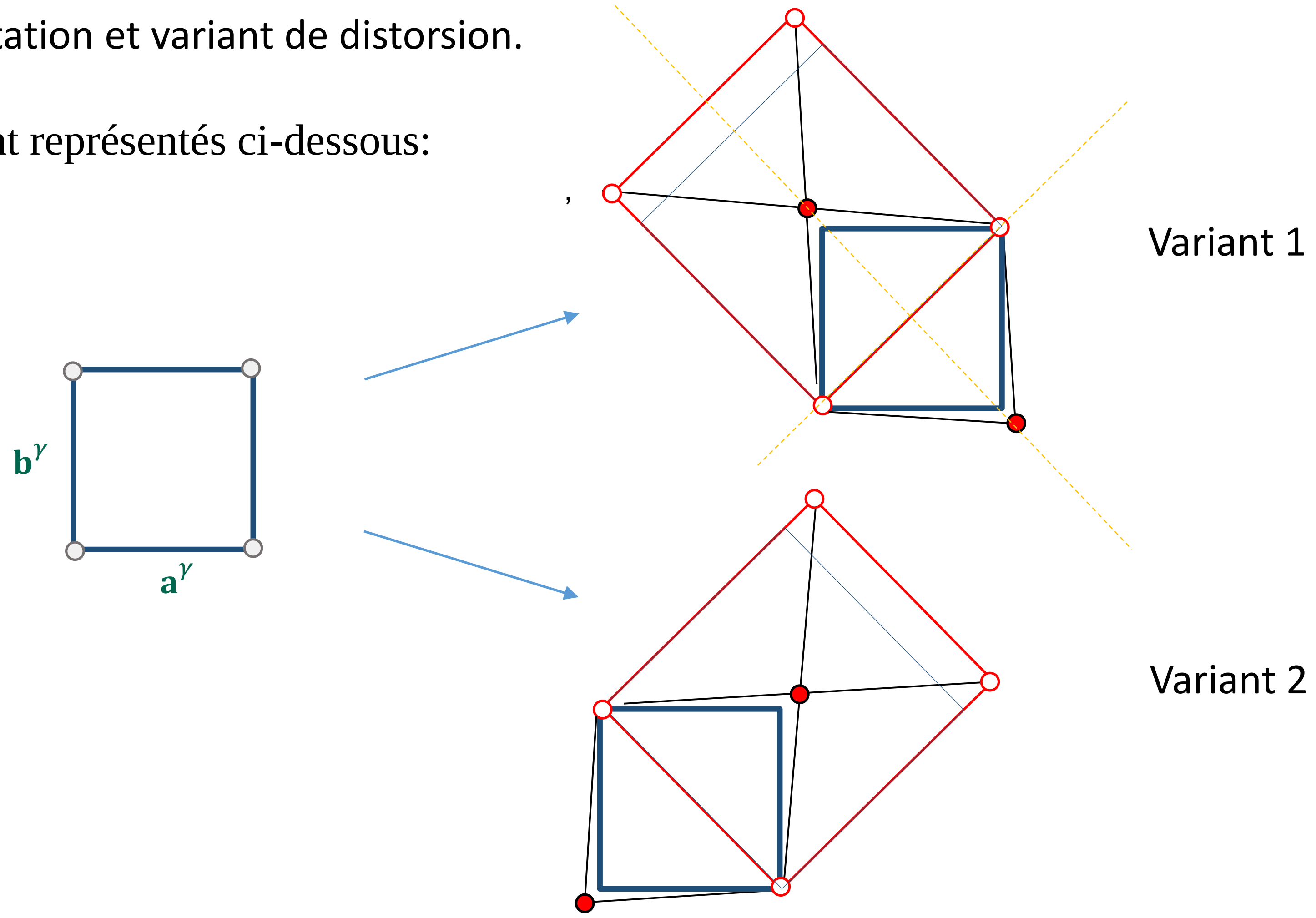
Exercise Series 13 SOLUTIONS

a. Les plans miroir diagonaux sont en commun entre la cristal parent et le variant 1 (voir traits pointillés jaunes). Si on ajoute l'identité et l'inversion, le nombre de symétries communes est $\left|\mathbb{H}^{\gamma}\right| = 4$. Le nombre de variants est donc $N^{\alpha} = \frac{\left|\mathbb{G}^{\gamma}\right|}{\left|\mathbb{H}^{\gamma}\right|} = \frac{8}{4} = 2$. Note: dans cet exercice (comme dans tous ceux que je pourrais donner) il n'y pas pas distinction entre variant d'orientation et variant de distorsion.

Les deux variants sont représentés ci-dessous:



b. La matrice de distorsion du variant 1 est celle calculée en cours

$\mathbf{F}_1{}^{\gamma} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} (1+\delta) & (1-\delta) \\ (1-\delta) & (1+\delta) \end{pmatrix}$ avec $\delta = OA'/OA$

La matrice de distorsion du variant 2 est déduite par une des symétries de la phase parente perdue par la transformation comme par exemple le plan miroir horizontal $\mathbf{m}_x{}^{\gamma} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Cette matrice est sa propre inverse. Nous avons donc

$\mathbf{F}_2{}^{\gamma} = \mathbf{m}_x{}^{\gamma}\, \mathbf{F}_1{}^{\gamma}\, \mathbf{m}_x{}^{\gamma} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} (1+\delta) & (\delta-1) \\ (\delta-1) & (1+\delta) \end{pmatrix}$.

Note: Le même résultat aurait été obtenu en prenant $\mathbf{m}_y{}^{\gamma} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ou $\mathbf{R}_{90°}{}^{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

c. Si on applique une contrainte de traction le long de l'axe **x** à la phase γ qui se transforme en phase α, le tenseur de contrainte est $\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ avec $\sigma_x > 0$. Le travail d'interaction des variants avec le champ de contrainte est donné par $\mathbf{W}_i = (\mathbf{F}_i^{\gamma} - \mathbf{I}) : \boldsymbol{\sigma}$. Il en résulte que $\mathbf{W}_1 = \mathbf{W}_2 = \frac{\delta-1}{2}\sigma_x > 0$. Les deux variants vont donc pouvoir se former. Note: si $\delta<1$, aucun des deux variants n'aurait pu se former, l'austénite n'aurait pas été déstabilisée par la contrainte.

Le tenseur de contrainte de cisaillement parallèle à l'axe **x** est de la forme $\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} 0 & \tau \\ \tau & 0 \end{pmatrix}$ avec $\tau > 0$ (cisaillement vers la droite pour la partie supérieure au plan de cisaillement) ou $\tau < 0$ (cisaillement vers la gauche pour la partie supérieure au plan de cisaillement) (*). A noter que le tenseur de contrainte doit toujours être **symétrique** pour une question d'équilibre des forces. Pour ce champ de contrainte nous avons $\mathbf{W}_1 = -(\delta - 1)\tau$ et $\mathbf{W}_2 = (\delta - 1)\tau$. Donc si $\tau > 0$, seul le variant 2 se forme, et si $\tau < 0$ seul le variant 1 se forme.

Note (*): Il faut bien distinguer le cisaillement simple de contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ *de celui du «cisaillement simple» du réseau cristallin qui correspondrait à un tenseur de distorsion (gradient de déformation) du type* $\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ *vu en cours sur le maclage mécanique.*