

## Série 2 : Rappels mathématiques et cinématique

### Exercice 1: Déivation

(a) Déterminez les dérivées des fonctions suivantes :

1.  $f(x) = \frac{-3x^2 - x}{\sqrt{2x^3 + x + 7}}$
2.  $f(x) = \cos^2(\ln x)$
3.  $f(x) = \exp(\ln x + 1)$

(b) On donne les fonctions de deux variables  $x$  et  $y$  suivantes :

1.  $f(x, y) = \cos y + x\sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$
2.  $f(x, y) = \frac{x^3 - 4x^2y}{2y + 7}$

En faisant l'hypothèse que  $y$  est constante, dérivez les fonctions par rapport à  $x$ , puis faites de même en faisant l'hypothèse que  $x$  est constante et en dérivant par rapport à  $y$ . Vous aurez déterminé les *dérivées partielles* de  $f$  par rapport à  $x$  et  $y$ , notées respectivement  $\frac{\partial f}{\partial x}$  et  $\frac{\partial f}{\partial y}$

### Exercice 2: Cercle trigonométrique

- (a) Tracer un cercle de rayon 1 centré à l'origine et une droite faisant un angle  $\alpha$  avec l'axe horizontal  $x$ .
- (b) Représenter graphiquement  $\cos \alpha$ ,  $\sin \alpha$ ,  $\tan \alpha$  et  $\cot \alpha$  pour des angles  $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ ;  $\pi/2 \leq \alpha \leq \pi$ ;  $\pi \leq \alpha \leq 3\pi/2$ ;  $3\pi/2 \leq \alpha \leq 2\pi$ .
- (c) Montrer graphiquement que :  
 $\cos(\pi/2 - \alpha) = \sin \alpha$

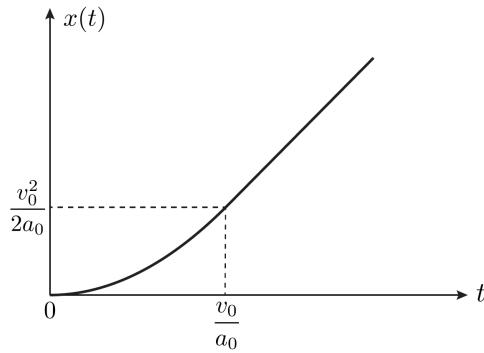
$$\sin(3\pi/2 + \alpha) = -\cos \alpha$$

### Exercice 3: Cinématique : graphiques de la vitesse et de l'accélération

Une voiture se déplace en ligne droite. Sa position en fonction du temps est donnée par

$$x(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}a_0 t^2 & \text{si } t \leq \frac{v_0}{a_0} \\ v_0 t - \frac{v_0^2}{2a_0} & \text{si } t > \frac{v_0}{a_0} \end{cases}$$

où  $v_0$  et  $a_0$  sont des constantes positives. La position de la voiture est illustrée sur le graphique ci-dessous :



Esquisser les graphiques de la vitesse  $v(t)$  et de l'accélération  $a(t)$  en fonction du temps.

### Exercice 4: Cinématique : Trajectoire d'une particule

(a) Une particule décrit une trajectoire plane donnée par  $y = Ax^2$ , où  $A$  est une constante donnée. Une mesure de sa position selon  $x$  est donnée par  $x(t) = v_{0x}t$ , où  $v_{0x}$  est également une constante donnée. Avec ces informations, déterminer quelles sont les composantes selon  $x$  et  $y$  de la vitesse et de l'accélération.

(b) La trajectoire d'une particule a comme équation paramétrique

$$\begin{cases} x = R \cos \omega t^2 \\ y = R \sin \omega t^2, \end{cases} \quad (6)$$

où  $R$  est constant.

Quelles sont les composantes selon  $x$  et  $y$  de la vitesse et de l'accélération et quelle trajectoire décrit la particule ?