Exercises

1	2	3	4

Surname, First name sciper : 990009

241. FAKE-9

2	1	1	1	8	2	6

Physique Générale "Mécanique" STI
STI II - Examen du 15 janvier 2021, 8h15-11h15

Dans tous les exercices, sauf indication contraire, les résultats sont à exprimer en fonction des données fournies et des constantes physiques connues.

Chaque réponse doit être justifiée dans le cadre prévu à cet effet (une page blanche supplémentaire est disponible à la fin de chaque exercice si nécessaire).

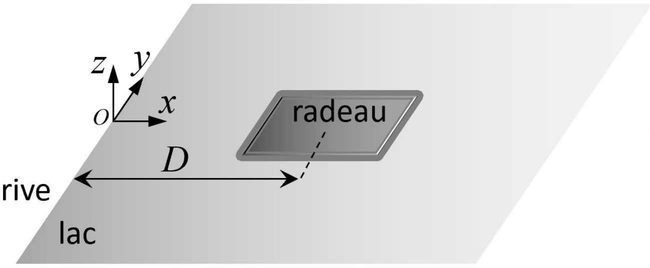
Le sujet de l'examen comprend 4 exercices.

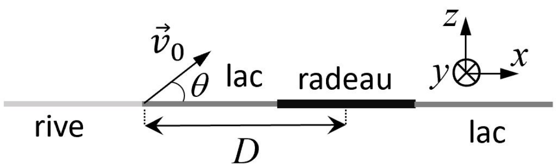
Seul document autorisé : une page A4 recto/verso. Pas de calculatrice; pas de téléphone.

Le cahier ne doit pas être dégraffé, les pages ne doivent pas être séparées. Seul le cahier est ramassé et corrigé.

Exercice 1 (1,4 points) : Le radeau, le lac, et l'enfant

Un radeau de masse M flotte sur un lac. Son centre se trouve à la distance D de la rive et il ne bouge pas. Un enfant de masse m décide de sauter sur le radeau. Il prend alors son élan, et une fois au bord de la rive, il donne une impulsion telle que sa vitesse $\vec{v}_0$ forme un angle θ par rapport à l'horizontale, comme indiqué sur le schéma ci-dessous.





- Dans l'exercice, on considère les objets comme des points matériels, à l'exception des questions 1h et 1i.
- Le champ de pesanteur est uniforme.
- Pour les questions 1a-f, 1h, et 1i, on suppose que la Terre est un référentiel galiléen.

1a Quelle doit être la norme de la vitesse $\vec{v}_0$ pour que l'enfant atteigne le radeau ?

L’enfant se réceptionne parfaitement sur le radeau : une fois sur le radeau sa vitesse est nulle par rapport à celui-ci. $\vec{v}(t)$ est la vitesse du système "radeau+enfant", avec $t = 0$ défini à la mise en mouvement.

1b Calculez les composantes $v_x(0)$ et $v_z(0)$ de la vitesse du système "radeau+enfant" juste après que l’enfant a atterri sur le radeau. On suppose la composante $v_y(0)$ nulle.

Le radeau subit une force de frottement fluide avec l’eau. La norme de cette force de frottement est $F = \alpha v$, avec α une constante qui dépend de la viscosité de l’eau et de la forme du radeau.

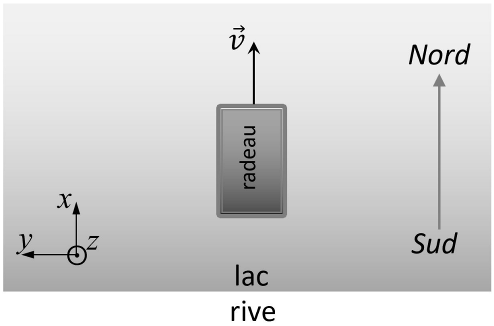
1c Tracez l’allure de l’évolution de la vitesse horizontale $v_x(t)$ du radeau en fonction du temps à partir de $t = 0$.

1d Déterminez l'équation de mouvement du système "radeau+enfant" selon Ox.

1e Calculez l'expression de $v_x(t)$.

1f Exprimez la distance d'arrêt d du radeau en fonction de $M, m, v_x(0),$ et α.

Une fois que l'enfant a atterri sur le radeau, le radeau se déplace sur le lac selon une direction allant du Sud vers le Nord. Le lac se situe dans l'hémisphère nord à une latitude $\lambda = 45°$. La Terre n'est plus considérée comme un référentiel galiléen. Elle tourne sur elle-même avec une vitesse angulaire Ω.



1g Indiquez sur le schéma ci-dessus la Force de Coriolis que subit le système "radeau+enfant" pour une vitesse $\vec{v} = v_x(0)\vec{e}_x$. Exprimez les composantes de cette force dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

On s'intéresse maintenant au mouvement du radeau selon la verticale (Oz). Le radeau a une largeur L, une longueur l, et une hauteur H. Sa masse volumique est ρ et celle de l'eau ρ_e.

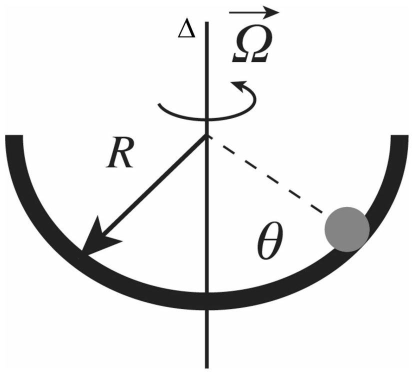
1h Calculez la hauteur immergée h_0 du radeau avant que l'enfant se réceptionne dessus. On exprimera h_0 en fonction des masses volumiques et de la hauteur du radeau H.

1i Au moment où l'enfant se réceptionne sur le radeau, celui-ci s'enfonce dans le lac jusqu'à une hauteur immergée h_e (avec $h_0 < h_e < H$). En tenant compte de la force de frottement fluide exercée par l'eau sur le radeau, qui est supposée faible, tracez qualitativement (sans calcul) l'évolution de la hauteur immergée h en fonction du temps. On notera sur le graphique les hauteurs h_e et h_0.

Espace supplémentaire - Exercice 1

Exercice 2 (1,1 points) : Bille et glissière

Soit une glissière hémisphérique de rayon R pouvant tourner autour d'un axe Δ, comme indiqué sur le schéma ci-dessous. On y place une bille, qui peut s'y déplacer librement. On repère la position de la bille par l'angle θ. La bille est soumise au champ de pesanteur terrestre.



Formulaire :

Coordonnées polaires :

$\vec{v} = \dot{\rho}\vec{e}_\rho + \rho\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi$

$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2)\vec{e}_\rho + (\rho\ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\dot{\varphi})\vec{e}_\varphi$

Coordonnées cylindriques :

$\vec{v} = \dot{\rho}\vec{e}_\rho + \rho\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi + \dot{z}\vec{e}_z$

$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2)\vec{e}_\rho + (\rho\ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\dot{\varphi})\vec{e}_\varphi + \ddot{z}\vec{e}_z$

Dans un premier temps, la glissière est immobile (Ω=0) et la bille est considérée comme un point matériel. Il n'y a aucun frottement.

2a Indiquez sur un schéma les forces qui s'exercent sur la bille pour un angle $\theta \neq 0$.

2b On lâche la bille sans vitesse à un angle θ_0. Etablissez l'équation de mouvement. Donnez la forme des solutions dans l'approximation des petits angles. Que vaut la pulsation propre ?

La glissière est mise en rotation avec une vitesse angulaire Ω constante. La bille est alors à une position d'équilibre définie par l'angle θ_{eq}.

2c Calculez l'angle θ_{eq} correspondant à la position d'équilibre de la bille en fonction de Ω.

Dans les questions qui suivent, on considère le cas où la bille est une sphère de rayon r. C'est un solide indéformable et son moment d'inertie pour une rotation autour d'un axe passant par son centre de masse est $I = \frac{2}{5}mr^2$. La bille roule dans la glissière sans glisser.

La glissière est immobile ($\Omega = 0$).

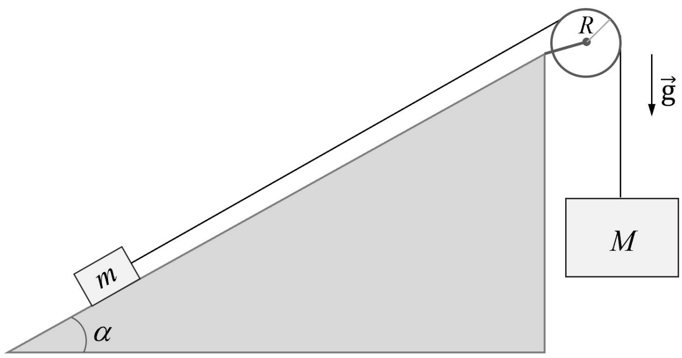
2d Exprimez l'énergie mécanique de la bille pour une position $\theta > 0$.

2e Déterminez l'équation de mouvement.

Espace supplémentaire - Exercice 2

Exercice 3 (1,3 points) : Plan incliné et poulie

Un mobile de masse m se trouve sur un plan incliné. Il est relié à une masse M par un fil inextensible de masse négligeable passant sur une poulie de rayon R. Les masses sont soumises à un champ de pesanteur uniforme. Le plan incliné forme un angle α avec l'horizontale. La masse M est plus grande que la masse m.



On considère tout d'abord la situation pour laquelle le mobile subit un frottement sec sur le plan incliné (les coefficients de frottement statique et dynamique sont respectivement notés μ_s et μ_d). On suppose que la poulie a une masse négligeable.

3a Indiquez sur un schéma toutes les forces qui s'appliquent sur le mobile de masse m et sur la masse M dans le cas où il n'y a pas de mouvement.

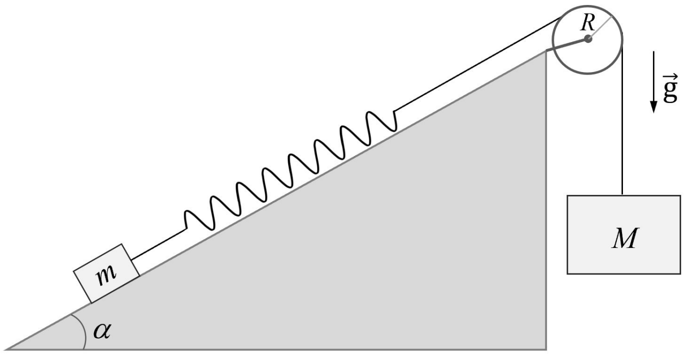
3b Le mobile de masse m se met en mouvement (la masse M descend). Calculez la norme de l'accélération du mobile de masse m.

3c Déterminez la masse M_0 minimum pour que le mobile de masse m se mette en mouvement sur le plan incliné.

Dans ce qui suit, la poulie possède une masse. On note I son moment d'inertie pour un axe de rotation passant par son centre de masse. On néglige le frottement sec entre le mobile et le plan incliné. Il n'y a pas de glissement du fil sur la poulie.

3d Calculez la norme de l'accélération du mobile de masse m.

On insère entre le mobile et la poulie un ressort de constante de raideur k et longueur au repos l_0 (Cf. schéma ci-dessous). Le mobile subit à nouveau une force de frottement sec avec le plan incliné.



3e Quelle est la longueur du ressort pour le système à l'équilibre (masses m et M immobiles) ?

Espace supplémentaire - Exercice 3

Exercice 4 (1,2 points) : Satellite SwissTI

Le satellite SwissTI de masse m est en orbite autour de la Terre dont le rayon moyen est R_T et la masse M_T. On note G la constante de gravitation universelle.

On rappelle que l'énergie mécanique d'un satellite de masse m s'écrit (avec L moment cinétique) :

$$E(r) = \frac{1}{2}m\dot{r}^{\,2} + \underbrace{\boxed{\frac{L^2}{2mr^2} - \frac{GmM_T}{r}}}_{\text{Energie potentielle effective, } E_{p,eff}}$$

4a On choisit un repère en coordonnées sphériques dont l'origine O est au centre de masse de la Terre. Calculez la position du centre de masse du système "Terre+satellite" par rapport à O et suivant la direction $\vec{e}_r$. Que pouvez-vous dire sur la position du centre de masse du système pour $m << M_T$?

4b Le satellite décrit une orbite elliptique dont la Terre est l'un des foyers. Tracez qualitativement (sans calcul) sur un graphique l'évolution de la vitesse $v(t)$ du satellite au cours d'une période de révolution. On prendra $t = 0$ lorsque le satellite est le plus proche de la Terre (c'est le périgée).

4c Soit v_p la vitesse au périgée, exprimez v_a la vitesse à l'apogée (position où le satellite est le plus éloigné de la Terre) en fonction de v_p, et h_a, h_p les altitudes à l'apogée et au périgée, respectivement.

4d On souhaite que le satellite passe sur une orbite circulaire de rayon $r_p = R_T + h_p$. Pour cela, on actionne un moteur du satellite qui permet de changer sa vitesse (les vecteurs vitesses avant et après l'action du moteur sont colinéaires). Doit-on accélérer ou ralentir le satellite? Justifiez votre réponse en vous appuyant sur un graphique qui représentera l'énergie potentielle effective du satellite sur sa trajectoire elliptique initiale , puis sur sa trajectoire circulaire. On indiquera aussi sur le graphique les distances r_p et $r_a = R_T + h_a$.

4e Démontrez que le rayon r_p de la trajectoire circulaire du satellite s'écrit $r_p = GM_T/{v_{cir}}^2$, avec v_{cir} la vitesse du satellite sur cette orbite.

Le satellite subit un choc frontal avec un débris spatial. Cela a pour conséquence de diminuer la vitesse du satellite. v' est la vitesse du satellite juste après le choc (elle est colinéaire à la vitesse avant le choc).

4f Montrez à l'aide d'un graphique (sans calcul) représentant les énergies potentielles effectives avant et après le choc que la trajectoire est une ellipse. On indiquera sur le graphique les distances r'_p et r'_a correspondant respectivement à la position du satellite au périgée et à l'apogée, respectivement.

4g Sachant que le choc conduit à $r'_a = r_p$, exprimez r'_p en fonction de v', r_p, M_T, et G.

Espace supplémentaire - Exercice 4