Les seuls objets autorisés sont:
- une feuille A4 manuscrite recto-verso
- stylos, etc.
Les réponses finales à chaque question ainsi que la justification de la réponse doivent être reportées sur l'énoncé dans les cases prévues à cet effet.

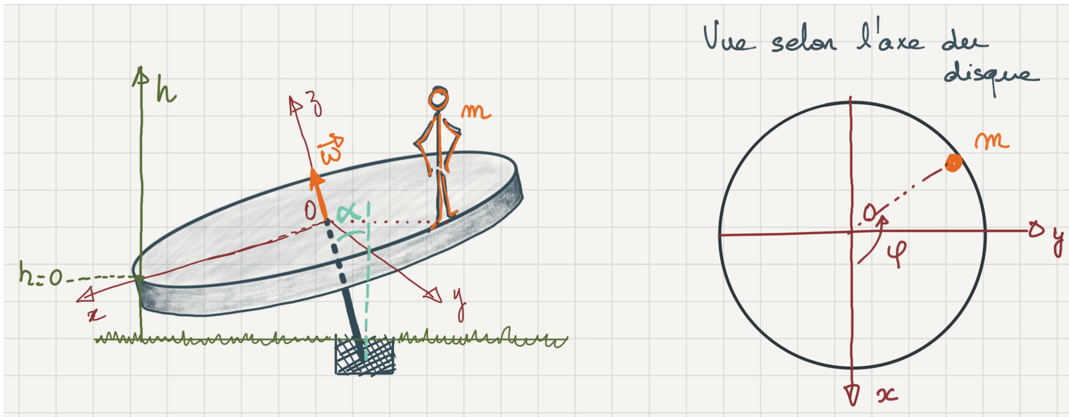
Seul le cahier de réponse est ramassé et corrigé. Pas de feuilles volantes.

L'examen comporte 3 exercices, numérotés de 1 à 3
Le nombre de points maximum pour cet examen est de 33 points

Ne pas retourner avant le début de l'épreuve

Exercice 1: Aire de jeux (11 points)

Une aire de jeux pour enfants et ados comprend l'attraction suivante: un disque plein homogène de masse M et de rayon R tourne sans frottement autour d'une tige placée sur son axe. La tige est solidement fixée dans le sol, elle ne peut pas bouger, et elle fait un angle α avec la verticale. α est faible devant 1. Un utilisateur peut se promener sur le disque et éventuellement le mettre en mouvement. Une personne restée au sol peut aussi mettre le disque en rotation.



Le repère $\mathcal{R}(O, x, y, z)$ est **fixe** dans le référentiel Terrestre.

On place le 0 de l'altitude à la position la plus basse du bord du disque, et on utilise un angle φ mesuré depuis le bas sur le disque pour repérer une position de son bord. $\varphi \in]-\pi, \pi]$

Les questions sont majoritairement indépendantes, les parties A et B le sont complètement.

Partie A. Un ado de masse m monte sur le bord du disque, à φ_0 et reste immobile par rapport au disque. On le considère comme un point matériel. On repère sa position dans $\mathcal{R}$ par l'angle φ.

a. Pourquoi le disque incliné est-il monté sur un axe oblique et pas sur un axe vertical ?

b. Calculer I_O le moment d'inertie de l'ensemble disque + ado par rapport à O centre du disque.

c. Montrer que m est à l'altitude $h = R(1 - \cos\varphi)\sin\alpha$

d. Montrer que pour l'ensemble (disque + ado) la position de m donnée par $\varphi = 0$ est une position d'équilibre stable et la position $\varphi = \pi$ une position d'équilibre instable.

e. Etablir l'équation différentielle du mouvement pour l'ensemble disque+ado en fonction de φ

f. on suppose φ bien plus petit que 1, quelle est la nature du mouvement et la pulsation des oscillations?

Partie B. 2 ados s'assoient face à face sur le disque. Les ados ont installé un dispositif pour lancer des balles depuis le bord du disque. Le tir se fait avec un angle α par rapport au plan du disque incliné. On notera que cet angle est identique à l'angle α entre le plan du disque incliné et la verticale. Le disque ne tourne pas.

g. Quelle doit être la vitesse v_0 pour qu'une balle lancée pile depuis le bord inférieure arrive au bord supérieur?

☞ Deux autres copains font maintenant tourner le disque à $\Omega = cte$ depuis l'extérieur.

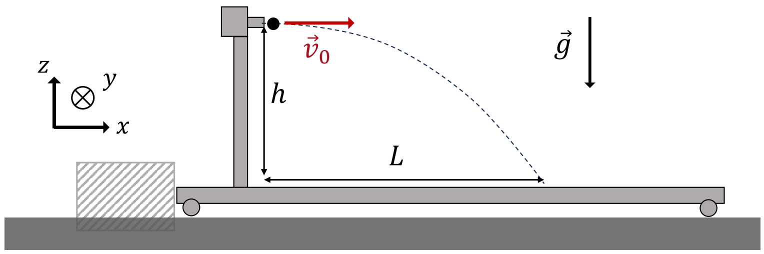
h. Un ado tire une balle quand il est en bas. Schématiser la trajectoire de la balle dans le référentiel du disque.

i. Représenter sur un schéma les forces réelles et fictives exercées sur la balle

Exercice 2 Lancer sur plateforme mouvante (11 points)

Une balle, considérée comme point matériel de masse m, est propulsée horizontalement vers la droite à partir d'une hauteur h par un mécanisme capable de convertir une énergie ΔK sous forme d'énergie cinétique finale. L'ensemble se trouve sur une plateforme de masse M (comprenant la masse du mécanisme de propulsion). On néglige les frottements de l'air et on considère que la plateforme ne décolle jamais du sol.

Les données du problème sont m, M, h, ΔK ainsi que les constantes physiques habituelles.



Partie A. Dans un premier temps, la plateforme est empêchée de se déplacer vers la gauche par un bloc immobile (rectangle hachuré sur la figure)

a. Calculer la distance L parcourue horizontalement par la balle avant qu'elle ne retombe sur la plateforme, en fonction de ΔK et des autres données du problème.

b. Exprimer le vecteur vitesse $\vec{v}_f$ de la balle juste avant le choc avec la plateforme.

c. En admettant qu'un choc mou ait lieu entre la balle et la plateforme, calculer le vecteur vitesse final de la plateforme juste après l'impact.

Partie B. On considère désormais que la plateforme est libre de se déplacer sans frottement vers la droite ou la gauche au moment du lancer car le bloc de fixation est retiré.

d. Exprimer la vitesse initiale horizontale $\vec{v'}_0$ du projectile en fonction de ΔK, m et M.

☞ On appelle L' la distance entre le lanceur et l'endroit où la balle touche la plateforme.

e. Peut-on facilement dire si L' est plus grand que, plus petit que ou égal à L. Justifier sans calculs.

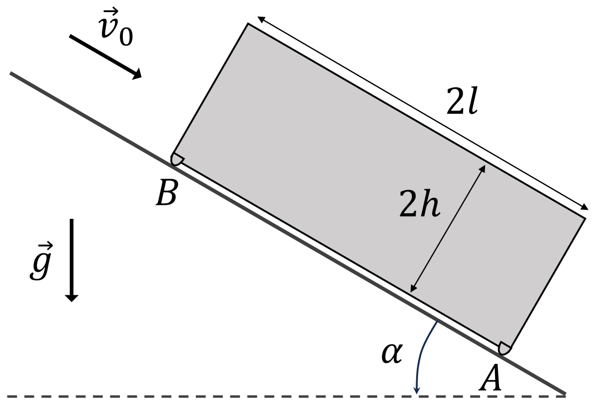
f. Exprimer la distance L'.

g. Dans quelle limite sur $\frac{M}{m}$ retrouve-t-on $L' = L$? Commentez.

h. Pour M et m quelconques, calculer le vecteur vitesse final de la plateforme par rapport au sol après le choc mou.

Exercice 3: Bloc pouvant glisser sur une pente (11 points)

Un solide homogène de masse m, de côté rectangulaire (longueur $2l$, hauteur $2h$), est lancé avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ sur un sol plan faisant une pente α avec l'horizontale ($\alpha < \pi/2$). Il subit des frottements secs (coefficients statique μ_s et cinétique μ_c) aux deux seuls points de contact avec le sol, A et B. On néglige les frottements de l'air.



Partie A. Dans un premier temps, on considère qu'il glisse sans basculer (B ne décolle pas) sur une distance L.

a. Faire le bilan des forces et les représenter sur un dessin.

b. Calculer la norme v_f de la vitesse du solide après une distance L parcourue le long de la pente, en fonction de $v_0 = |\vec{v}_0|$ et des autres paramètres.

c. Établir l'expression de $\vec{R}_B$ la force de réaction normale au sol s'exerçant sur le point B pendant le mouvement.

d. Écrire, la condition sur μ_c pour que le point B ne décolle pas du sol, en fonction de h et l seulement.

Partie B. Dans un deuxième temps, on s'intéresse uniquement au cas statique où le bloc est immobile ($\vec{v}_0 = \vec{0}$).

e. En admettant qu'il ne glisse pas, calculer la pente critique, $\tan(\alpha_b)$, pour laquelle le bloc commence à basculer autour de A.

f. En déduire une condition, portant sur h, l et μ_s seulement, pour que le bloc commence à basculer avant de glisser lorsqu'on augmente la pente.