Cours de physique générale I – Mécanique – Dr. Ph. Müllhaupt

7 octobre 2024

Série 3 : Ressorts, Oscillateur Harmonique I

1. Oscillateur sur plan incliné

Un point matériel pesant de masse m, est astreint à se déplacer sur une droite inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale. Il n'y a pas de frottement. Le point matériel est retenu par un ressort de longueur au repos L et de constante d'élasticité k.

a) Etablir le bilan des forces.

b) Trouver l'équation du mouvement.

c) Quelle est la période des oscillations ?

(Problème 6.24 du livre. INDICATION : Le plan incliné exerce une force orthogonale au plan. Il n'y a pas de frottement.)

2. Accéléromètre

Un accéléromètre (Figure 1) est constitué d'une masse m et de deux ressorts identiques montés de part et d'autre de la masse et dont chacune des extrémités non connectées à la masse est connectée au bâti de l'accéléromètre. Lorsque l'accéléromètre immobile est horizontal, l'aiguille (solidaire à la masse) indique $\delta = 0$, lorsqu'il est incliné d'un angle $\theta = 10$ [deg], l'aiguille indique $\delta = -10$. L'accéléromètre est placé dans un sous-marin. Calculer l'accélération du sous-marin lorsque l'accéléromètre indique (la bille étant en équilibre) $\delta = -4$ et que

1. le sous-marin est horizontal $\theta = 0$ [deg] ;
2. le sous-marin est incliné dans le sens de la descente avec une inclinaison de l'accéléromètre de $\theta = 5$ [deg] ;
3. le sous-marin est incliné dans le sens de la montée avec une inclinaison de l'accéléromètre de $\theta = -5$ [deg].

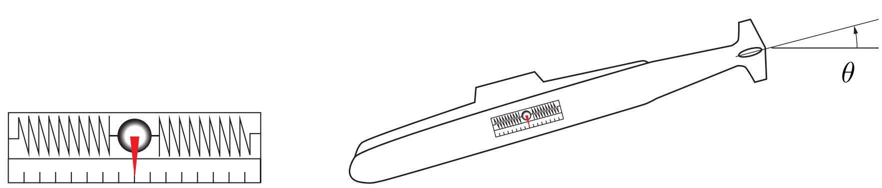


Figure 1 – A gauche, accéléromètre constitué de deux ressorts en opposition attachés à une masse. Il est monté dans un sous-marin. L'angle d'incidence θ est mesuré conformément à la figure de droite.

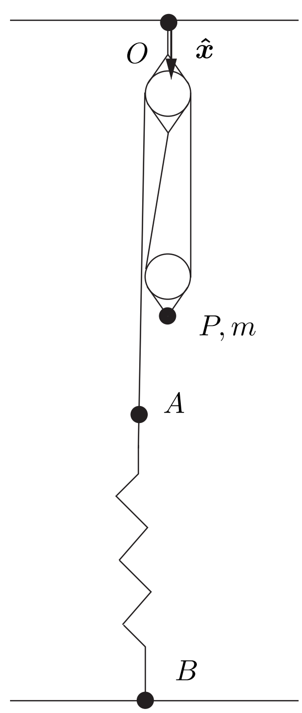
ATTENTION : Le fait que le sous-marin soit incliné dans le sens de la descente ne signifie pas pour autant que le sous-marin descende.

3. Palan et ressort

Un point matériel de masse M est fixé au support d'une poulie d'un palan. L'autre extrêmité du palan est fixée au plafond. Une corde inextensible constitue la corde du palan dont une des extrêmités est attachée au support d'une des deux poulies du palan. L'autre extrêmité de la corde du palan est attachée à un ressort de constante de rigidité k et de longueur à vide l_0, lui même initialement solidement fixé au sol. La longueur de la corde est L. Le palan comporte deux poulies en tout. Le rayon des poulies est négligeable ainsi que la masse et l'inertie de celles-ci. La masse de la corde est supposée négligeable. On supposera également que le mouvement est purement vertical à une dimension. Le plafond est situé à une hauteur de H.

1. Examiner la figure et dessiner les forces qui s'exercent sur les points A et P.
2. Ecrire les lois de Newton et en particulier à l'équilibre.
3. Déterminer la position du point matériel à l'équilibre.
4. On demande l'allongement du ressort à l'équilibre.
5. On perturbe l'équilibre et on demande la position après une seconde du point matériel si celui-ci est écarté de sa position d'équilibre de d.

Application numérique : $M = 2$ [kg], $H = 3$ [m], $L = 4$ [m], $k = 100$ [N/m], $l_0 = 0.7$ [m], $d = 0.03$ [m], $g = 10$ [m/s^2]



4. Deux points matériels reliés par un ressort

On considère deux points matériels (de masse respective m_1 et m_2) attachés entre eux par un ressort de constante d'élasticité k et de longueur à vide l_0 et se déplaçant dans le plan dans lequel la gravité $\mathbf{g}$ agit verticalement.
Les deux points matériels sont lancés a) une fois horizontalement et b) une autre fois verticalement et leur mouvement relatif demeure dans le cas a) horizontal et dans le cas b) vertical.

a) Dessiner les situations a) et b) et reporter les forces en présence.

b) Ecrire les équations différentielles du mouvement dans chaque cas a) et b).

c) Etablir Les contraintes sur les conditions initiales afin que les mouvements soient compatibles avec les mouvements imposés (resp. vertical et horizontal).

d) Calculer la fréquence des oscillations dans le cas a) et b) ainsi que la solution des équations différentielles.

e) On compresse intialement le ressort au maximum tout en respectant les contraintes sur les conditions initiales établies précédemment. Lorsque le ressort est alongé au maximum, il se rompt. On demande de calculer le mouvement résultant après la rupture du ressort.

f) Pour les cas a) et b), calculer l'équation différentielle pour le centre de masse ainsi que sa solution.

Application numérique : $m_1 = 3$ [kg], $m_2 = 1$ [kg], $k = 100$ [N/m], $l_0 = 0.5$ [m], et pour le point e) on lâche le ressort avec une vitesse initiale non nulle de module 3 [m/s] vers le haut (cas a) uniquement) en lâchant les deux points centrés sur l'origine. On demande où se trouveront les deux masses 20 [s] plus tard, après les avoir lâchés ?