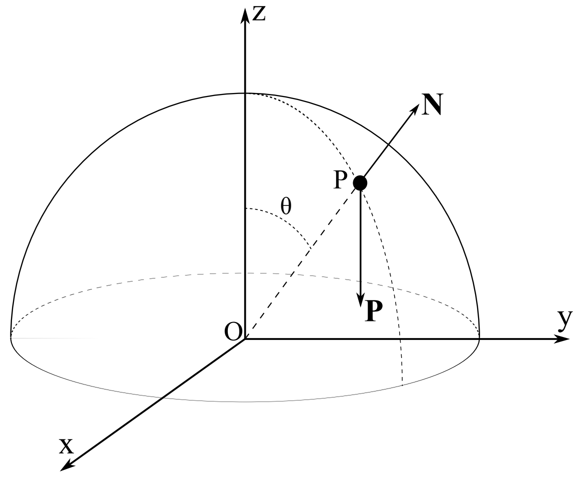
*12 novembre 2024* *J.-P. Hogge*

# Série 9 : Energie, oscillateur harmonique

### Exercice 1: Chute de la bille sur une sphère avec le formalisme de l'énergie

Reprenez l'exercice de la chute d'une bille sur une demi-sphère de rayon $R$ et trouvez le point de décollement en utilisant la conservation de l'énergie mécanique, .




### Exercice 2: Tapis roulant et charbon

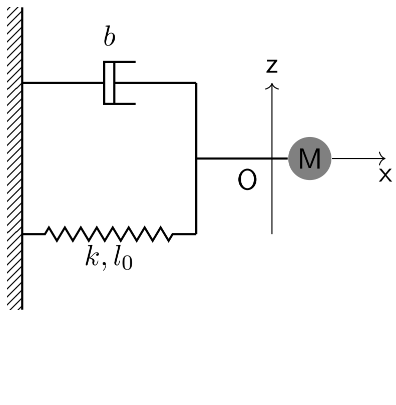
Du charbon tombe avec une vitesse pratiquement nulle et un débit de 8kg/s sur le tapis roulant d'un convoyeur qui avance à 1m/s. Le tapis est incliné de $\theta = 10°$par rapport à l'horizontale afin de monter le charbon à une certaine hauteur. Le charbon parcourt une distance de 40m avant d'être déchargé.

(a) Quelle est la puissance requise par le moteur du convoyeur ?

### Exercice 3: Oscillateur harmonique amorti : Energie et facteur de qualité

On considère un dispositif mécanique composé d'une bille de masse $M$, supposée ponctuelle, qui glisse sans frottements sur un axe horizontal. La bille est reliée à un ressort de raideur $k$ et de longueur au repos $l_0$, maintenu fixe à son autre extrémité sur un mur vertical. La bille est également reliée à un dispositif d'amortissement, fixé au même mur, qui soumet la bille à une force de frottement visqueux de la forme $\vec{F}_{\text{fr}} = -b\vec{v}$.

On suppose que l'origine du système de coordonnées est placée à l'extrémité du ressort au repos et que le déplacement se fait le long de l'axe $Ox$.



(a) Faire un bilan des forces et justifier que le système n'est pas conservatif.

(b) Ecrire l'équation du mouvement pour la bille (comme déjà fait précédemment) et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\,\dot{x} + \omega_0^2\,x = 0 \tag{4}$$

Préciser $\omega_0$ et $Q$ en fonction des paramètres du problème.

(c) Quelle condition doit vérifier $Q$ pour être en régime d'amortissement faible, d'amortissement fort, et en régime d'amortissement critique ?

(d) Interpétation énergétique de Q

Pour la suite du problème, on suppose que $Q$ est très grand devant 1 et qu'on est en régime d'amortissement faible (aussi appelé régime pseudo-périodique). La solution s'écrit

$$x(t) = A\,\cos(\omega t + \phi)\,\exp\left\{-\frac{\omega_0 t}{2Q}\right\} \tag{5}$$

i. Que valent approximativement la pulsation de l'oscillateur et sa vitesse (on rappelle $Q >> 1$)

**Indication** : on pourra utiliser $\sqrt{1-x^2} \simeq 1$ pour $x \ll 1$.

ii. Quelles sont les expressions de l'énergie potentielle $E_p(t)$ et de l'énergie cinétique $E_c(t)$ ?

iii. Montrer que l'énergie mécanique $E_m(t)$ se met sous la forme :

$$E_m(t) = K_1\,\exp\{-K_2\,t\} \tag{6}$$

Exprimer $K_1$ et $K_2$.

iv. On définit la variation d'énergie d'énergie mécanique sur une période $T$ par :

$$\Delta E_m(t) = |E_m(t+T) - E_m(t)| \tag{7}$$

Quelle est la relation entre $\Delta E_m(t)/E_m(t)$ et le facteur de qualité $Q$ ? Commenter.

**Indication** : on pourra utiliser $\exp(-x) \simeq 1 - x$ pour $x \ll 1$.

## Exercice 4: Caisse glissant sur une rampe

Une caisse de $3$ kg glisse sur une rampe de long $L = 1$ m inclinée à un angle de $30°$. La caisse est au repos au sommet et commence à descendre, en subissant une force de frottement $|F_f| = 5$ N considérée constante par soucis de simplification. Après avoir quitté la rampe, elle continue à se déplacer sur une courte distance sur le plan horizontal.

(a) Utilisez la conservation de l'énergie pour déterminer la vitesse de la caisse à la fin de la rampe.

(b) A quelle distance de la rampe la caisse s'arrête-t-elle ?

(c) Si on utilise une rampe plus longue mais inclinée à un angle de $25°$ degrés (depuis la même hauteur de départ), quelle est la variation d'énergie potentielle de la caisse ? Et la variation d'énergie cinétique ? Calculez la vitesse à la fin de la nouvelle rampe.