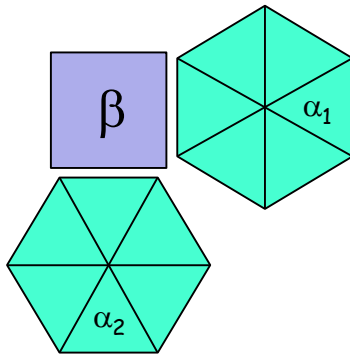


Transformations de Phase — Série 9 - Solutions

Exercice 1: Nombre de variants

Cas A

2 variants



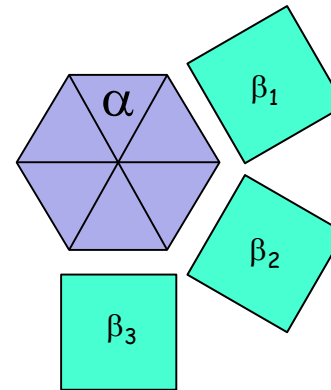
$$\mathbb{G}^\beta = \{I, \bar{I}, m_x^\beta, m_y^\beta, m_{xy}^\beta, m_{x\bar{y}}^\beta, R_{\pi/2}^\beta, R_{-\pi/2}^\beta\}$$

$$\mathbb{H}^\beta = \{I, \bar{I}, m_x^\beta, m_y^\beta\}$$

$$N^\alpha = \frac{|\mathbb{G}^\beta|}{|\mathbb{H}^\beta|} = \frac{8}{4} = 2$$

Cas B = transformation inverse

3 variants



$$\mathbb{G}^\alpha = \{I, \bar{I}, m_1^\alpha, m_2^\alpha, m_3^\alpha, m_4^\alpha, m_5^\alpha, m_6^\alpha, R_{2\pi/3}^\alpha, R_{-2\pi/3}^\alpha, R_{\pi/3}^\alpha, R_{-\pi/3}^\alpha\}$$

$$\mathbb{H}^\alpha = \{I, \bar{I}, m_1^\alpha, m_2^\alpha\} \text{ avec } m_1^\alpha \parallel m_x^\beta, m_2^\alpha \parallel m_y^\beta$$

$$N^\beta = \frac{|\mathbb{G}^\alpha|}{|\mathbb{H}^\alpha|} = \frac{12}{4} = 3$$

On aurait pu aussi directement appliquer la formule

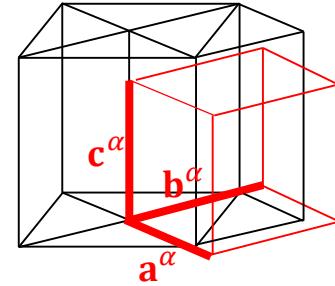
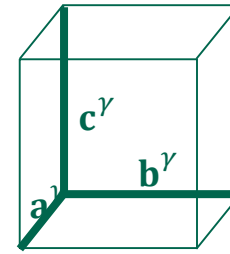
$$N^\alpha |\mathbb{G}^\alpha| = N^\beta |\mathbb{G}^\beta|$$

Géométrie

Algèbre

Exercice 2: Nombre de variants de martensite dans les aciers.

1. Le nombre de variants α avec l'OR de Bain OR (OR théorique mais jamais observée) est de géométriquement de 3: α_1 tel que $\mathbf{c}^\alpha // \mathbf{c}^\gamma$ (figure), α_2 tel que $\mathbf{c}^\alpha // \mathbf{a}^\gamma$, et α_3 tel que $\mathbf{c}^\alpha // \mathbf{b}^\gamma$. Aucun de plus. Regardons en effet le cas $\mathbf{c}^\alpha // \mathbf{c}^\gamma$, les axes \mathbf{a}^α and \mathbf{b}^α sont positionnés le long des diagonales $\langle 110 \rangle_\gamma$ de la surface $(001)_\gamma$, et il n'y a qu'une seule manière de le faire, donc un seul variant.

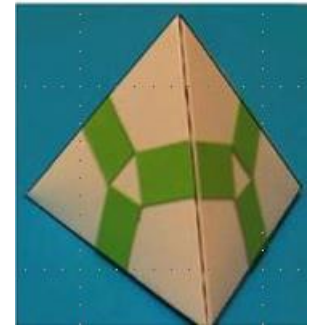


Un démonstration algébrique est possible mais ici plus compliquée car il faut savoir qu'une phase cubique fcc (γ) a 48 éléments de symétrie, et il faut énumérer les nombreuses symétries communes entre α_1 et γ :

$$\mathbb{H}^\gamma = \{I, \bar{I}, m_x^\gamma, m_y^\gamma, m_{xy}^\gamma, m_{x\bar{y}}^\gamma, R_{z\pi/2}^\gamma, R_{z-\pi/2}^\gamma, m_z^\gamma, R_{z\pi}^\gamma, R_{y\pi}^\gamma, R_{x\pi}^\gamma, R_{x+y\pi}^\gamma, R_{x-y\pi}^\gamma, \overline{R_{z\pi/2}^\gamma}, \overline{R_{z-\pi/2}^\gamma}\} \xrightarrow{\text{rotoreflection}} N^\alpha = \frac{|\mathbb{H}^\gamma|}{|\mathbb{G}^\gamma|} = \frac{48}{16} = 3$$

2. Pour le nombre de variants par la transformation inverse, appliquons $N^\alpha |\mathbb{G}^\alpha| = N^\gamma |\mathbb{G}^\gamma|$, avec $|\mathbb{G}^\alpha| = |\mathbb{G}^\gamma| = 48$. Donc $N^\gamma = N^\alpha = 3$.

3. L'OR de Nishiyama-Wassermann (NW) OR est $[110]_\gamma // [001]_\alpha$ et $(\bar{1}11)_\gamma // (\bar{1}10)_\alpha$. Géométriquement on peut montrer que le nombre de variants est de 12. En effet sur chacun des 4 plans $\{111\}_\gamma$, nous plaçons la face $(\bar{1}10)_\alpha$ et nous voyons alors qu'il y a trois possibilités pour placer l'axe $[001]_\alpha$ car il y a 3 directions $\langle 110 \rangle_\gamma$ sur chaque plan $\{111\}_\gamma$. Nous avons donc $4 \times 3 = 12$ rectangles représentant les variants. On peut représenter la face $(\bar{1}10)_\alpha$ de chaque variant par un rectangle formé par côté $[001]_\alpha$ et $[110]_\alpha$, et placer ces rectangles sur le tétraèdre formé par les 4 plans $\{111\}_\gamma$ (figure ci contre).



4. Même formule que pour la question 2, $N^\gamma = N^\alpha = 12$.