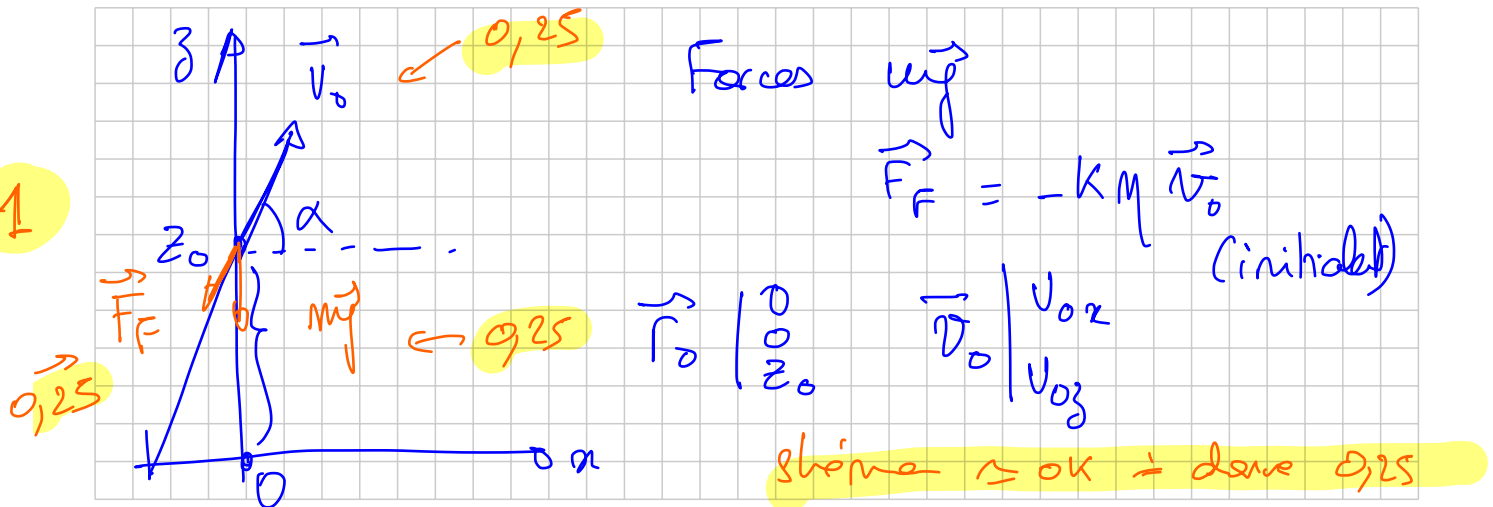


Fusée

1p 1a Dessin



1p 1b

$$\vec{r}(t) = (v_{0x}t) \vec{e}_x + \left[-\frac{1}{2}gt^2 + (v_{0z}t) + z_0 \right] \vec{e}_z$$

Nature de la trajectoire: parabole 0,4

1,5

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$ intégration 0,2 $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ -gt + v_{0z} \end{pmatrix}$ intégration 0,2

$\vec{r} = \begin{pmatrix} (v_{0x}t) \\ -\frac{1}{2}gt^2 + (v_{0z}t) + z_0 \end{pmatrix}$ 0,3

Certains ont le bon résultat mais font des trucs bizarres avec $\vec{r}(t) = \dots$ équation de la trajectoire. On fait comme si on n'avait rien vu et on donne les points...

1p 1c

$$h_{\max} = \frac{1}{2} \frac{V_{03}^2}{g} + z_0 \quad 0,3$$

$h_{\max}$ atteinte par $V_z = 0 \Rightarrow -gt + V_{03} = 0$

$$1,5 \quad t_{\max} = \frac{V_{03}}{g} \Rightarrow h_{\max} = z(t_{\max}) \quad 0,3$$

$$h_{\max} = -\frac{1}{2}g \left(\frac{V_{03}}{g} \right)^2 + V_{03} \cdot \frac{V_{03}}{g} + z_0 = \frac{1}{2} \frac{V_{03}^2}{g} + z_0 \quad 0,3$$

Si l'est juste mais $\frac{1}{2} \frac{(V_{03})^2}{g} + z_0$ d'ac par
d'ac $\rightarrow -0,2$

1p 1d

$$t_1 = \frac{V_{03}}{g} + \sqrt{\left(\frac{V_{03}}{g} \right)^2 + \frac{2z_0}{g}}$$

à la mer $z = 0 \quad 0,3$ $-\frac{1}{2}gt^2 + V_{03}t + z_0 = 0 \quad 0,3$
 $gt^2 - 2V_{03}t - 2z_0 = 0$

$$t = \frac{V_{03} \pm \sqrt{V_{03}^2 + 2gz_0}}{g} \quad 0,3 \quad \text{solution } > 0 \quad (+) \quad 0,3$$

$$t_1 = \frac{V_{03}}{g} + \sqrt{\left(\frac{V_{03}}{g} \right)^2 + \frac{2z_0}{g}} \quad 0,3$$

laide aussi
passer par t_2
et après 3

1c solutions alternatives

① Equation de la trajectoire (parabole)

$$\begin{cases} x = v_{0x}t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t + z_0 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{x}{v_{0x}}$$

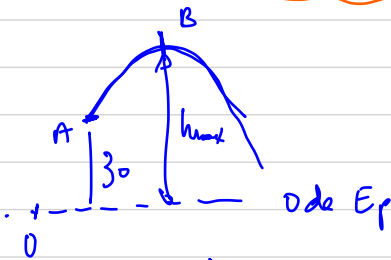
$$z = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_{0x}^2} + v_{0z} \frac{x}{v_{0x}} + z_0$$

$$z = ax^2 + bx + c \quad \frac{dz}{dx} = 2ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a}$$

$$x_{\max} = -\frac{v_{0z}/v_{0x}}{2 \times \frac{g}{v_{0x}^2}} = \frac{v_{0z}}{v_{0x}} \cdot \frac{v_{0x}^2}{g} = \frac{v_{0z}v_{0x}}{g}$$

$$z_{\max} = -\frac{1}{2}g \frac{1}{v_{0x}^2} \cdot \frac{v_{0z}^2 v_{0x}^2}{g^2} + \frac{v_{0z}}{v_{0x}} \cdot \frac{v_{0z}v_{0x}}{g} + z_0 = \frac{v_{0z}^2}{2g} + z_0$$

② Em : conservation de Em



$$E_{m,A} = E_{m,B} = E_{c,A} + E_{p,A} + E_{c,B} + E_{p,B}$$

$$\text{en A} \quad E_{c,A} = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m(v_{0x}^2 + v_{0z}^2) \\ E_{p,A} = mgz_0$$

$$\text{en B} \quad \vec{v} = v_{0x}\vec{e}_x \quad E_{c,B} = \frac{1}{2}mv_{0x}^2 \quad E_{p,B} = mgh_{\max}$$

$$mgh_{\max} + \frac{1}{2}mv_{0x}^2 = mgz_0 + \frac{1}{2}mv_{0x}^2 + \frac{1}{2}mv_{0z}^2 \Rightarrow h_{\max} = z_0 + \frac{v_{0z}^2}{2g}$$

Si on introduit def $\tau (\tau = \frac{1}{\alpha})$ nous arrive on $\frac{1}{\tau}$ points

1p 1e

Equation différentielle: $\dot{v}_z + \frac{k\eta}{m} v_z = -g$ $\dot{v}_z + \frac{1}{\tau} v_z = -g$

$$v_z(t) = \left(v_{z0} + \frac{mg}{k\eta}\right) e^{-\frac{k\eta}{m}t} - \frac{mg}{k\eta} = (v_{z0} + g\tau) e^{-\frac{t}{\tau}} - g\tau \quad 0,4$$

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = m\dot{\vec{v}} \quad 0,2$$

Next: 0,3

$$m \begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix} + \vec{F}_F = \begin{pmatrix} -k\eta v_x \\ 0 \\ -k\eta v_z \end{pmatrix} \quad 0,2$$

2

$$\text{Soit } \dot{v}_z + \frac{k\eta}{m} v_z = -g \quad 0,3 \quad \alpha = \frac{k\eta}{m} = \frac{1}{\tau} \quad \beta = g \quad 0,2$$

$$\dot{v}_z + \frac{1}{\tau} v_z = -g \Rightarrow v_z = -\frac{g}{\frac{1}{\tau}} + C e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow v_z(t) = -g\tau + C e^{-\frac{t}{\tau}} \quad 0,2$$

$$v_z(0) = -g\tau + C = v_{z0} \Rightarrow C = v_{z0} + g\tau \quad 0,2$$

$$v_z(t) = -g\tau + (v_{z0} + g\tau) e^{-\frac{t}{\tau}} = g\tau (e^{-\frac{t}{\tau}} - 1) + v_{z0} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

1p 1f

$$z(t) = \tau (v_{z0} + g\tau) (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) - g\tau t + z_0$$

1

$$z(t) = \int v_z dt = (v_{z0} + g\tau) (-\tau) e^{-\frac{t}{\tau}} - g\tau t + C \quad 0,3 \quad 0,2$$

$$z(0) = -\tau(v_{z0} + g\tau) + C = z_0 \Rightarrow C = z_0 + \tau(v_{z0} + g\tau)$$

$$z(t) = -\tau(v_{z0} + g\tau) e^{-\frac{t}{\tau}} - g\tau t + \tau(v_{z0} + g\tau) + z_0 \quad 0,3$$

$$z(t) = \tau(v_{z0} + g\tau) (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) - g\tau t + z_0 \quad 0,2$$

⚠ si erreur, on accepte HAAS si unités fautes et avant "résultat" complet faux

1p

1g

$$\tau = \frac{m}{k\eta}$$

$$h_{\max} = \tau V_{30} + z_0 - g\tau^2 \ln\left(1 + \frac{V_{30}}{\tau g}\right)$$

$$t_{\max} = \tau \ln\left(1 + \frac{V_{30}}{\tau g}\right)$$

à $t_{\max}$ en $h_{\max}$ $V_z(t_{\max}) = 0 \Rightarrow (V_{30} + g\tau) e^{-\frac{t_{\max}}{\tau}} - g\tau = 0$

$$e^{-\frac{t_{\max}}{\tau}} = \frac{g\tau}{V_{30} + g\tau} \Rightarrow t_{\max} = \tau \ln\left(1 + \frac{V_{30}}{g\tau}\right)$$

$$h_{\max} = z(t_{\max}) = \tau(V_{30} + g\tau)(1 - e^{-\frac{t_{\max}}{\tau}}) - g\tau t_{\max} + z_0$$

$$= \tau(V_{30} + g\tau)\left(1 - \frac{g\tau}{V_{30} + g\tau}\right) - g\tau \ln\left(1 + \frac{V_{30}}{g\tau}\right) + z_0$$

$$= \tau V_{30} - g\tau^2 \ln\left(1 + \frac{V_{30}}{g\tau}\right) + z_0$$

1p

1h Application numérique

$$t_{\max} = 120 \text{ s} < t_{\max, \text{balshp}}$$

$$\tau = \frac{M}{k\eta} = \frac{7 \cdot 10^4}{350} \cdot \frac{7}{35} \times 10^3 = \frac{10}{5} \times 10^2 = 200 \text{ s}$$

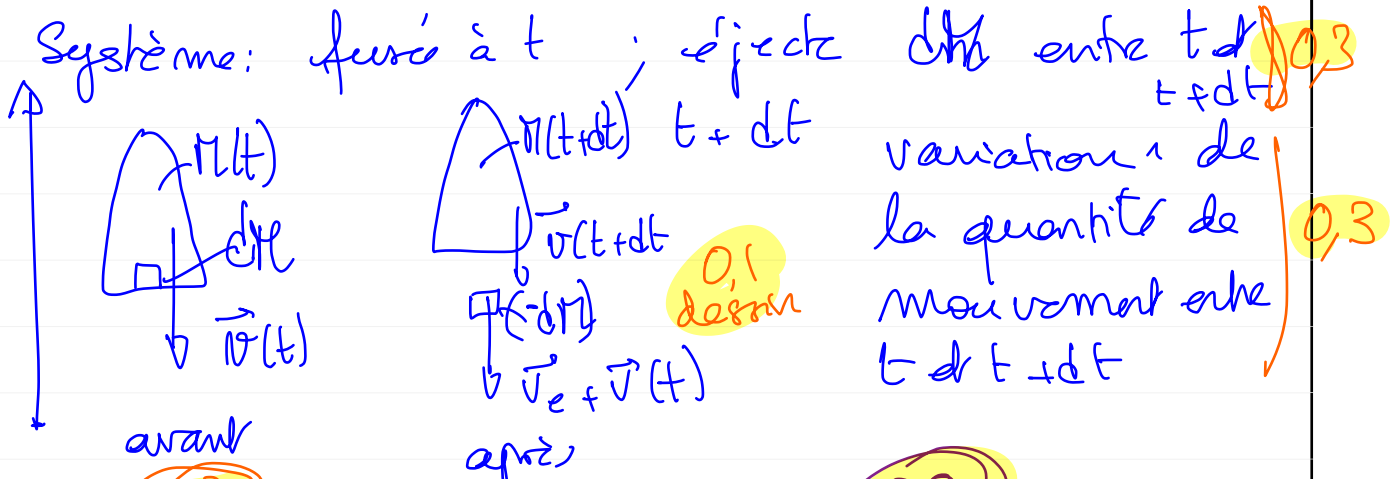
$$t_{\max} = 200 \times \ln\left(1 + \frac{1500}{200 \times 10}\right) = 200 \times \ln(1,75) = 200 \times 0,6 = 120 \text{ s}$$

seu ~~bal~~ $t_{\max} = \frac{V_{03}}{g} = \frac{1500}{10} = 150$

1p

1i

Equation différentielle: $M\vec{g} dt = M d\vec{v} - dM\vec{v}_e$



$$\Sigma(\vec{F}) = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{\vec{p}(t+dt) - \vec{p}(t)}{dt}$$

$$\vec{p}(t) = M(t) \vec{v}(t) ; \vec{p}(t+dt) = (M + dM)(\vec{v} + d\vec{v}) + (-dM)(\vec{v}_e + \vec{v})$$

$$d\vec{p} = \cancel{M\vec{v}} + M d\vec{v} + \vec{v} dM + \cancel{dM d\vec{v}} - dM \vec{v}_e - \cancel{dM \vec{v}} - \cancel{M \vec{v}}$$

negl

$$f_{ext} = M\vec{g} \Rightarrow M\vec{g} dt = M d\vec{v} - dM \vec{v}_e$$

ou avec les frottements aussi OK

$$\text{Avec projection } -Mg dt = M dv + dM v_e$$

1j Place de secours pour exercice 1

Collision spatiale

1p 2a

$$\vec{v}_1 = \frac{m}{m+\pi} v_0 \vec{e}_x$$

1 choc frontal inélastique 0,2
 conservation de $\vec{p}$ 0,3 $m\vec{v}_0 + \vec{0} = (m+\pi)\vec{v}_1$ 0,2
 $\vec{v}_1 = \frac{m}{m+\pi} v_0 \vec{e}_x$ 0,3

1p 2b

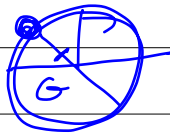
$$\Delta E_m = -\frac{1}{2} \frac{m\pi}{m+\pi} v_0^2$$

1,5 $\Delta E_m = E_{mf} - E_{mi} = E_{cf} - E_{ci}$ 0,2
 $= \frac{1}{2} (m+\pi) v_1^2 - \left(\frac{1}{2} m v_0^2 + 0 \right)$
 $= \frac{1}{2} \cancel{(m+\pi)} \frac{m^2}{(m+\pi)^2} v_0^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$ 0,3 { 0,5
 $= \frac{1}{2} m v_0^2 \left[\frac{m}{m+\pi} - \frac{m+\pi}{m+\pi} \right] = -\frac{1}{2} \frac{m\pi}{m+\pi} v_0^2$ 0,2

- Points OK même si pas simplifié 0,2
- Signes + et - acceptés (on peut considérer que la "perte" est positive)

1p 2c

1

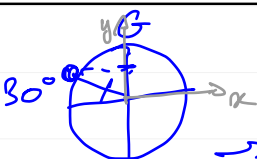
30° /  = (Gz) // Gz et G a axe ppal
 par la planète $\Rightarrow$ Gz axe ppal
 par la planète
 m masse ponctuelle PG $\perp$ Gz $\Rightarrow$ (Gz) axe
 ppal par m donc (Gz) axe ppal par les 2

1p 2d

$$\vec{CG} = \frac{m}{m+M} R \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} \vec{e}_x + \frac{1}{2} \vec{e}_y \right] \quad 0,3 \text{ résultat}$$

$$d = R \cdot \frac{m}{m+M} \quad 0,5$$

1,5

 $\vec{CG} = \frac{M \vec{CC} + m \vec{CP}}{m+M} \Rightarrow \vec{CG} = \frac{m}{m+M} \vec{CP}$
 $\vec{CP} = R \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \vec{e}_x + \frac{1}{2} \vec{e}_y \right)$
 0,3 0,2 0,2

Remarque en discut bien que les données de pb ont
 $M \gg R$ et ω_0

1p 2e

1

Mouvement de translation de G + $\swarrow 0,5$
 mouvement de rotation autour de G
 (dans le sens horaire) $\searrow 0,5$

1p 2f

Il n'y a pas de forces externes au système
 $\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{U}_G = c\vec{t}z$ donc R' est
 rotation.

Si " $\vec{U} = c\vec{t}z$ " $\rightarrow$ 0,5 pt

1p 2g

$$I_G = \frac{2}{5} \pi R^2 + R^2 \frac{\pi m^2}{(\pi + \pi)^2} + R^2 \frac{m \pi^2}{(\pi + \pi)^2}$$

$$I_G = I_G^P + I_G^a \quad 0,2$$

$$I_G^P = \frac{2}{5} \pi R^2 + \pi d^2 \quad (Steiner) \quad 0,2$$

$$I_G^P = \frac{2}{5} \pi R^2 + \pi R^2 \frac{u^2}{(\pi + \pi)^2} \quad 0,2$$

$$I_G^a = m \|\vec{GP}\|^2 = m R^2 \left[1 - \frac{u}{\pi + \pi} \right]^2 = u R^2 \frac{\pi^2}{(\pi + \pi)^2} \quad 0,2$$

$$I_G = \frac{2}{5} \pi R^2 + R^2 \frac{\pi m^2}{(\pi + \pi)^2} + R^2 \frac{m \pi^2}{(\pi + \pi)^2} \quad 0,3$$

1p 2h

Méthode 1

$$\vec{U}_R(G) = c\vec{t}z \quad I_G' = \int_{vol} \vec{GP} \wedge (\vec{U}_R(P)) dm \quad 0,2 \quad 0,3$$

$$= \int_{vol} \vec{GP} \wedge [\vec{U}_R(P) - \vec{U}_R(G)] dm$$

$$= \int_{vol} \vec{GP} \wedge \vec{U}_R(P) dm - \left(\int_{vol} \vec{GP} dm \right) \wedge \vec{U}_R(G) \quad 0,3$$

$$\int_{\text{vol}} \vec{G} \wedge \vec{v}_R(P) \, dm = \vec{L}_G \text{ dans } \mathcal{R} \quad 0,3$$

$\int_{\text{vol}} \vec{G} \, dm$ = calcul de la position du cdm

$$0,3 = M_{\text{tot}} \underbrace{\vec{G}}_{\vec{G}\vec{G}=\vec{0}} X \text{ avec } X: \text{cdm comme bcdm de } \vec{0}$$

$$\Rightarrow \text{donc } \vec{L}_G = \vec{L}_G' \quad 0,3$$

Méthode 2 $\Rightarrow$ calculer par le théorème var
place de acc

1p 2i

$$\omega_G = \frac{m\Omega}{m+M} R V_0 \frac{1}{I_G} \quad 0,3$$

Système isolé conservation de $\vec{L}_G$ $0,3$
dans $\mathcal{R}'$ $\vec{L}_G' \text{ avant} = \vec{L}_G' \text{ après} = I_G \vec{\omega}_G$ $0,3$

$$1,5 \quad \vec{L}_G' \text{ avant} = \vec{L}_G = \vec{G} \wedge m \vec{V}_0 = \frac{m\Omega}{m+M} R V_0 (-\vec{e}_3) \quad 0,3$$

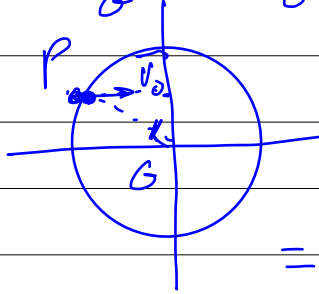
$$\vec{\omega}_G = \frac{m\Omega}{m+M} R V_0 \frac{1}{I_G} (-\vec{e}_3)$$

2j Place de secours pour exercice 2

Solution alternative 2h

dans $\mathcal{R}$ l'astéroïde est à $\vec{r}_0$ la planète $\vec{r}_0$

$\vec{L}_G = \vec{L}_G = \vec{G}P \wedge m\vec{v}_0$ 0,3



$$= \frac{M}{m+M} R \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} \vec{e}_x + \frac{1}{2} \vec{e}_y \right] \wedge m v_0 \vec{e}_x$$

$$= \frac{M}{m+M} R m v_0 (-\vec{e}_z)$$

Dans $\mathcal{R}'$ $\vec{L}_G = \vec{L}_G' + \vec{L}_G''$ 0,2

$\vec{v}_G' = \vec{v}_0 - \vec{v}_G$ 0,3

$\vec{v}_G'' = -\vec{v}_G$ 0,3

$$\vec{L}_G = \vec{G}P \wedge m [\vec{v}_0 - \vec{v}_G] + \vec{G}C \wedge M [-\vec{v}_G] \quad 0,3$$

$$= \underbrace{\vec{G}P \wedge m \vec{v}_0}_{\vec{L}_G} + \frac{M}{m+M} R \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} \vec{e}_x + \frac{1}{2} \vec{e}_y \right] \wedge (-m \vec{v}_G) \quad 0,3$$

$$+ \frac{m}{m+M} R \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \vec{e}_x - \frac{1}{2} \vec{e}_y \right] \wedge [-M \vec{v}_G] \quad 0,3$$

0,3

$\rightarrow$ ces 2 termes se simplifient

donc $\vec{L}_G' = \vec{L}_G$

Flipper

1p 3a

Forces: si $x < (l_0 + R)$: ressort, poids, frottements, réaction

0,1 0,1 0,1

dessin 0,1 par force OK
+ 0,1 si pt appliqué OK

si $x \geq (l_0 + R)$ une des deux $\vec{F}_k$ disparaît $\rightarrow 0,3$

donc max 0,3 par forces; 4 forces $\rightarrow 1,2$ pt

$\vec{F}_k$ disparaît si $x \geq l_0 + R \rightarrow 0,3$

tot 1,5

Rq: les 2 sens de $\vec{F}_k$ sont OK

1p 3b

Equation différentielle, $x \leq l_0 + R$: $\ddot{x} + \frac{5}{7} \frac{k}{m} x = \frac{5}{7} \frac{k}{m} (R + l_0) - \frac{5}{7} g \sin \alpha$

Equation différentielle, $x \geq l_0 + R$: $\ddot{x} = - \frac{5}{7} g \sin \alpha$

Cas $x < l_0 + R$ $\Rightarrow \vec{L}_A = \frac{d\vec{I}_A}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{I}_A \vec{\omega}_A) = \vec{I}_A \vec{\dot{\omega}}_A$

$= \vec{B} \vec{B} \wedge \vec{F} + \vec{B} \vec{B} \wedge \vec{R} + \vec{B} \vec{G} \wedge \vec{\omega} + \vec{B} \vec{A} \wedge \vec{F}_k$

0,2 0,2

Rq Aussi possible de faire avec ~~théorème~~ ^{théorème} énergétique ^{de Newton simplifié}

$$\vec{\tau}_A = R \vec{e}_y \wedge (-mg \sin \alpha \vec{e}_x + mg \cos \alpha \vec{e}_y) \quad 0,2$$

$$+ (-R \vec{e}_x + R \vec{e}_y) \wedge (-k(x-R-b) \vec{e}_x) \quad 0,2$$

$$= Rmg \sin \alpha \vec{e}_z + Rk(x-R-b) \vec{e}_z = I_A \dot{\omega}_A \vec{e}_z$$

$$\ddot{x} = -R\omega_A \quad 0,2 \quad \dot{\omega}_A = -\frac{I_A}{R} \ddot{x}$$

$$-\frac{I_A}{R} \ddot{x} = Rmg \sin \alpha + Rkx - Rk(R+b) \quad I_A = \frac{2}{5} m R^2 + m R^2 = \frac{7}{5} m R^2 \quad 0,2$$

$$\frac{7}{5} \frac{m R^2}{R} \ddot{x} + k R x = k R (R+b) - R m g \sin \alpha$$

$$\ddot{x} + \frac{5}{7} \frac{k}{m} x = \frac{5}{7} \frac{k}{m} (R+b) - \frac{5}{7} g \sin \alpha \quad 0,2$$

$$\text{Si } x \geq b+R \quad F_k \text{ disparaît} \Rightarrow \ddot{x} = -\frac{5}{7} g \sin \alpha \quad 0,2$$

1p 3c

$$\text{pour } x < l_0 + R, E_m = \frac{1}{2} m \left(\frac{7}{5} \right) \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k (x - b - R)^2 + m g x \sin \alpha$$

$$\text{pour } x \geq l_0 + R, E_m = \frac{1}{2} m \frac{7}{5} \dot{x}^2 + m g x \sin \alpha$$

Seuls le poids et $\vec{F}_k$ travaillent elles sont conservatives 0,2

$$x < b+R \quad E_m = E_{c, \text{rot}} + E_{c, \text{trans}} + E_k + E_p \quad 0,1$$

$$E_m = \frac{1}{2} I_G \omega_G^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k [x - b - R]^2 + m g x \sin \alpha \quad 0,1$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} m R^2 \cdot \left(\frac{\dot{x}}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k [x - b - R]^2 + m g x \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{2} m \left(\frac{7}{5} \right) \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k (x - b - R)^2 + m g x \sin \alpha \quad 0,2$$

Si $x > l_0 + R$ E_{pk} disparaît car la boule est libre 0,2

$$E_{\text{m}} = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + m g x \sin \alpha \quad 0,1$$

1p 3d

$$x_{\text{eq}} = l_0 + R - \frac{m g}{k} \sin \alpha$$

Condition: $k l_0 > m g \sin \alpha$



$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad 0,3$$

$$\vec{F}_k + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_c = \vec{0} \quad 0,2$$

équilibre : sphère immobile $\sum \vec{G} = \vec{0}$

donc $\vec{F}_c = \vec{0}$ 0,2 ~~projeté~~ et $(0, n)$ 0,2

$$-k(x - l_0 - R) - m g \sin \alpha = 0 \quad 0,2 \quad x_{\text{eq}} = l_0 + R - \frac{m g}{k} \sin \alpha \quad 0,2$$

Marche aussi avec les moments en B.

$$x_{eq} > R \quad l_0 + R - \frac{mg \sin \alpha}{k} > R \quad k l_0 > mg \sin \alpha$$

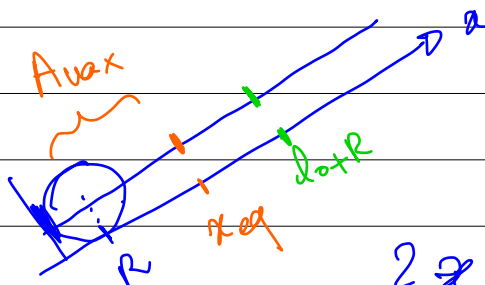
0,2

1p 3e Démonstration

la boule perd le contact en A si F_k s'annule, 0,3
 donc quand $x = l_0 + R$ (ressort à allongement nul) 0,2

Il faut donc que l'amplitude autour de x_{eq}
 permette de dépasser $l_0 + R$ 0,5

2



$$A_{max} > l_0 + R - x_{eq} \quad 0,3$$

$$x_{eq} - R > l_0 + R - x_{eq} \quad 0,2$$

$$2x_{eq} > l_0 + 2R \quad 0,2$$

$$2(l_0 + R - \frac{mg \sin \alpha}{k}) > l_0 + 2R \Rightarrow l_0 > \frac{2mg \sin \alpha}{k} \quad \underline{k l_0 > 2mg \sin \alpha}$$

0,3

1p 3f

Condition : $\mu_s > \frac{2}{7} \frac{k b_0}{m g \cos \alpha} - \frac{2}{7} \tan \alpha$

$F_f < \mu_s N = \mu_s m g \cos \alpha$ 0,3

la force de frottement parvient à la mise en route de la balle
est max quand $\dot{x}$ max donc quand $\ddot{x}$ max, 0,2
ce qui a lieu à la compression max de la balle 0,2
 $x = R$ l'équation donne $\ddot{x} = \frac{5k}{7m} b_0 - \frac{5}{7} g \sin \alpha$

Newton sur (Ox) $(\vec{F}_f + \vec{F}_k + m\vec{g} + \vec{R}) \cdot \vec{e}_x = m \ddot{x}$ 0,2

$-F_f + -k(x - b_0 - R) - m g \sin \alpha = m \ddot{x} = \frac{5k}{7} b_0 - \frac{5}{7} m g \sin \alpha$ 0,3

$F_f = k b_0 - \frac{5}{7} k b_0 - m g \sin \alpha + \frac{5}{7} m g \sin \alpha = \frac{2}{7} k b_0 - \frac{2}{7} m g \sin \alpha < \mu_s m g \cos \alpha$

$\mu_s > \frac{2}{7} \frac{k b_0}{m g \cos \alpha} - \frac{2}{7} \tan \alpha$ 0,3

1p 3g

$x_m = R + b_0 - \frac{m g}{k} \sin \alpha = x_{eq}$

v_{max} implique $\ddot{x} = 0$ dans l'équation (8b) 0,3

$\frac{k}{m} x = \frac{k}{m} (R + b_0) - g \sin \alpha$ $x = R + b_0 - \frac{m g}{k} \sin \alpha = x_{eq}$ 0,4

Voir page sup

1p 3h Démonstration

Conservation E_{mec} entre le début du lancer
et x_{max} 0,2

en x_{max} la balle s'arrête $E_c = 0$; $E_{rot} = 0$ 0,2

en $x_{\max}$ $E_k = 0$ la balle a perdu le contact 0,2
 au début du lancer $x = R$ / $E_c = 0$ et $E_{\text{rot}} = 0$ 0,2
 $E_{\text{tot}} = E_{\text{wp}} \Rightarrow m g \sin \alpha R + \frac{1}{2} k (R - l_0)^2 = m g \sin \alpha x_{\max}$

$$x_{\max} = R + \frac{k l_0^2}{2 m g \sin \alpha}$$
 0,2

3i Place de secours pour l'exercice 3

3g Autre possibilité

On a en effet les harmonique $\Rightarrow \theta_{\max}$ 0,3
 à la position d'équilibre donc $\theta_m = 2 \theta$ 0,4

Solution alternative

3b) Newton $\sum \vec{F} = m \vec{a}$ 0,2

$$m \ddot{x} \vec{e}_x = -k(x - b - R) + F_c - m g \sin \alpha \quad 0,2$$

$$\text{Moments en } C \quad \sum \vec{\mathcal{L}}_C = \frac{d\vec{L}_C}{dt} = I_C \vec{\omega} \vec{e}_x$$

$$\ddot{x} = -R \ddot{\omega}$$

⋮

utiliser les cases de l'évaluation principale

⚠ Certains ont fait uniquement Newton sans F_c (point matériel qui glisse sans frottements)

→ Max 0.4 points !