

Série 6 / problème 3

---

bille dans anneau  
tournant.

Exercice corrigé.

---

Step by Step I

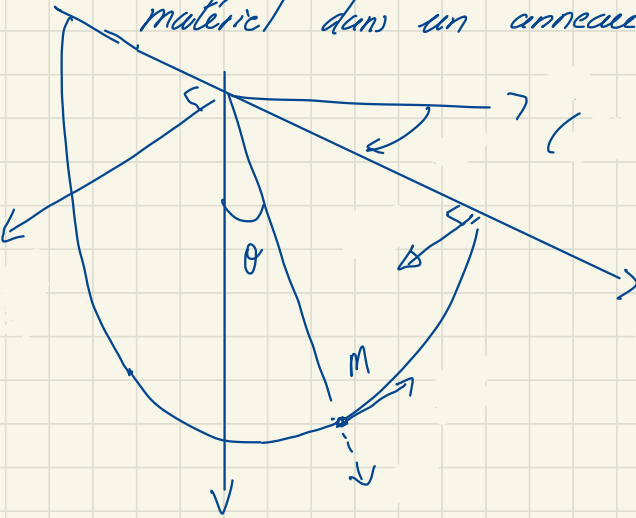
---

26/10/20

# OBJECTIF

Déterminez les équations de mouvement d'un point

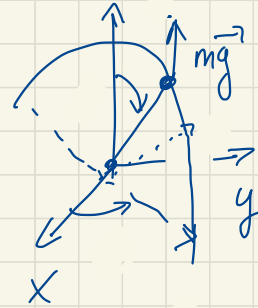
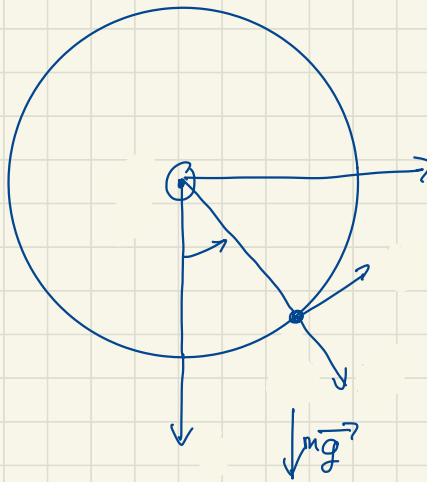
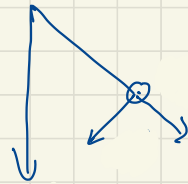
matériel dans un anneau tournant (couglissière  
sphérique  
hémisphérique)



$$\hat{x}^3 =$$

"

"



1. Référentiel: Laboratoire

2. Coordonnées: sphériques

Contraintes:  $r =$  et  $\dot{\phi} =$

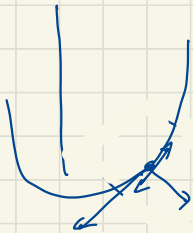
### 3. Bilan des forces

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

et

la  
possible en bloquant

déplacement infinitésimal



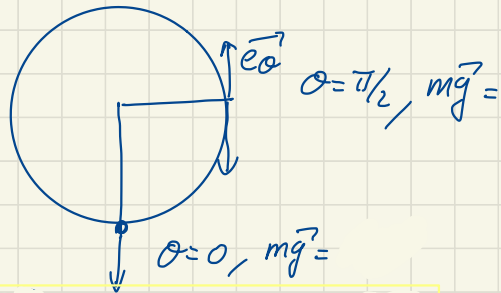
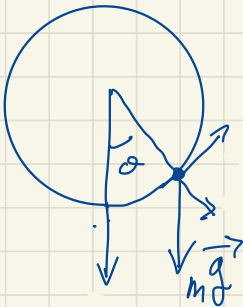
mouvement de la bille

plan  
plan généré par

$$\vec{T} =$$

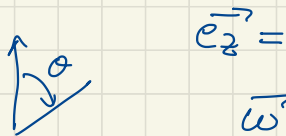
Il reste à déterminer

→ Exprimer  $m\vec{g}$  dans le repère sphérique



$$mg \quad mg \quad = m\vec{g}$$

Vitesse angulaire du repère:  $\vec{\omega} = \dot{\phi} + \dot{\theta}$



$$\vec{\omega} =$$

$$\vec{\omega} =$$

4. Equations différentielles du mouvement

$$m \vec{a} = \quad + \quad = \quad \vec{e}_r \quad \vec{e}_\theta$$

$$+ \quad \vec{e}_\phi + \quad \vec{e}_r$$

il reste à déterminer  $\vec{a}$

on peut utiliser soit directement l'expression  
des acc. en coord. sphériques,

soit dériver ces expressions en tenant compte des  
contraintes.

C'est ce que nous allons faire ...

$$\vec{a} =$$

$$\vec{OP} = r \vec{e}_r$$

, r constant donc  $\dot{r} = 0$

$$\dot{\vec{OP}} = r \dot{\vec{e}}_r =$$

$$= r ($$

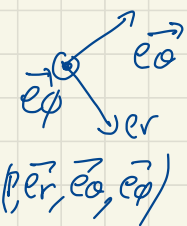
$$) \wedge \vec{e}_r$$

$$\vec{e}_r \wedge \vec{e}_\phi =$$

$$\vec{e}_\phi \wedge \vec{e}_r =$$

$$\vec{e}_\theta \wedge \vec{e}_r =$$

$$\left[ \begin{array}{l} \vec{e}_\theta + \\ = \dot{\vec{OP}} \end{array} \right]$$



$$\vec{\ddot{OP}} = \begin{matrix} + & + & + \\ & + & + \\ & & + \end{matrix} \begin{matrix} \vec{e_\phi} \\ \vec{e_\phi} \\ \vec{e_\phi} \end{matrix}$$

↓ contrainte

$$\vec{\ddot{OP}} = \begin{matrix} + & ( & ) + \\ + & & + \end{matrix} \begin{matrix} ( & ) \\ ( & ) \\ ( & ) \end{matrix}$$

"  $\phi = 0$ , car  $\dot{\phi} = d\phi$ "

$$\vec{\omega} \wedge \vec{e_\phi} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \wedge \vec{e_\phi}$$

$$= \vec{e_r} + \vec{e_\phi}$$

$$\vec{\omega} \wedge \vec{e_\phi} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \wedge \vec{e_\phi}$$

$$= \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \vec{e_\phi}$$

$$\vec{\ddot{OP}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \vec{e_\phi}$$

$$\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \vec{e_r}$$

$$\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \vec{e_\phi}$$

Equations du mouvement

$$\begin{matrix} \vec{e_\phi} : m ( \\ \vec{e_r} : m ( \\ \vec{e_\phi} : m \end{matrix} \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} = \begin{matrix} mg \\ mg \\ T_\phi \end{matrix}$$

↓ donne mouvement

↖ donne  $T_r$

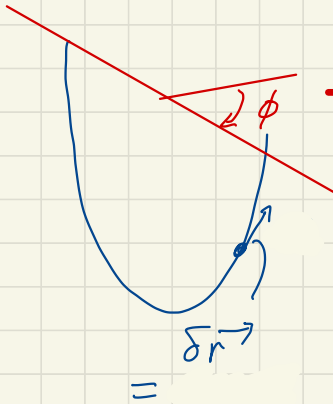
↖ donne  $T_\phi$

## Remarque sur la force de liaison

les forces de liaison parfaite n'effectuent aucun travail lors d'un

nouveau concept.

le déplacement est un déplacement  
longue le système et les  
contraintes sont  
(on annule le temps) et on regarde  
les mouvements possibles.



la glissière est fixée à  
un angle  $\phi$  donné.

On regarde alors le déplacement  
et on le

rend compte que le seul déplacement  
possible est selon , tous les autres  
déplacements sont pas

on note un tel déplacement au lieu de  
(vrai déplacement)

Principe du travail virtuel nul: (liaison parfaite)

$$= 0 = \dots = \dots$$

ainsi en toute généralité

$$\vec{T} =$$

---