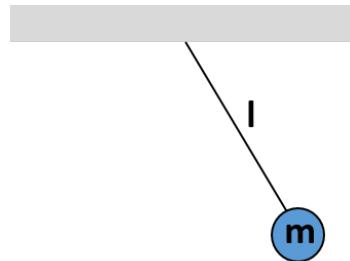


## Série 8 : Mouvements contraints

### Exercice 1:

Soit une masse  $m$  suspendue au plafond par un fil de longueur  $l$  et de masse négligeable.

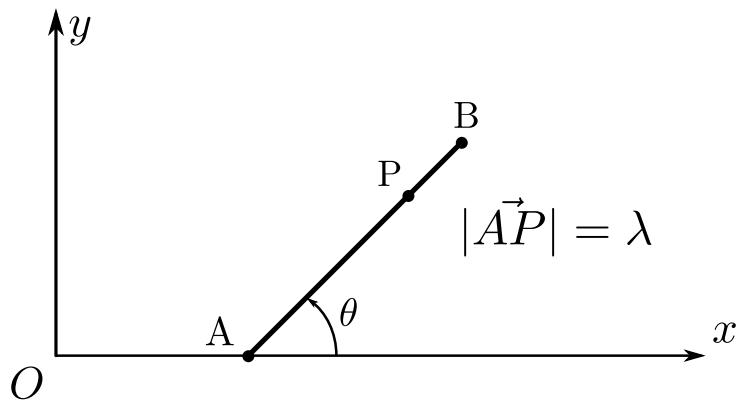


1. Représentez les forces agissant sur  $m$  et écrivez l'équation du mouvement. Indication : utilisez les coordonnées polaires.
2. Que vaut la tension dans le fil ?
3. Calculez la période des oscillations si elles sont petites.

### Exercice 2: Barreau astreint à se déplacer sur une droite

Un barreau de longueur  $l$  se déplace dans un plan. L'une des extrémités est astreinte à se déplacer sur une droite (voir figure).

- (a) Exprimer la position, la vitesse et l'accélération d'un point  $P$  du barreau en fonction des coordonnées généralisées  $x_A$ ,  $\theta$  et de leurs dérivées temporelles.
- (b) On impose au point  $A$  le mouvement d'équation  $x_A(t) = C \cos(\omega t)$ . Exprimer la position, la vitesse et l'accélération de  $P$  en fonction de  $(t, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ .



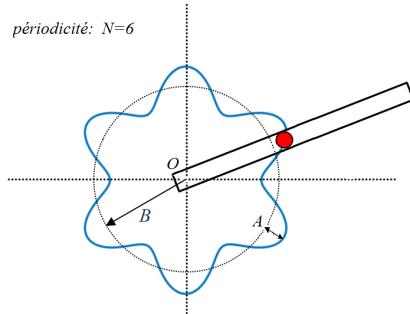
### Exercice 3: Point matériel astreint à se déplacer sur un cylindre

Un point matériel est astreint à se déplacer sur un cylindre infiniment long et de rayon  $R$ . Le point matériel est attiré vers un point  $O$  sur l'axe du cylindre par une force proportionnelle à la distance du point matériel au point  $O$ . Il n'y a pas d'effet de pesanteur ni de friction.

- Enumérer les forces subies par le point matériel. Faire un dessin représentant ces forces ainsi que le repère associé aux coordonnées cylindriques.
- Ecrire les équation du mouvement et les projeter sur ce repère.
- Décrire le mouvement du point matériel. Pour cela, résoudre les équations du mouvement.
- Discuter le sens de la force de liaison en fonction des conditions initiales.

### Exercice 4: Bille dans un tube, astreinte à se déplacer sur une came

Supposons qu'une bille de masse  $m$  se déplace dans un tube horizontal qui tourne avec une vitesse angulaire constante  $\omega_0$  autour du point  $O$ . La bille est astreinte de manière à ce qu'elle suive un type de trajectoire comme indiqué en bleu, avec les paramètres  $A, B$  et  $N$ .



- Choisissez un système de coordonnées appropriées et exprimez les contraintes du mouvement - la vitesse angulaire, la trajectoire et le mouvement plan - sous forme de trois équations. Pour la trajectoire, soyez sûr d'inclure tous les paramètres indiqués.
- Quel est le nombre de degrés de liberté du système ?
- Déterminez l'accélération de la bille en fonction du temps.
- Supposons qu'en pratique, la bille est contrainte de suivre sa trajectoire par un ressort dans le tube, fixé au point  $O$ . Donnez l'équation de mouvement de la bille pour ce cas.
- Déduisez-en les expressions des forces de contraintes. Discutez la validité du résultat.