# *Exercise Series 7*
# *Solution*

## 1. Eutectiques réguliers: transition de morphologie

a) Pour déduire la fraction de phase $\beta$ à partir de laquelle la croissance eutectique passe de fibres à lamelles, considérons une petite surface carrée de côté $\lambda$. Etant donné la taille caractéristique $\lambda$, i.e. espacement lamellaire lors de la croissance eutectique, une seule lamelle et une seule fibre sont présentes. On prendra une longueur arbitraire de 1 perpendiculairement au plan de la feuille.

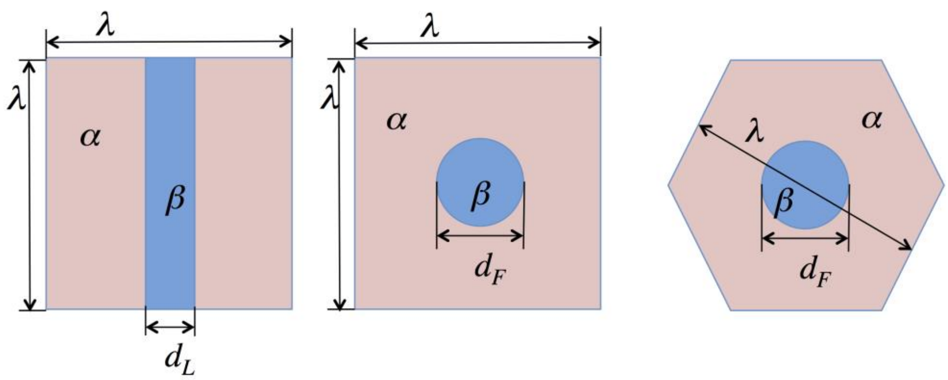


*Schéma des « cellules unitaires » pour les lamelles (à gauche) et les fibres en arrangement carré (au milieu) et en arrangement hexagonal (à droite). La géométrie a une longueur unitaire dans la direction perpendiculaire au plan de dessin.*

Il faut bien comprendre que ces « cellules unitaires » servent à faire les calculs des énergies volumique de Gibbs de la microstructure complète. Elles sont un peu comme le motif que l'on répète par translation en cristallographie par exemple pour calculer des volumes molaires. Les microstructures dans les trois cas mentionnées dans l'énoncé sont les suivantes :

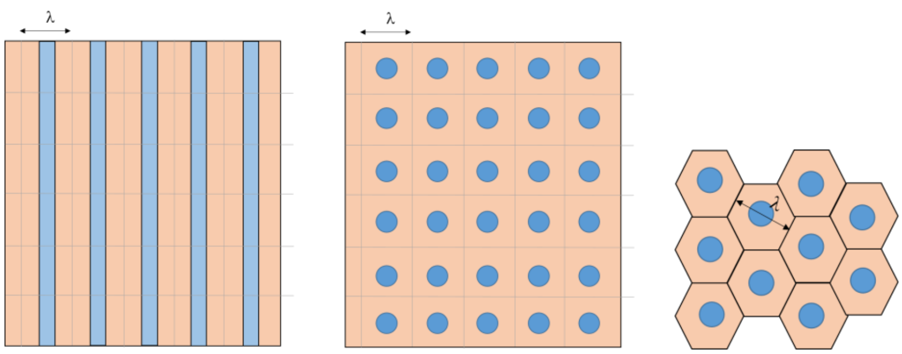


*Schéma des microstructures faites à partir des « cellules unitaires »*

Le changement d'énergie de Gibbs volumique entre le liquide et la structure eutectique est

- Pour la lamelle $\Delta G_{v,lamelle} = \frac{2\gamma\lambda}{\lambda^2} + \Delta G_{v,eut}$
- Pour la fibre $\Delta G_{v,fibre} = \frac{\pi d_f \gamma}{\lambda^2} + \Delta G_{v,eut}$

Les lamelles sont favorisées par rapport aux fibres lorsque $\Delta G_{v,lamelle} < \Delta G_{v,fibre}$

Comme $\Delta G_{v,eut} (< 0)$ est identique pour les lamelles et les fibres, nous avons

$\Delta G_{v,lamelle} < \Delta G_{v,fibre} \;\Leftrightarrow\; 2\lambda < \pi d_f$

autrement dit quand la surface de la lamelle < la surface de la fibre

La fraction volumique de β des fibres vaut $f_v = \frac{\pi d_f^2 / 4}{\lambda^2} \rightarrow \pi d_f \; = 2\lambda\sqrt{\pi f_v}$

Donc $\Delta G_{v,lamelle} < \Delta G_{v,fibre} \Leftrightarrow 2\lambda < \pi d_f \Leftrightarrow f_v > \frac{1}{\pi} \approx 0.32$

b) Si on change l'arrangement de carrés simples à hexagonal, nous avons :

La surface de l'hexagone est $\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda^2$

Pour la fibre $\Delta G_{v,fibre} = \frac{\pi d_f \gamma}{\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda^2} + \Delta G_{v,eut}$

Donc $\Delta G_{v,lamelle} < \Delta G_{v,fibre} \;\Leftrightarrow\; 2\lambda < \frac{\pi d_f}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

De plus $f_v = \frac{\pi d_f^2 / 4}{\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda^2}$

Les calculs donnent $\Delta G_{v,lamelle} < \Delta G_{v,fibre} \Leftrightarrow f_v > \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \approx 0.27$

0.32

| | |
|---|---|
| fibres | lamelles |
| fibres | lamelles |

0.27

**2. Solidification péritectique et eutectique hors-équilibre**

a) Le diagramme en Fig.2 montre une réaction péritectique, c'est-à-dire L + α → β. Au cours de la solidification, si l'équilibre thermodynamique pouvait être atteint à chaque pas du refroidissement, le dernier liquide disparaitrait à la température $T_2$, la microstructure serait entièrement solide α, puis en continuant à refroidir la phase β se formerait dans la phase α à partir d'une température $T_3$.

b) Si la solidification est un peu plus rapide (en augmentant v dans le four Bridgman), la diffusion ne sera pas totale voire nulle dans la dendrite de solide α. Seule la pointe de la dendrite pourrait éventuellement se former (ici d'ailleurs sur la figure avec une surfusion faible) et donc à une température $T_1$ et une composition k $X_0$. Le reste de la dendrite, plus en retrait, vers le « tronc », grossit à une température plus basse, même plus basse que $T_2$. En effet la composition de chaque « strate » de solide suit le solidus, mais la composition moyenne du solide α est fortement décalée vers la gauche de la courbe du solidus, et donc, par la règle des bras de levier avec la composition moyenne, le liquide continue à être présent à des températures inférieures à $T_2$ (cours 3 slide 9). Si la diffusion était infini dans toutes phases, le liquide de composition 'c' et la dernière strate de solide $\alpha$ de composition 'a' devraient réagir complètement à la température péritectique $T_p$ pour donner un solide $\beta$ de composition 'b' et il n'y aurait donc plus de liquide sous la température $T_p$. Cependant, la transformation péritectique va rarement à son terme dans la pratique car la couche $\beta$ formée autour de la dendrite fait barrière à la diffusion. Les dendrites $\alpha$ sont alors souvent isolées de la réaction péritectique et conservées à des températures plus basses que $T_p$. Pour les températures inférieures à $T_p$, la phase $\beta$ continue à précipiter à partir du liquide à des compositions qui suivent la ligne 'bd'. Encore une fois s'il n'y a pas de diffusion dans le solide, le liquide atteindra finalement le point eutectique 'e' pour finalement se solidifier sous la forme d'un eutectique $\beta + \gamma$. La microstructure solidifiée finale sera alors composée de dendrites chimiquement « stratifiées »; ces dendrites sont entourées d'une couche péritectique de $\beta$ et, entre les dendrites, de lamelles de $\beta + \gamma$ eutectique ou de $\beta$ et d'ilots $\gamma$ divorcés (la figure n'est pas assez lisible pour le savoir).