VII. Chocs; systèmes de masse variable

Prof. Cécile Hébert

3 novembre 2021

Plan du cours

Table des matières

1. Motivation

2 - Centre de masse ; référentiel centre-de-masse

Soit un **système** de N particules $(m_1, m_2, ...m_N)$ à des positions $(\vec{r}_1, \vec{r}_2, ...\vec{r}_N)$ dans un référentiel $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

Par définition, le centre de masse G du système est donné par

Loi de Newton pour le système total

Loi de Newton pour le système total

$\vec{v}_G = \frac{\mathrm{d}\vec{r}_G}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{OG}$ est la vitesse du centre de masse

$$\vec{P} = M\vec{v}_G$$

Avec $\vec{P}$ quantité de mouvement totale et M masse totale

$$\vec{F}^{\text{ext}} = M\vec{a}_G$$

Avec $\vec{F}^{\text{ext}}$ somme des force externes et $\vec{a}_G$ accélération du centre de masse.

Le **référentiel centre-de-masse (cdm)** est le référentiel qui a pour origine G et se déplace avec lui à $\vec{v}_G$.

Si $\sum \vec{F}^{\text{ext}} = \vec{0}$ alors le référentiel cdm est galiléen.

La particule α a une vitesse $\vec{v}_\alpha$ dans $(0, x, y, z)$ et $\vec{V}_\alpha$ dans le référentiel centre-de-masse.

Cas de 2 particules

Deux particules, masse m_1 et m_2. Vitesses $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ dans $\mathcal{R}$.

Résumé : Deux particules, masse m_1 et m_2. Vitesses $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ dans $\mathcal{R}$.

Dans le réf. cdm les particules ont les vitesses $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$

$$\vec{v}_G = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{V}_1 = -\frac{m_2}{m_1 + m_2}(\vec{v}_2 - \vec{v}_1); \qquad \vec{V}_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{P}_1 = m_1\vec{V}_1 = -\mu(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \qquad \vec{P}_2 = m_2\vec{V}_2 = \mu(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

3 - Types de chocs

On considère le cas $\sum \vec{F}^{\text{ext}} = \vec{0}$, donc $\vec{p}_{\text{tot}}$ est conservée.

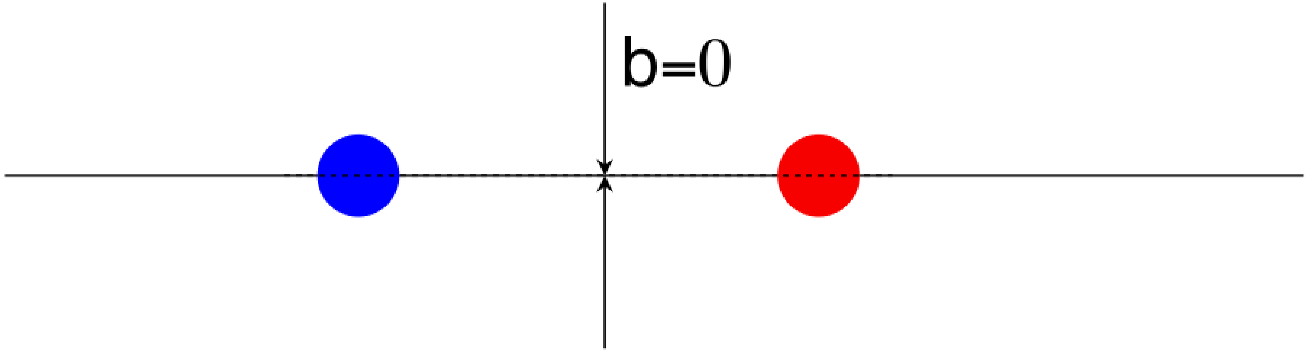
Choc élastique : l'énergie mécanique est conservée, pas de dissipation d'énergie. (balle rebondissante)

Choc parfaitement inélastique/choc mou : pas de rebondissement, les objets restent collés après le choc

Les cas réels sont presque toujours entre les deux.

4 - Chocs élastiques

Cas particulier du choc frontal. $b = 0$



Si $b = 0$ et avec $\vec{V}_1$ colinéaire à $\vec{V}_2$, les trajectoires restent sur l'axe des trajectoires initiales. Problème à 1 dimension dans le réf cdm.

Vitesses algébriques, projetées sur l'axe défini par les trajectoires.

But : calculer les vitesses après le choc

4 - Chocs élastiques

Au final, pour un choc frontal

$$\vec{v}_1' = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \tag{1}$$

$$\vec{v}_2' = \frac{(m_2 - m_1)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2} \tag{2}$$

Cas particuliers (plus simples)

Cas particulier $\vec{v}_2 = 0$

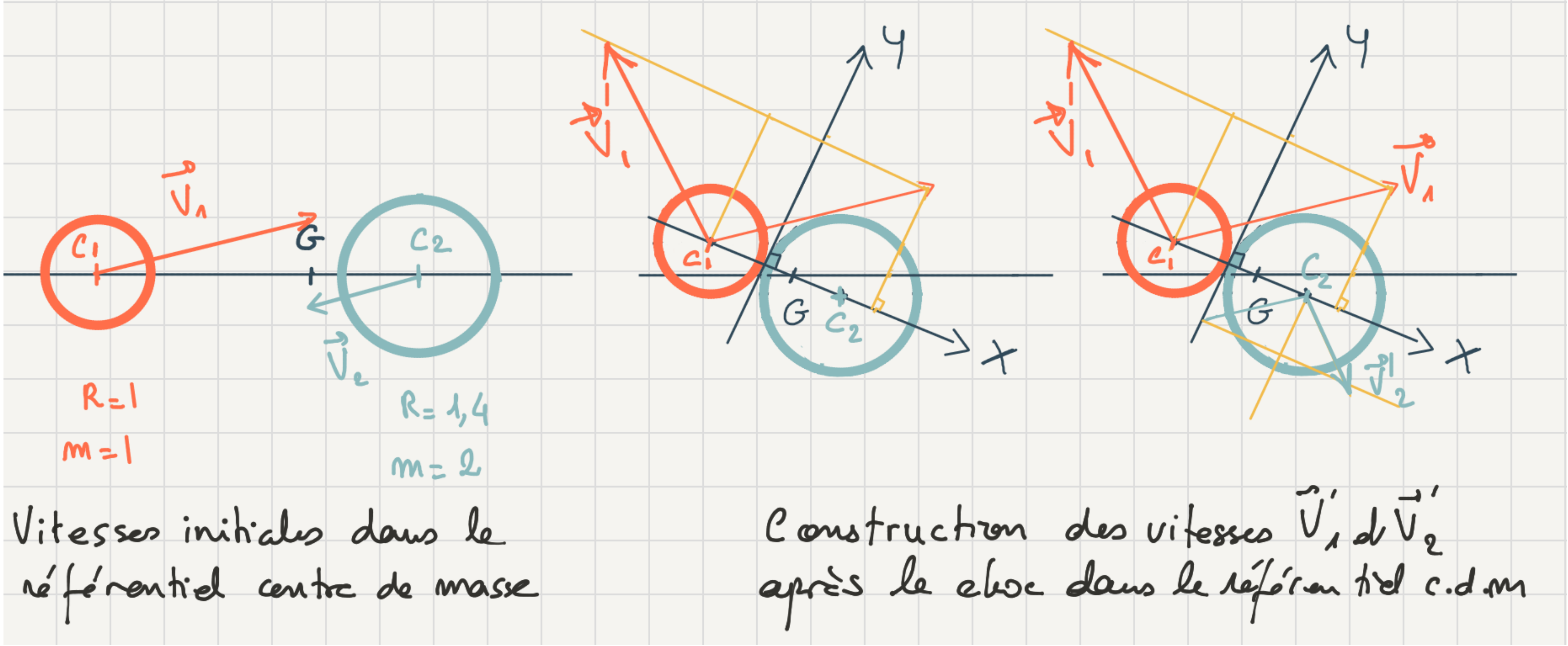
$$\vec{v}_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_1 \quad ; \qquad \vec{v}_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_1$$

Si $m_1 > m_2$ Les 2 particules continuent dans le même sens

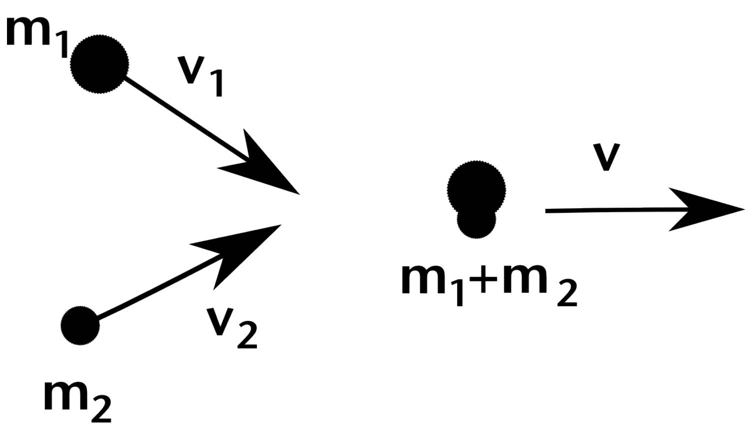
Si $m_1 = m_2$ La particule 1 s'arrête, la 2 part avec $\vec{v}_1$

Si $m_1 < m_2$ la particule 1 repart dans l'autre sens

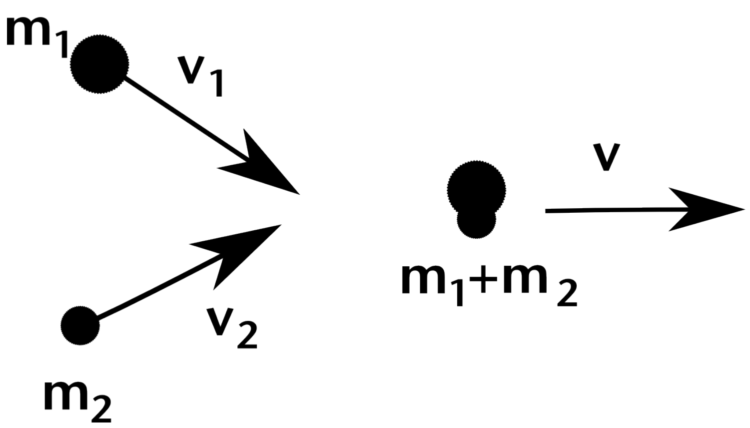
Cas d'un choc non frontal ($b \neq 0$)



5 - Choc mou

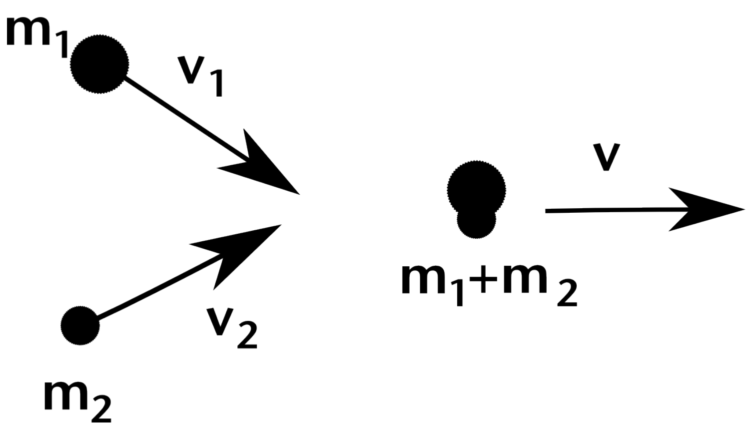


5 - Choc mou



Pour un choc mou (parfaitement inélastique), les deux particules restent collées après le choc. (Ou elles étaient collées avant une explosion).

5 - Choc mou



Pour un choc mou (parfaitement inélastique), les deux particules restent collées après le choc. (Ou elles étaient collées avant une explosion).

La quantité de mouvement reste conservée mais pas l'énergie cinétique. Une partie est dissipée sous forme de chaleur.

5 - Choc mou

Il n’y a pas conservation de l’énergie cinétique, mais on peut calculer la différence d’énergie cinétique avant et après.

Il n’y a pas conservation de l’énergie cinétique, mais on peut calculer la différence d’énergie cinétique avant et après.

Avant :

$$E_{c,1} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$

Il n'y a pas conservation de l'énergie cinétique, mais on peut calculer la différence d'énergie cinétique avant et après.

Avant :

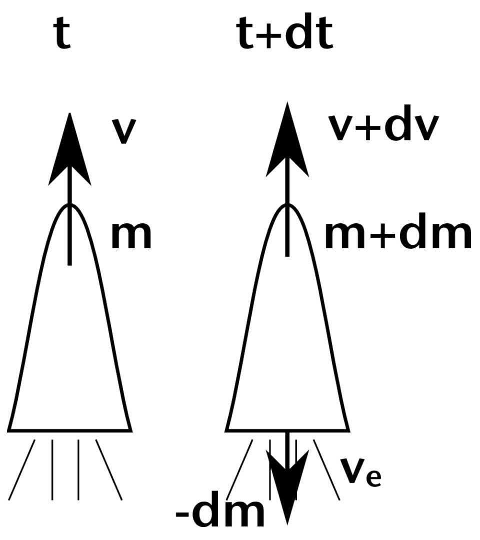
$$E_{c,1} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$

Après :

$$E_{c,2} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$$

5 - Choc mou

6 - Système de masse variable : fusée



Fusée de masse initiale m_0

Les gaz sont éjectés à vitesse constante par rapport à la fusée et à un taux constant

Système : fusée à l'instant t (masse m, vitesse $\vec{v}$)

Après : $t + \mathrm{d}t$, la fusée a éjecté une masse $-\mathrm{d}m$

6 - Système de masse variable : fusée

6 - Système de masse variable : fusée

6 - Système de masse variable : fusée

Si la fusée monte verticalement dans le champ de pesanteur $\vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{g}$