

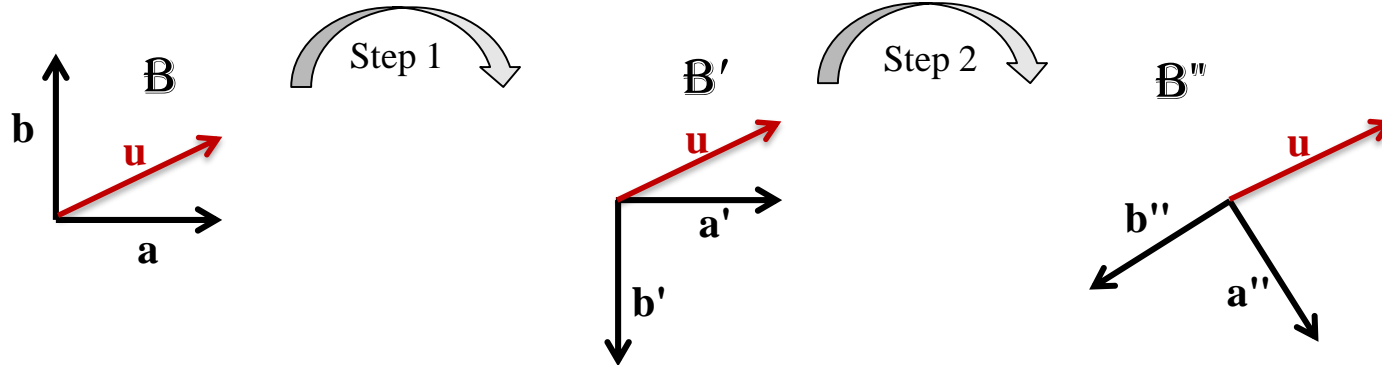
Transformations de Phases — Série 10

Exercice 1: Matrices de passage

On considère deux changements de bases faits de manière successive, d'abord 1, puis 2:

$$\mathbf{T}_{1/\mathbf{B}} = m_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{2/\mathbf{B}'} = r_{\pi/3} = \begin{bmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$



Note: le 1er changement de base étant un miroir, il a inverse le sens de la rotation +/-

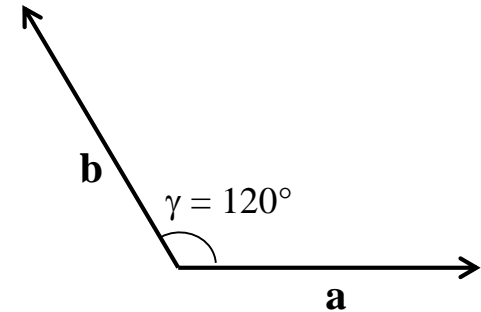
Questions:

1. Ecrivez les vecteurs \mathbf{a}' et \mathbf{b}' , ainsi que \mathbf{a}'' et \mathbf{b}'' en fonction des vecteurs \mathbf{a} et \mathbf{b} .
2. Soit un vecteur fixe $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \end{bmatrix}_{/\mathbf{B}}$. Calculez ses coordonnées dans la base \mathbf{B}'' .
3. Refaites l'exercice mais en inversant l'ordre des opérations; donc faites d'abord

$$\mathbf{T}_{1/\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{bmatrix} \text{ puis } \mathbf{T}_{2/\mathbf{B}'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Exercice 2 : Indices de Miller et réseau réciproque

On considère une base hexagonale avec $\|\mathbf{a}\| = \|\mathbf{b}\| = 1$.



Questions:

1. Base réciproque: Construisez géométriquement $(\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*)$ la base réciproque de $\mathbf{B} = (\mathbf{a}, \mathbf{b})$.

2. Calculs sur les directions:

a. Calculez le tenseur métrique.

b. Tracez $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}_{/\mathbf{B}}$ et $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}_{/\mathbf{B}}$. Calculez le produit scalaire $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ et déduisez l'angle entre les deux vecteurs.

3. Calculs sur les plans:

a. Tracez le plan $(1,1)$. Vérifiez sur votre figure qu'il contient bien la direction $\mathbf{a} - \mathbf{b}$.

b. Tracez le plan $(1,0)$. Vérifiez sur votre figure qu'il contient bien la direction \mathbf{b} .

c. Tracez le plan $\mathbf{p} = (2,1)$. Vérifiez sur votre figure qu'il contient bien la direction $\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$.

Tracez le vecteur du réseau réciproque $\mathbf{p} = (2,1)$ à l'aide de la base $(\mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*)$. Vérifier que ce vecteur est normal au plan $\mathbf{p} = (2,1)$

d. Calculez l'angle entre le plan $(1,1)$ et le plan $(2,1)$.