Matériaux avec des électrons libres.

Dans ce chapitre nous allons étudier les propriétés optiques des matériaux ayant une grande concentration d'électrons libres, ce qui implique également une bonne conductivité électrique. Il s'agit des métaux et des semi-conducteurs dopés. Le dopage est un procédé par lequel on rend un semi-conducteur ou isolant, conducteur en introduisant des impuretés. Nous verrons ce procédé plus tard en détail.

Ce chapitre nous servira de liaison entre les propriétés optiques et les électriques.

6.1 Réflectivité d'un plasma

Un plasma est un gaz formé par des ions lourds et des électrons légers. Les métaux et semi-conducteurs dopés peuvent être considérés comme plasmas en prenant les noyaux des atomes comme ions lourds et les électrons libres comme les électrons légers. En effet, par rapport à une certaine partie des radiations électromagnétiques, les électrons dans un métal se comportent comme des électrons libres.

Dans ce chapitre nous déduisons la formule de la fonction diélectrique pour un plasma d'électrons en utilisant le modèle de l'oscillateur, combiné avec le modèle de Drude de la conductivité. Ce modèle est donc connu comme le **modèle de Drude-Lorenz.**

On commence par considérer les oscillations d'un électron libre induites par le champ électrique (E) de l'onde électromagnétique :

$$m_o \frac{d^2x}{dt^2} + m_o\gamma \frac{dx}{dt} = -eE$$

Où γ est la constante d'atténuation et représente une sorte de friction avec le milieu et E l'amplitude du champ électrique de l'onde électromagnétique.

En substituant $E(t) = E_o \exp(-i\omega t)$ et $x(t) = x_o \exp(-i\omega t)$ on obient :

$$x_o = -\frac{eE_o/m_o}{\omega^2 - i\gamma\omega}$$

Les dipôles des différents atomes s'additionnent ce qui provoque une polarisation macroscopique P du matériau:

$$P_{resonant} = Np = -Nex$$

Il faut noter qu'il n'y a pas de fréquence propre inhérente au système. De la même façon que pour le modèle de Lorentz, on peut déduire la polarisation du matériau et sa fonction diélectrique :

$$D = \varepsilon_r\varepsilon_o E = \varepsilon_o E + P = \varepsilon_o E - \frac{Ne^2E}{m_0(\omega^2 - i\gamma\omega)}$$

Et donc

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{Ne^2}{\varepsilon_o m_o} \frac{1}{\omega^2 - i\gamma\omega} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - i\gamma\omega}$$

Où la fréquence $\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\varepsilon_o m_o}$ est connue comme étant la fréquence plasma.

Exemple : Considérons un système faiblement atténué où $\gamma \to 0$ et $\tilde{n} = \sqrt{\varepsilon_r}$. Calculer ε_r. Calculez R et la dépendance en fonction de ${}^{\omega}/_{\omega_p}$.

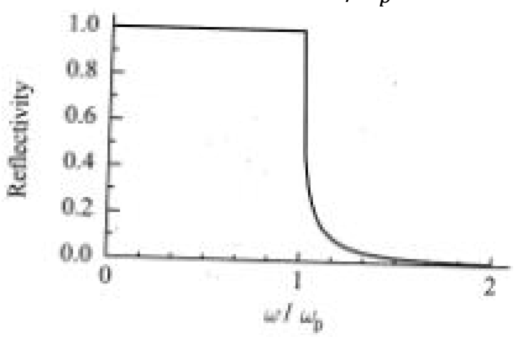

Figure 1 Réflectivité en fonction de la fréquence divisée la fréquence de plasma

La figure 1 montre la dépendance de R en fonction de ${}^{\omega}/_{\omega_p}$, selon la formule. Le graphique montre que la radiation à des fréquences inférieures à la fréquence de plasma est réfléchie par le plasma des électrons libres. Par contre, la radiation avec des fréquences plus élevées est très peu réfléchie et le matériau devient transparent lorsque la fréquence augmente.

Exemple : la partie pous externe de l'atmosphère de la terre, la ionosphère, contient une grande densité d'atomes ionisés ainsi que d'électrons ($N \sim 10^{12} m^{-3}$). La fréquence de plasma de ce milieu est environ 9 MHz. Cela se veut dire que la radiation generée par la terre avec une fréquence inférieure sera réfléchie et que celle avec une fréquence plus élevée sera transmise vers l'espace extérieur. Ce principe est utilisée pour la transmission d'ondes radio AM (entre 535 et 1605 KHz) qui peuvent être reçues à des longues distance.

Le tableau suivant montre les fréquences plasma de quelques métaux. On voit que la fréquence plasma mesurée est strictement liée à la densité d'électrons dans le matériau :

Metal	Valency	N (10^{28} m^{-3})	$\omega_p/2\pi$ (10^{15} Hz)	λ_p (nm)
Li (77 K)	1	4.70	1.95	154
Na (5 K)	1	2.65	1.46	205
K (5 K)	1	1.40	1.06	282
Rb (5 K)	1	1.15	0.96	312
Cs (5 K)	1	0.91	0.86	350
Cu	1	8.47	2.61	115
Ag	1	5.86	2.17	138
Au	1	5.90	2.18	138
Be	2	24.7	4.46	67
Mg	2	8.61	2.63	114
Ca	2	4.61	1.93	156
Al	3	18.1	3.82	79

Tableau 1 Electrons de Valence, N, fréquence de plasma et longueur d'onde caractéristique de plusieurs métaux

6.2 Conductivité des électrons libres, modèle de Drude

L'équation de mouvement pour l'électron peut aussi être décrite comme :

$$m_o \frac{dv}{dt} + m_o \gamma v = -eE$$

Où $m_o v$ est la quantité de mouvement p :

$$\frac{dp}{dt} + \frac{p}{\tau} = -eE$$

On remplace la fréquence d'atténuation γ par la valeur réciproque τ, le temps d'atténuation. Avec ceci on peut interpréter l'atténuation comme une perte de quantité de mouvement (par exemple par des collisions) et τ est le temps de relaxation. L'équation implique que la vitesse des électrons a aussi une évolution oscillatoire avec le temps :

$$v(t) = -\frac{e\tau}{m_o}\frac{1}{1+i\omega\tau}\ E(t)$$

La densité de courant transportée par le matériau est :

$$j = Nev = \sigma E$$

Où σ est la conductivité. On obtient donc :

$\sigma = \frac{\sigma_o}{1+i\omega\tau}$, avec $\sigma_o = \frac{Ne^2\tau}{m_o}$

On obtient donc aussi (avec $\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{Ne^2}{\varepsilon_o m_o}\frac{1}{\omega^2 - i\gamma\omega}$):

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \frac{i\sigma(\omega)}{\varepsilon_o \omega}$$

On trouve donc le lien entre les propriétés optiques et les électriques dans les métaux.

En principe, le temps de relaxation peut être déduit en mesurant la conductivité en fonction de la fréquence. Néanmoins, comme τ est de l'ordre de 10^{-14}-10^{-13} s, ceci devient particulièrement difficile. En faisant des mesures optiques il est possible de trouver τ d'une façon plus simple d'un point de vue expérimental. Pour des faibles fréquences ($\omega \ll \tau^{-1}$) on peut déduire une forme simplifiée :

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2\tau^2}{1+\omega^2\tau^2}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\omega_p^2\tau}{\omega(1+\omega^2\tau^2)}$$

Avec cette expression on peut obtenir l'indice de réfraction et le coefficient d'absorption. Il est particulièrement intéressant de calculer le coefficient d'absorption, car on obtient une relation

p

directe avec les propriétés électriques du matériau. On obtient en utilisant $\sigma_o/\varepsilon_o = \omega_p^2\tau$ et $c^2 = 1/\varepsilon_o\mu_o$:

$$\alpha = \sqrt{2\sigma_o\omega\mu_o}$$

Ceci veut dire que le coefficient d'absorption est proportionnel à la racine carrée de la conductivité et la fréquence. En pratique on trouve que α est si élevé pour les métaux, que la radiation électromagnétique ne peut pénétrer le matériau que sur une toute petite distance. Cet effet est connu comme l'**effet de peau**.

L'amplitude du champ électrique varie comme $e^{-z/\delta}$, où z est la distance à la surface. L'intensité lumineuse est proportionnelle à l'amplitude du champ élevé au carré et donc proportionnelle à $e^{-2z/\delta}$. La distance sur laquelle une grande partie de la lumière est absorbée (l'épaisseur de peau) est :

$$\delta = \frac{2}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\sigma_o\omega\mu_o}}$$

6.3 Discussion du modèle de Drude

La figure 2 montre la réflectivité de l'aluminium en fonction de l'énergie de la lumière. On peut voir que la fréquence plasma correspond à l'énergie $\hbar\omega_p = 15.8\,eV$, et donc une fréquence de plasma ω_p égale à 3.82x10^{15}Hz, ce qui correspond à une longueur d'onde de 79 nm $\left(\lambda = \frac{C}{V} = \frac{2\pi C}{\omega}\right)$.
Nous voyons la courbe théorique calculée sans amortissement, ainsi que celle calculée en tenant compte du temps de vie (calculé avec la conductivité).
Question : d'où vient la différence entre la valeur de la réflectivité à 100% et celle mesurée ?
La réponse sera donnée dans le chapitre 9.

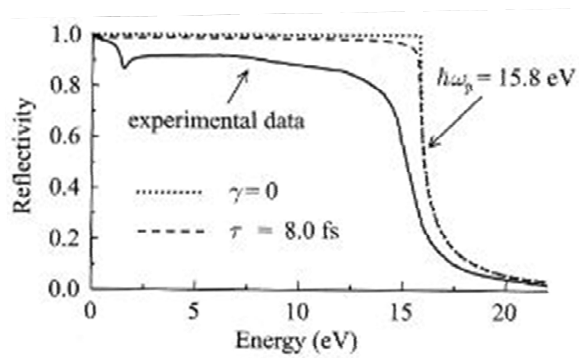

Figure 2 Courbes expérimentale et théorique de la réflectivité en fonction de l'énergie de la lumière dans de l'aluminium