte (plusieurs bonnes réponses possibles):

- est égale à son poids 0% 32
- ~~ne dépend que de la hauteur de chute~~ 0% 13
- dépend de la nature du sol 0% 69
- ~~ne dépend que de la vitesse d'arrivée~~ au sol 0% 29
- dépend de la durée du choc 0% 32

No votes

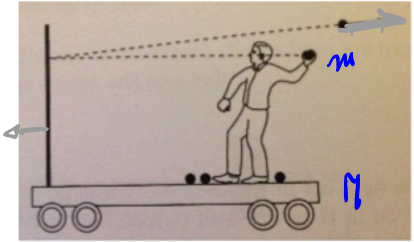
Vote



$\Rightarrow \vec{p} = m\vec{V_s}$

$\sum F^{ext} \Delta t = \Delta p$

Le singe et le miroir



Vous êtes sur un chariot, initialement au repos, et vous lancez des balles contre une parroi montée devant vous sur le chariot. Les balles rebondissent élastiquement. Arrivez-vous à déplacer le chariot ?

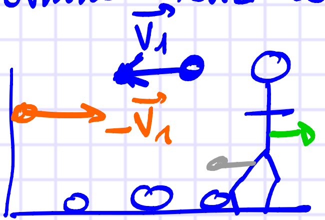
- Oui il se met en mouvement vers la droite — 0%
- 0 Non il reste globalement immobile — 0%
- X Oui, il se met en mouvement vers la gauche — 0%

initialement $\vec{v} = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\vec{p} = \vec{0}$

au cours du processus $\vec{p}$: conservé

$\vec{P}_{tot} = \vec{0}$

1. homme lance la balle



2 balle rebondit repart avec $-\vec{V}_1$

← garantit $\vec{P}_t = \vec{0}$