

## **Exercise Series 5**

### **Solution**

#### **Solidification en front plan**

- a) En régime stationnaire, on forme un solide avec une composition égale à  $c_0$ , donc l'interface est à la température du solidus en  $c_0$ . Si le diagramme de phases est approximé par des droites avec une pente de  $-20$  K/pct.-pds, la température du solidus à  $0.5$  pct.-pds Cu est de

$$T_s(c_0) = T_f^{Al} + c_0 m_s \text{ (avec } m_s < 0) = 660^\circ\text{C} - 0.5 \text{ pct.-pds} \cdot 20 \text{ K/pct.-pds} = 650^\circ\text{C}. \quad (1)$$

- b) L'épaisseur  $\delta$  de la couche de diffusion est donnée par

$$\delta = \frac{D_l}{v} = \frac{3 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}}{5 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-1}} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 600 \mu\text{m} \quad (2)$$

- c) Pour que le front plan soit stable, le critère suivant doit être respecté :

$$G_{th} > m_l G_c \quad (3)$$

où  $m_l$  est la pente du liquidus,  $G_c$  le gradient chimique et  $G_{th}$  le gradient thermique. Ce critère peut être réécrit:

$$G_{th} > \frac{\Delta T_0}{\delta} \quad (4)$$

avec  $\Delta T_0$  l'intervalle de solidification égal à  $\Delta T_0 = \Delta T(c_0) = T_L(c_0) - T_S(c_0)$ . Avec les deux pentes de liquidus et solidus données dans l'énoncé, on trouve

$$\Delta T_0 = (m_l - m_s) c_0 = 8.6 \text{ K} \quad (5)$$

Ainsi, le gradient thermique  $G_{th}$  doit être au moins

$$G_{th} > \frac{\Delta T_0}{\delta} = \frac{8.6 \text{ K}}{6 \cdot 10^{-4} \text{ m}} = 1.43 \cdot 10^4 \text{ K m}^{-1} = 143 \text{ K/cm} \quad (6)$$

- d) Ad a) La température du solidus de  $c_0=2$  pct.-pds Cu d'après éqn. (1) 1 est égale à  $620^\circ\text{C}$ .

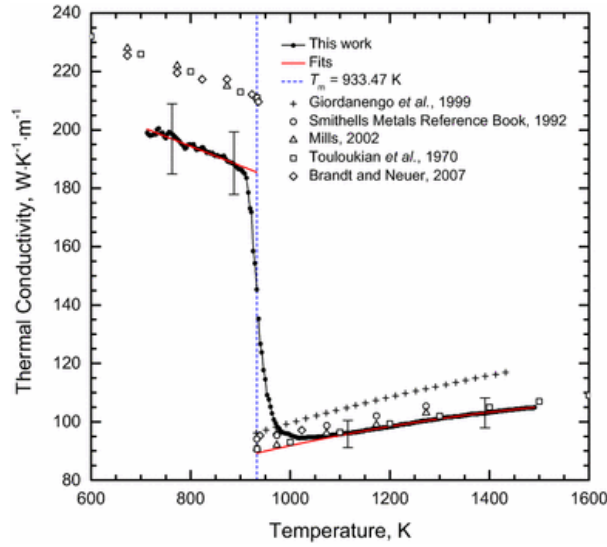
Ad b) L'épaisseur de la couche de diffusion ne dépend pas de la composition.

Ad c) L'intervalle de solidification  $\Delta T_0$  augmente d'un facteur 4. Ainsi le gradient thermique minimal pour stabiliser le front plan doit aussi augmenter d'un facteur 4, donc  $G_{th} > 572 \text{ K cm}^{-1} \rightarrow$  De tels gradients thermiques ne sont possibles que dans des équipements spéciaux type fours de Bridgman.

Plus l'alliage est riche en soluté plus il est difficile de maintenir le front plan, car il faut créer un gradient thermique  $G_{th} > \frac{\Delta T_0}{\delta}$  avec un  $\Delta T_0$  proportionnel à la composition en soluté par l'équation  $\Delta T_0 = (m_l - m_s) c_0$

Note :

In order to maintain a plan front in an Al-2 wt.-pct Cu alloy for a solidification speed of  $5 \mu\text{m s}^{-1}$  we need a temperature gradient  $G_{th}$  of  $5.72 \cdot 10^4 \text{ K m}^{-1}$ . At a thermal conductivity of the liquid Al of  $K = 100 \text{ W K}^{-1}\text{m}^{-1}$  (see graph below) such a gradient generates a heat flux  $q = K G_{th} = 5.72 \cdot 10^6 \text{ J s}^{-1}\text{m}^{-2}$ .



With a latent heat of  $1 \text{ kJ cm}^{-3}$  this corresponds to the heat that could solidify a column of  $0.572 \text{ cm/s}$ . Since actually the solidification rate is only  $5 \mu\text{m/s}$ , it means that the efficiency of the process is only  $\sim 1/1000$ . Most of the heat goes into water cooling system of the Bridgman furnace.