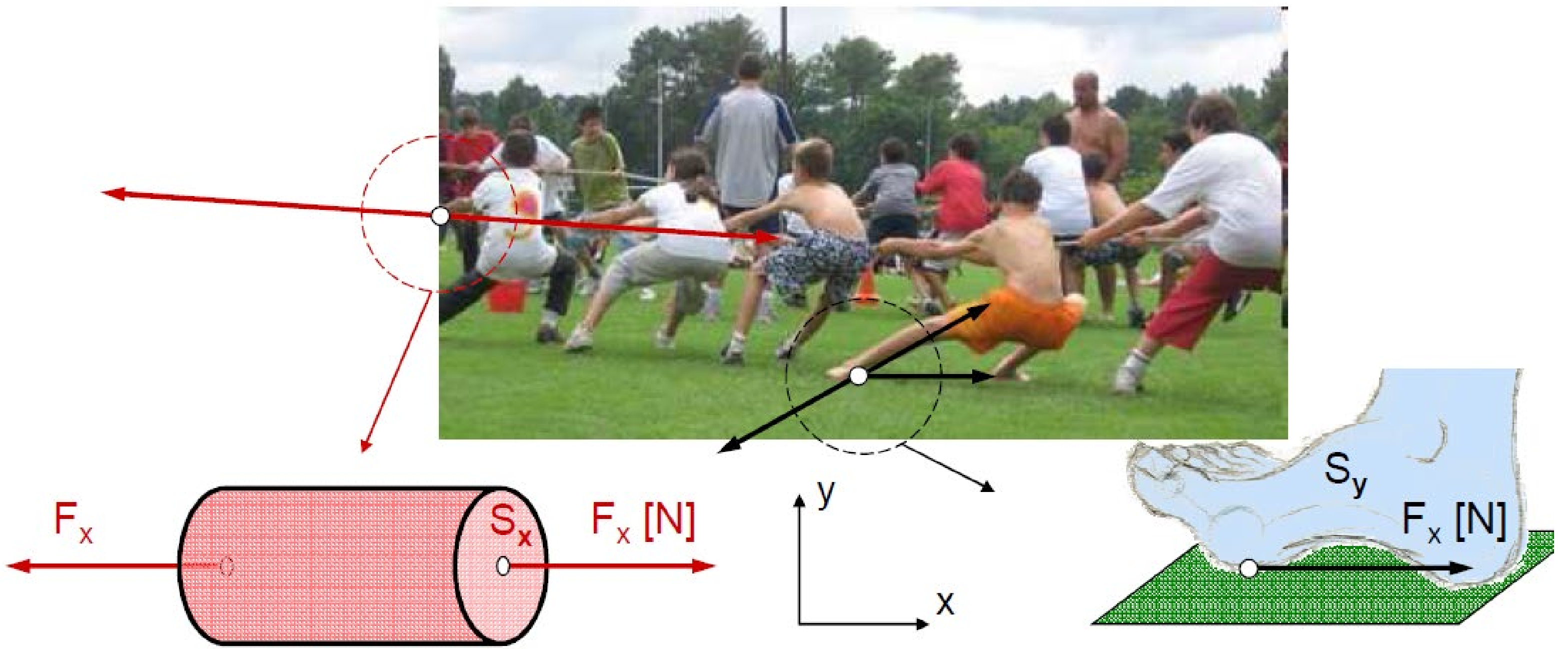
Métaux pour le GC – cours 3
mercredi 30 avril 2025

Propriétés mécaniques I

essai de traction uniaxiale
déformation élastique et plastique
limite d’élasticité à 0.2%
dimensionnement des structures de GC

Film: tensile tests on steels and al. alloys:
https://www.youtube.com/watch?v=D8U4G5kcpcM

Efforts de traction et de cisaillement: notion de contraintes



Contrainte: $\sigma_{xx} = \dfrac{F_x}{S_x}$ [Pa = Nm^{-2}]

Traction

Contrainte: $\sigma_{xy} = \dfrac{F_x}{S_y}$ [Pa = Nm^{-2}]

Cisaillement

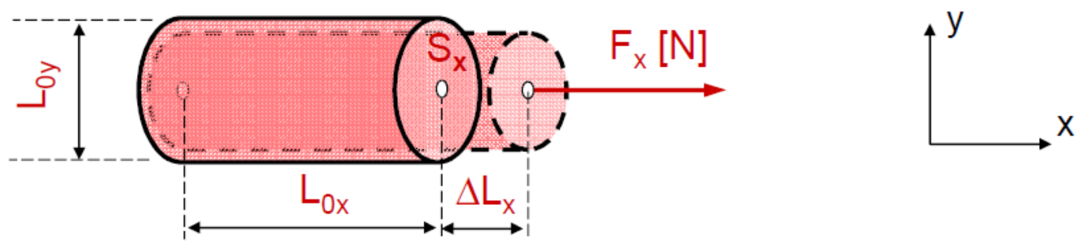
Cours No 5

Source: ISM, M. Rappaz

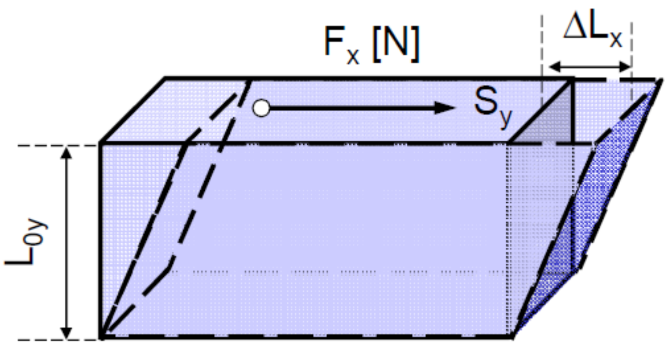
Comment caractériser cette résistance aux efforts pour un matériau donné ?
NB: traction et cisaillement agissent dans les 3 directions de l'espace: il faut donc 6 coefficients pour un état de contrainte donné **(tenseur des contraintes).**

Efforts de traction et de cisaillement: notion de déformations

Lorsqu'un corps est soumis à des forces (**contraintes**) externes, il se **déforme**.



Traction: $\varepsilon_{xx} = \dfrac{\Delta L_x}{L_{ox}}$ $\varepsilon_{yy} = \dfrac{\Delta L_y}{L_{oy}}$



Cisaillement

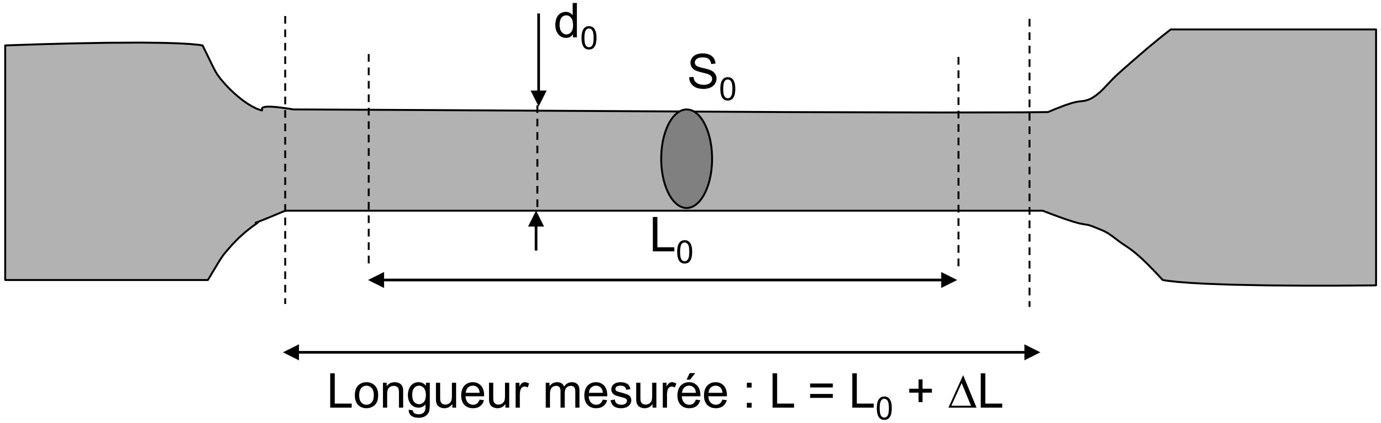
$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\,\frac{\Delta L_x}{L_{oy}}$$

(Facteur ½ par convention)

Comment caractériser cette résistance à la déformation pour un matériau donné ?
Par l'essais de traction standardisé mené sur éprouvettes en laboratoire.
NB: on parle de loi constitutive ou de loi de comportement du matériau, relation entre les tenseurs des contraintes σ et celui des déformations ε.

Essai de traction standardisé: éprouvette plates ou cylindriques avec têtes filetées ou lisses

- Fixation simple et sûre (filetage)



- La géométrie est fixée par des normes (ISO, ASTM, …)

$$\frac{L_0}{\sqrt{S_0}} = const$$

éprouvettes plates, 5.65, $L_0 = 5.d_0$

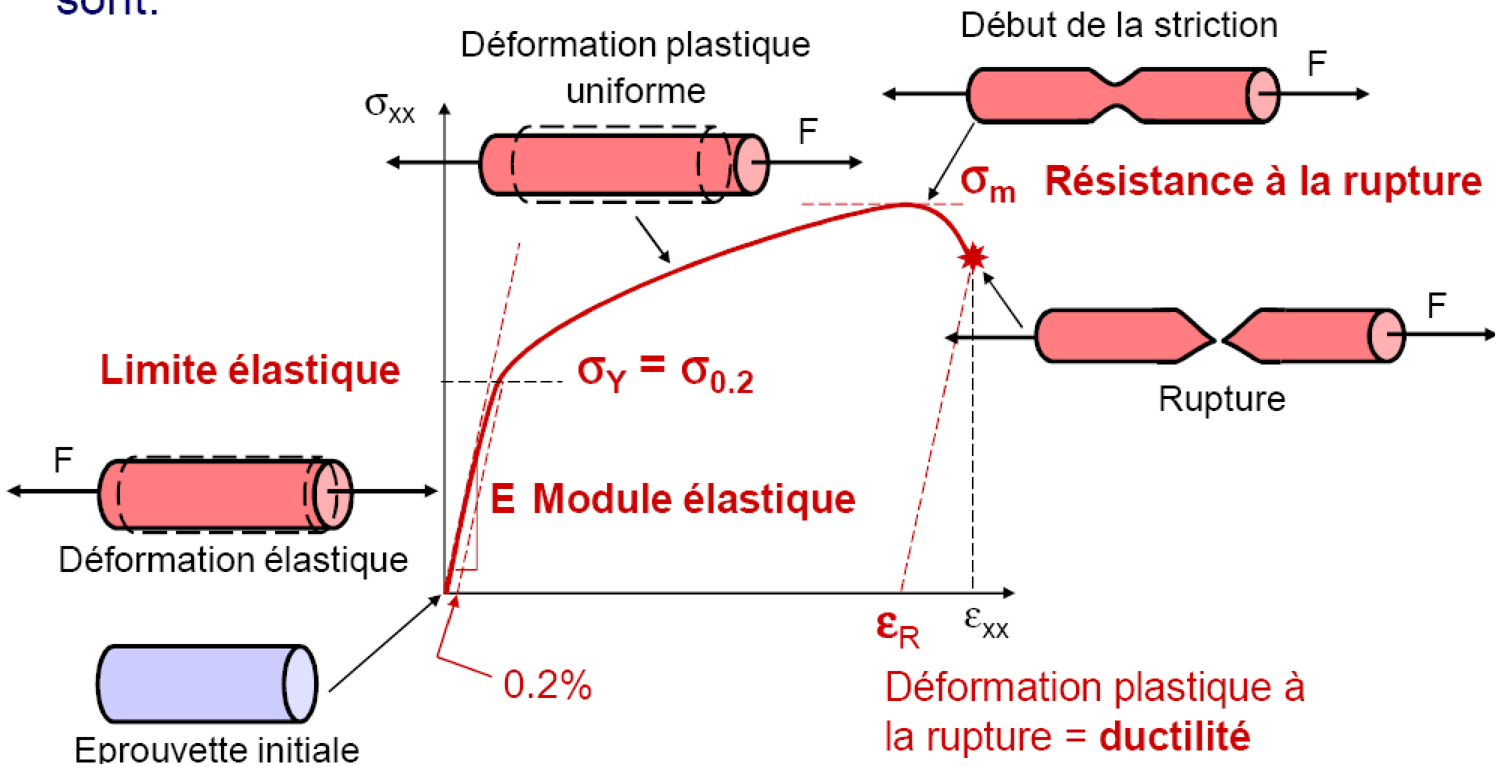
éprouvettes cylindriques, 11.3, $L_0 = 10.d_0$

- On applique une force axiale et on mesure la longueur du fût par un extensomètre axial. La courbe force en fonction de l'élongation est la **courbe de traction**.
- On transforme alors la force et l'allongement en contrainte et déformation:

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \text{ et } \varepsilon = \frac{L-L_0}{L_0} \quad \text{(en petites déformations} \leq 10\%)$$

Essai de traction standardisé: cas des alliages métalliques

Pour un métal typique, les étapes de la déformation en traction sont:

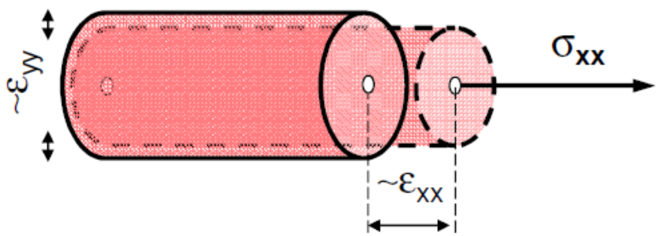


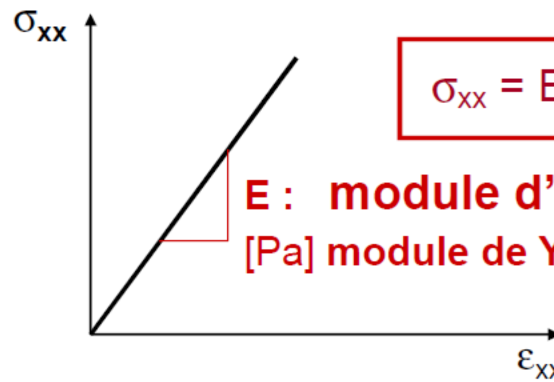
- **On distingue 3 régimes de déformation**
  - élastique (réversible, instantanée et linéaire)
  - plastique (irréversible)
  - striction (endommagement localisé et rupture du matériau)

Déformation élastique: module d'Young et coefficient de Poisson

Dans une gamme de déformation dite **élastique**, un corps soumis à une charge normale se déforme mais revient à sa position originale une fois déchargé (**déformation réversible**).

Si la relation entre contrainte et déformation est linéaire, on parle de déformation élastique linéaire.





$$\boxed{\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx}}$$

E : module d'élasticité

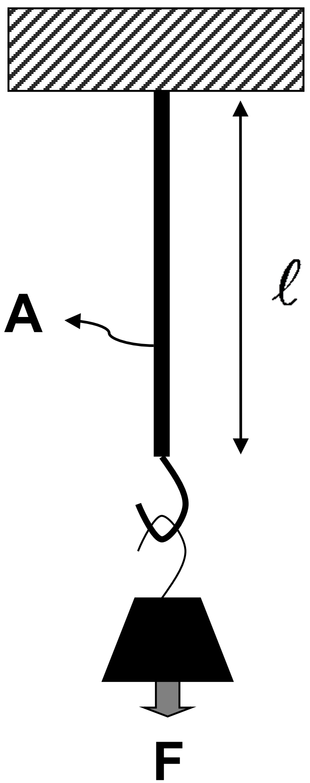
[Pa] **module de Young**

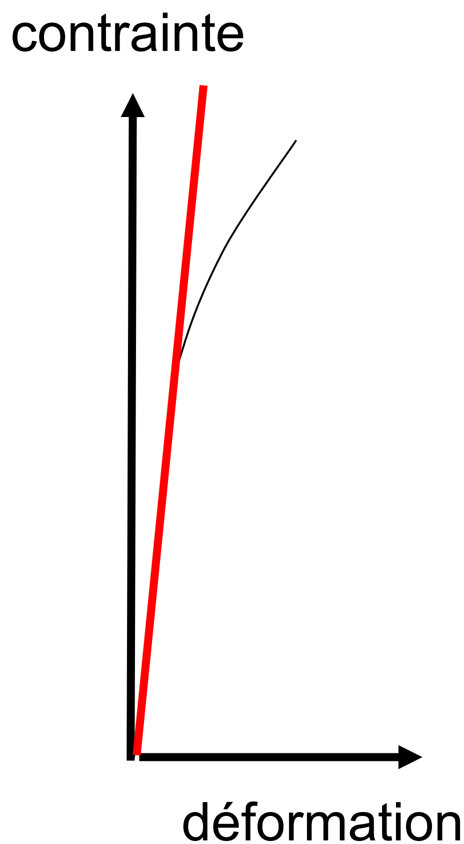
$$\boxed{\varepsilon_{yy} = -\nu\varepsilon_{xx}}$$

ν : **le coefficient de Poisson** mesure la contraction latérale lors d'une déformation uniaxiale

Les métaux sont **très rigides, i.e. peu souples:** ils ont des E très élevés.
Thomas Young (1773-1829) et Siméon Denis Poisson (1781-1840).

Elasticité linéaire : loi de Robert Hooke (1635-1703)
analogie au ressort





module d'élasticité
ou module d'Young **E**

$$\sigma = E\varepsilon^{el}$$

$$\frac{F}{S_0} = E\,\frac{\Delta l}{l_0}$$

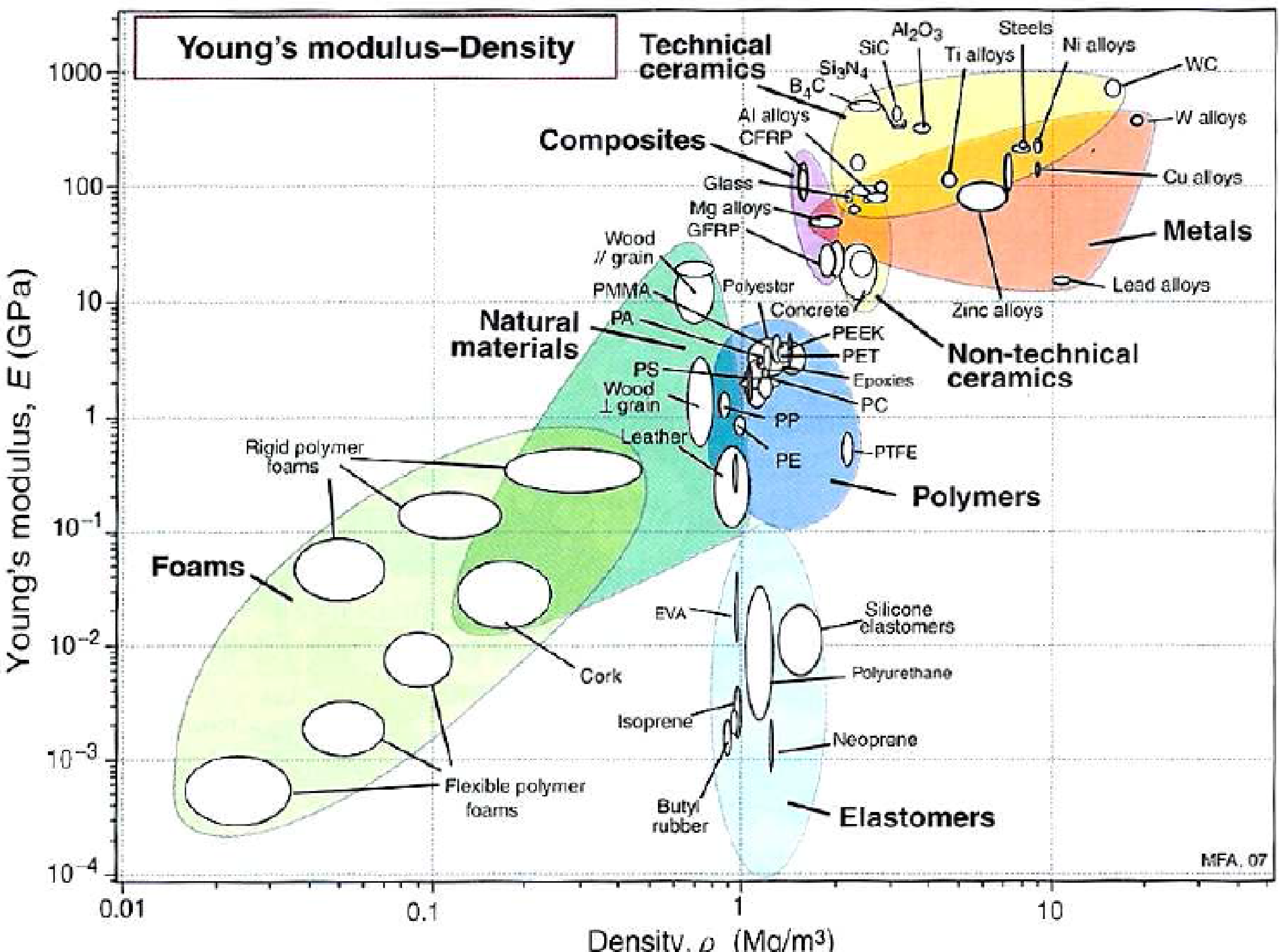
Pour les métaux, E est très élevé donc ε^{el} reste tjrs très faible.

(formulation tensorielle: $\sigma = 2\mu\varepsilon + \lambda\,\mathrm{tr}\varepsilon\, I = \dfrac{E}{(1+\upsilon)}\varepsilon + \dfrac{\upsilon E}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)}\mathrm{tr}\varepsilon\, I$

2 coefficients élastique : μ et λ ou E et υ)

E_{alu} = 70 GPa , E_{acier} = 210 GPa et ν environ 0.3

Déformation élastique: **les cartes d'Ashby** donnent une représentation graphique du module d'élasticité (ou de Young) en fonction de la densité.



M. Ashby, Cambridge

Les métaux sont très rigides mais aussi très denses.

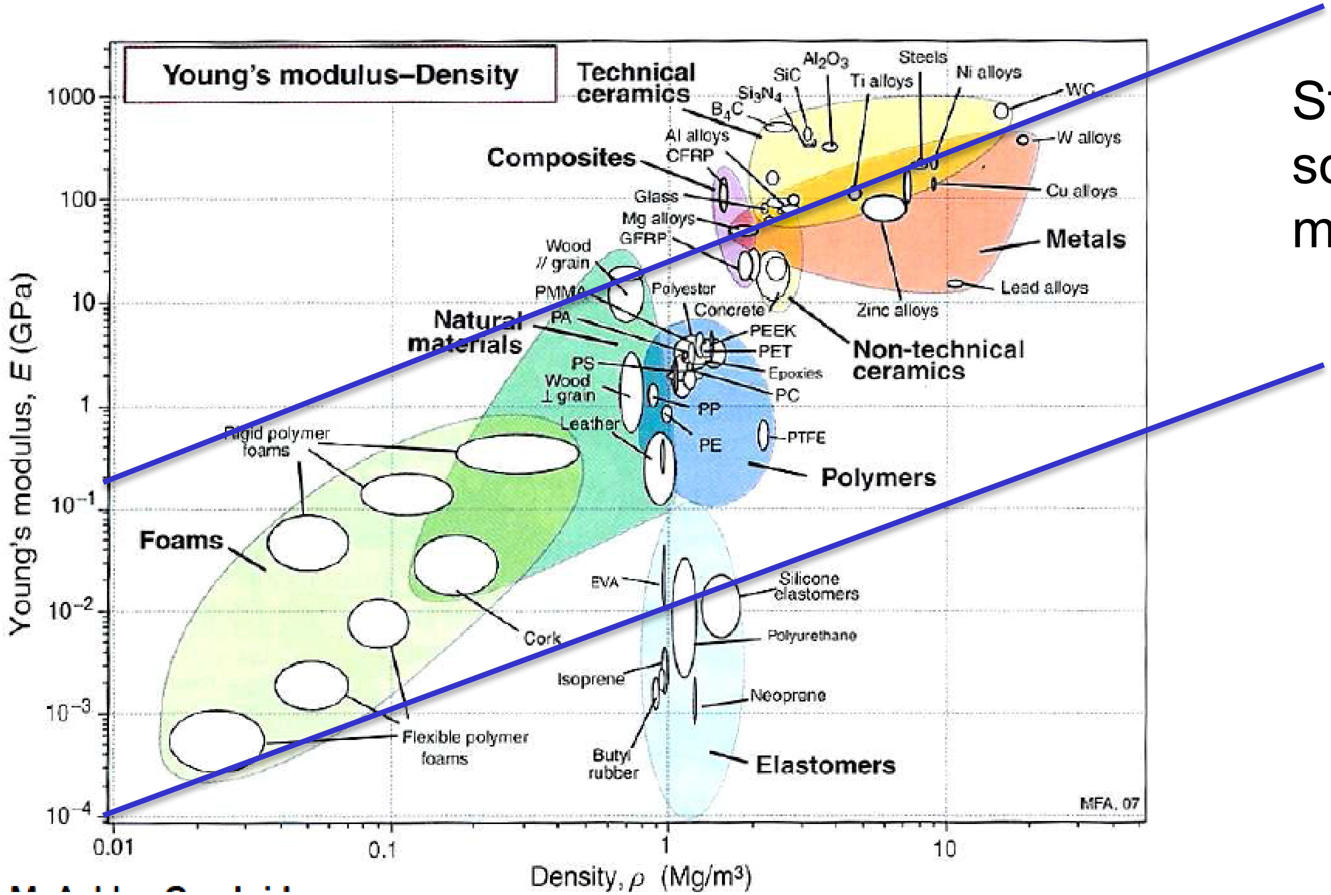
cartes d'Ashby : iso-valeur du module d'élasticité spécifique

module spécifique d'élasticité, i.e rapporté à une unité de masse

$1/\rho$ est le volume spécifique en m^3/kg (0.37 dm^3/kg pour Al et 0.125 pour Fe)

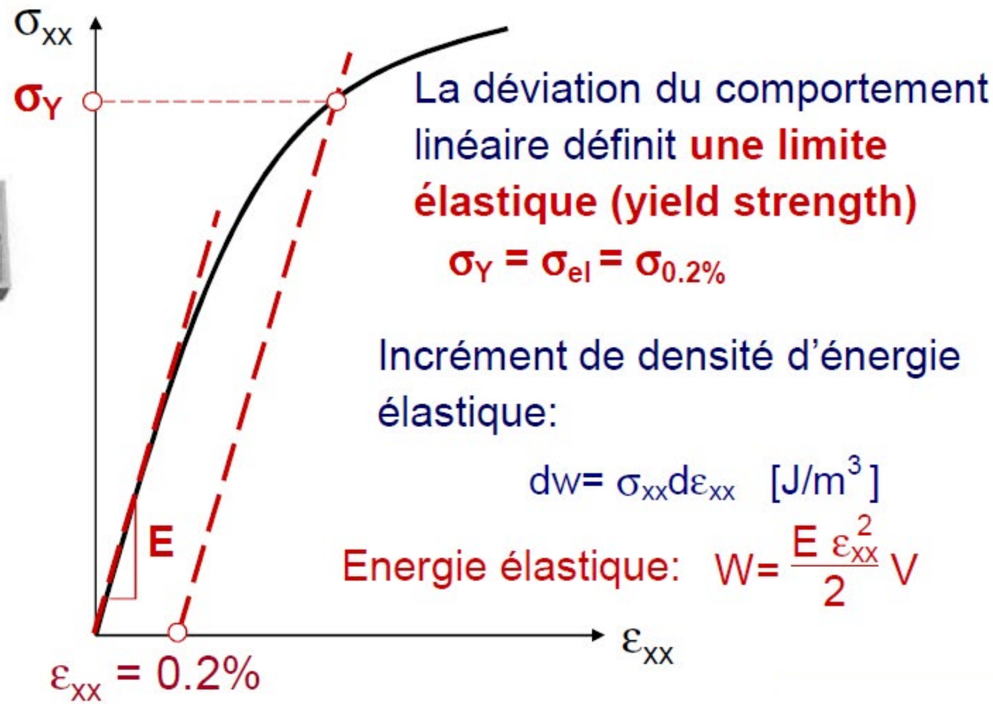
E/ρ est le module spécifique i.e. le module par unité de masse.

$E/\rho = C$ i.e. $\log E = \log C + \log \rho$, droite de pente 1 dans le shéma log-log



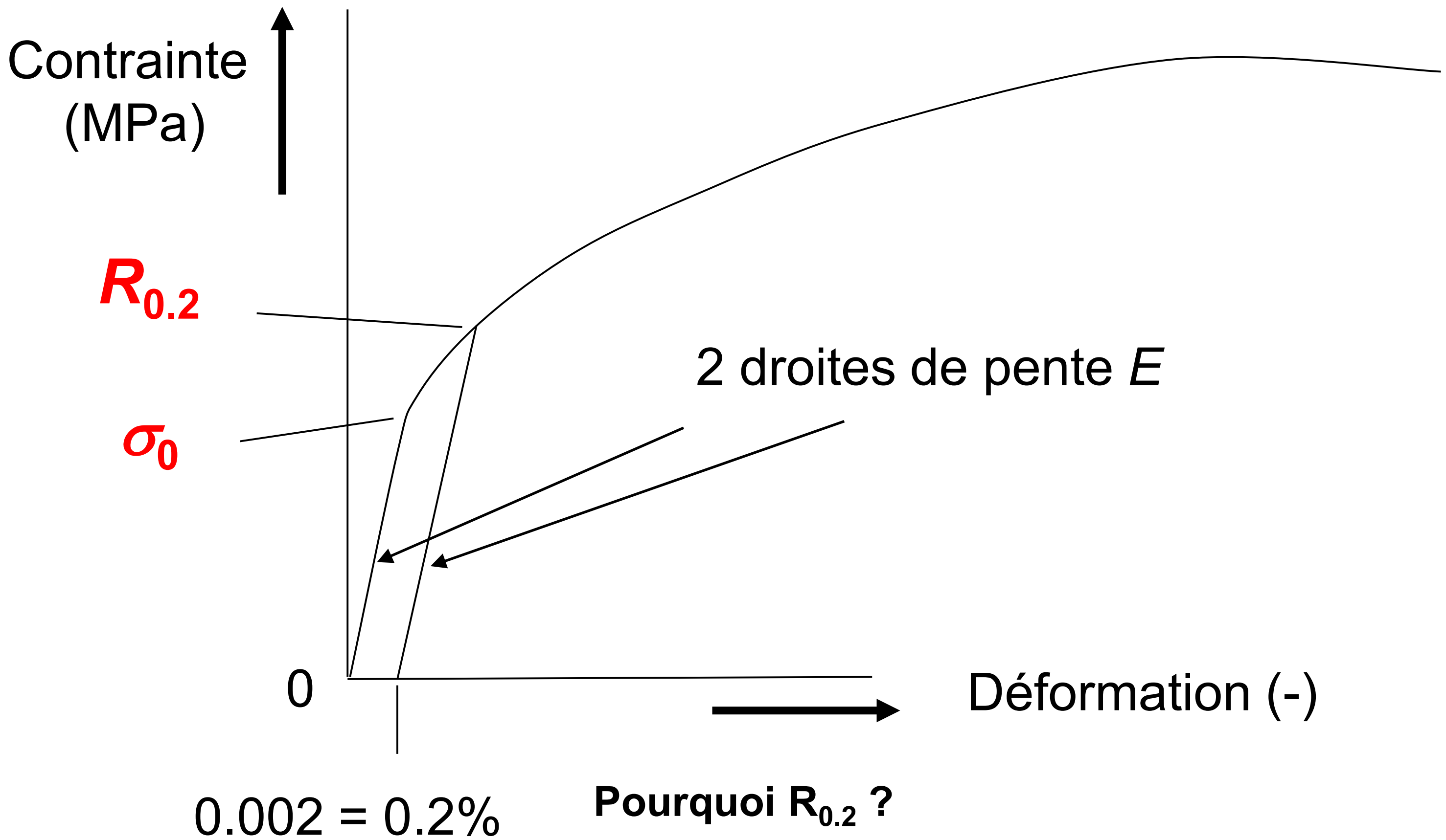
Steels et Alus sont sur la même droite

Limite élastique à 0.2% de déformation résiduelle (ou plastique).



La limite élastique à 0.2% (ou 2/1000) est une convention.
Elle est notée $R_{0.2\%}$ (σ_y ou σ_0 sont les limites élastiques vraies …)
Au-delà de cette contrainte, le matériau plastifie, i.e. il se déforme de manière irréversible et permanente.
En réalité, le matériau a plastifié à **$R_{0.2\%}$: les ingénieurs prennent un facteur de sécurité dans les calculs de dimensionnement.**

Mesure de la limite élastique conventionnelle à 0.2%, $R_{0.2}$

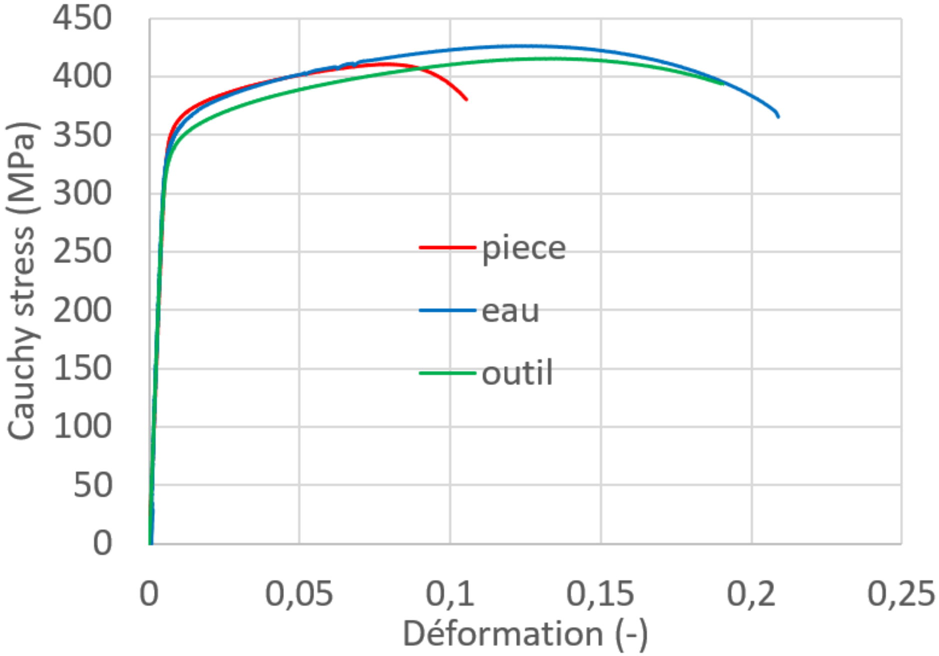


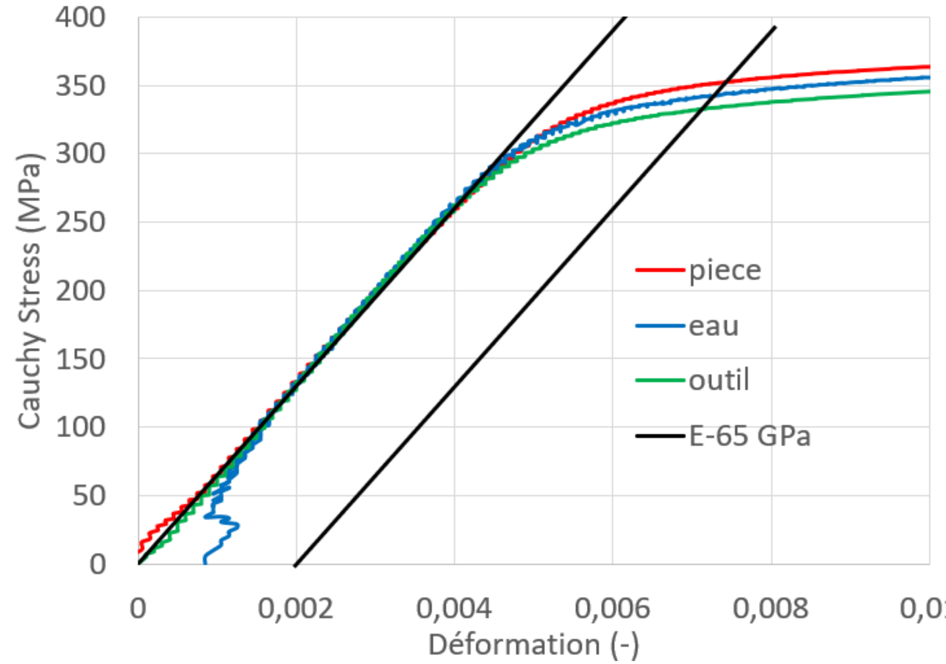
Pourquoi $R_{0.2}$?

- Besoin de convention
- Pour la plupart des constructions mécaniques, des déformations aussi faibles que 0.2% sont insignifiantes
- Cette limite est plus facilement mesurable.

Limite élastique à 0.2% et limite élastique vraie.

Exemple sur une tôle épaisse de 120 mm en aluminium AA2139 testée à 165° C en 3 positions, coté eau, à cœur (pièce) et coté outil.

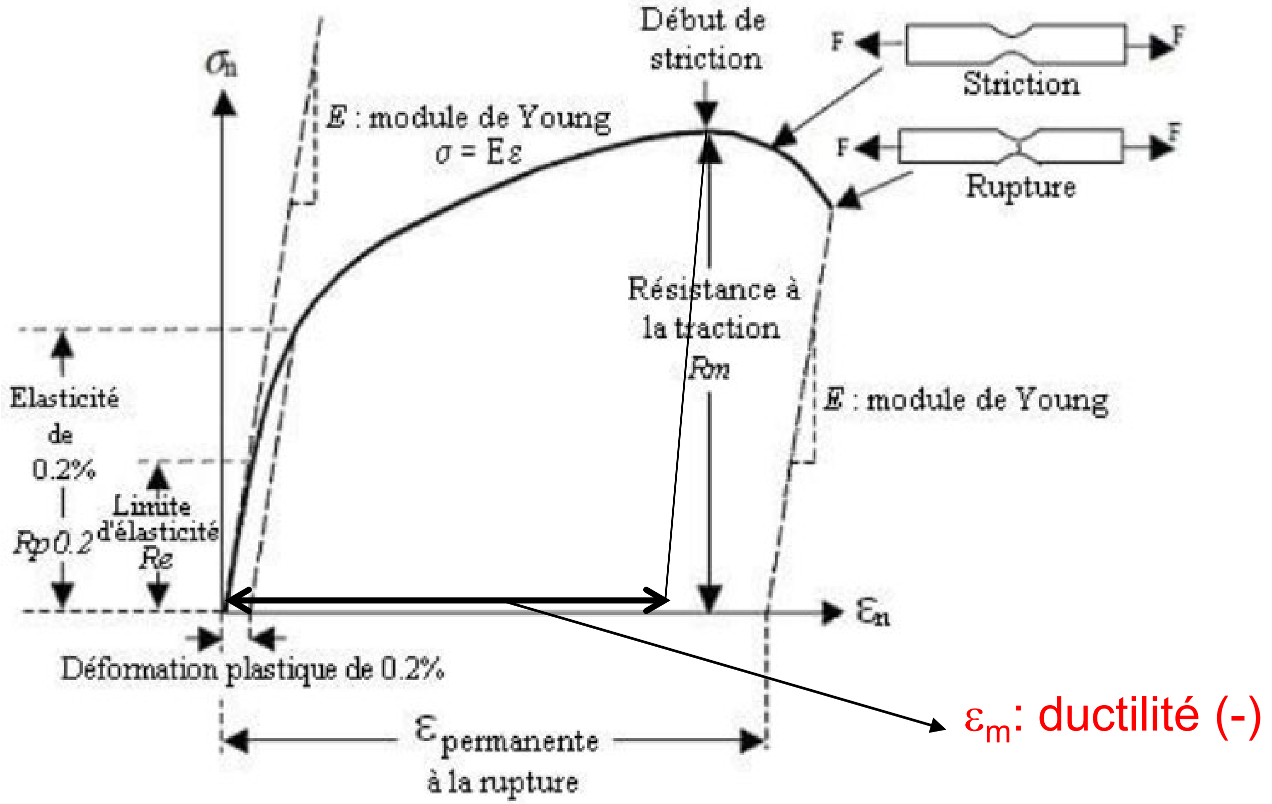




Le module élastique vaut 65 GPa, valeur classique à cette température.
Le matériau «outil» semble présenter une limite élastique plus faible que les deux autres …. (figure de gauche).
A l'aide d'un zoom sur les petites déformations (fig. de droite), les 3 matériaux ont une limite élastique vraie, σ_0, identique de 280 MPa.
Par contre, les limites élastiques à 0.2% (ou 2/1000) sont différentes:
330 MPa pour outil, 340 MPa pour eau et 355 MPa pour pièce …..

Essais standardisé de traction: grandeurs mesurées

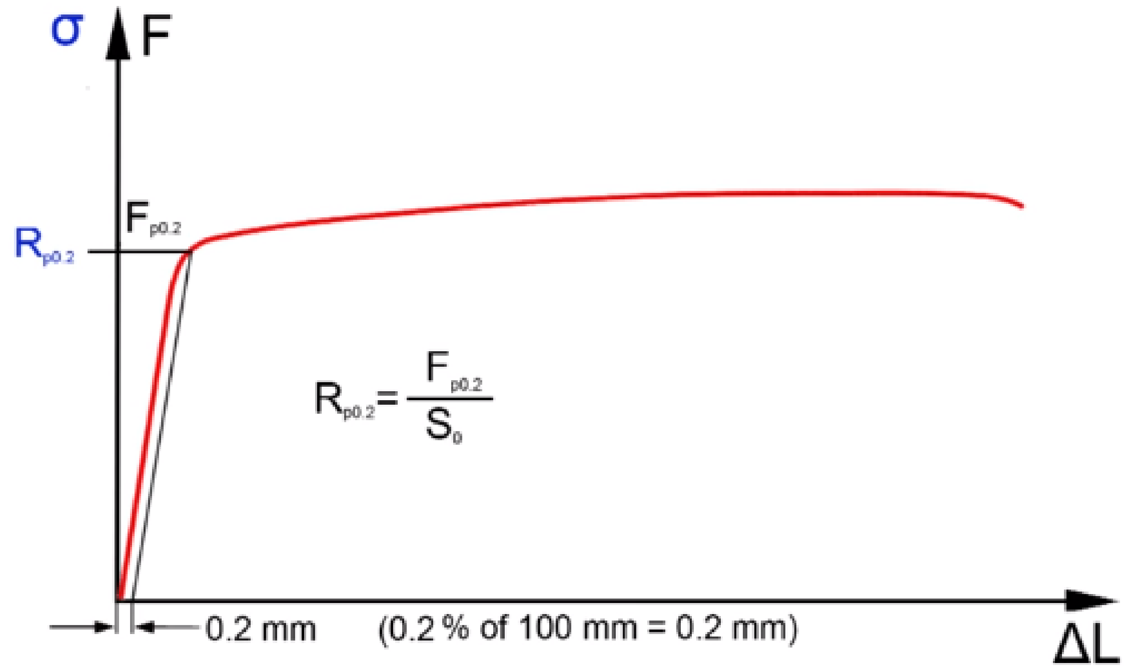
L'essai de traction réalisé en laboratoire donne **4 propriétés mécaniques :**
1- Le **module d'Young** (ou module d'élasticité). Pour mesurer ν, il faut utiliser un extensomètre diamétral.
2- La **limite d'élasticité** ($R_{0.2\%}$) utile pour le dimensionnement des structures (souvent on appliquera un facteur de sécurité, eg. 60% de cette limite)
3- La **résistance à la traction R_m**
4- et **la ductilité ε_m** (allongement à la résistance à la traction) utiles pour la mise en forme et/ou pour se déformer plastiquement (ouragans, forts vents, tremblements de terres, …) sans rompre.

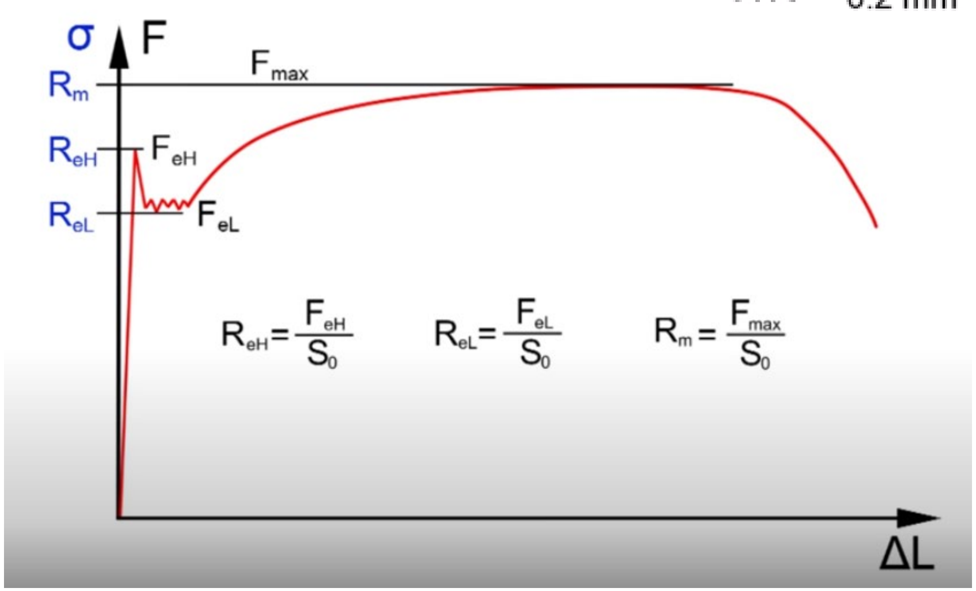


Essais standardisé de traction: alus vs aciers

https://www.youtube.com/watch?v=D8U4G5kcpcM

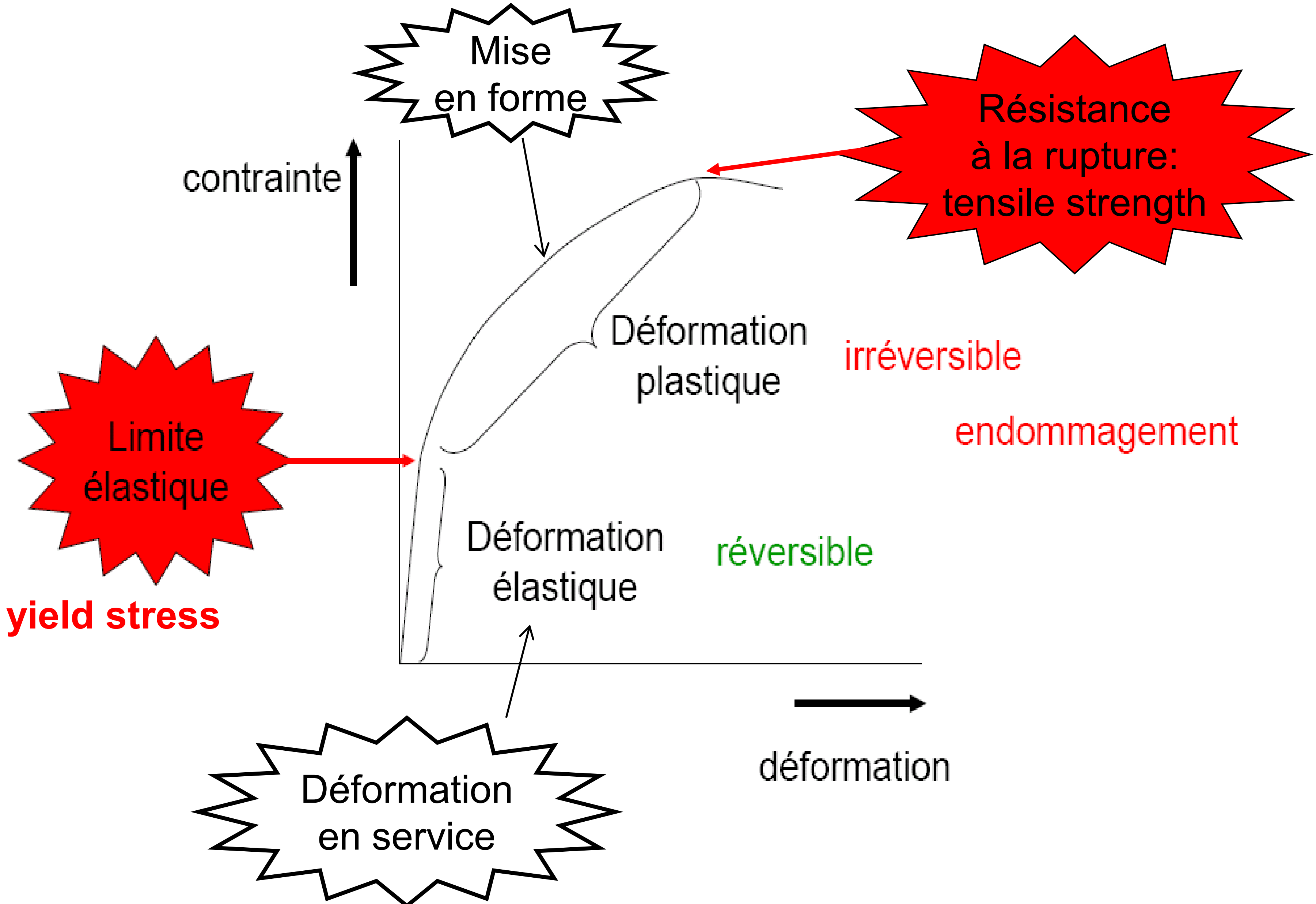
Les non ferreux (Al, Cu, Ni, etc) ont une seule limite élastique.





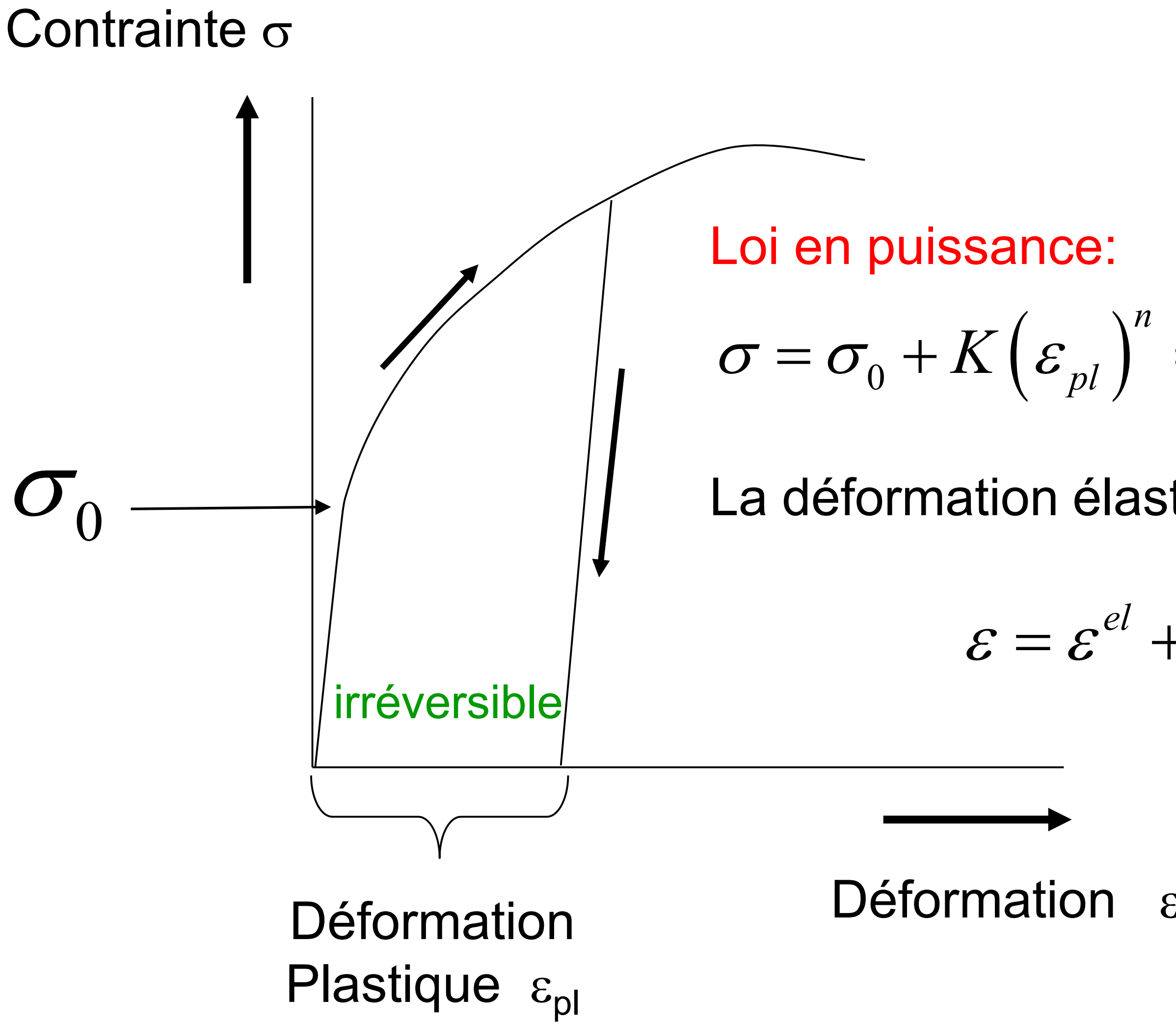
Les aciers ont deux limites élastiques: une haute et une basse. On verra pourquoi ….

Mise en forme (élasto-plasticité) et **tenue en service** (élasticité)



Déformation plastique : déformation irréversible (i.e. permanente, utilisée dans la mise en forme des métaux)

La relation entre contrainte et déformation en régime plastique n'est plus linéaire.



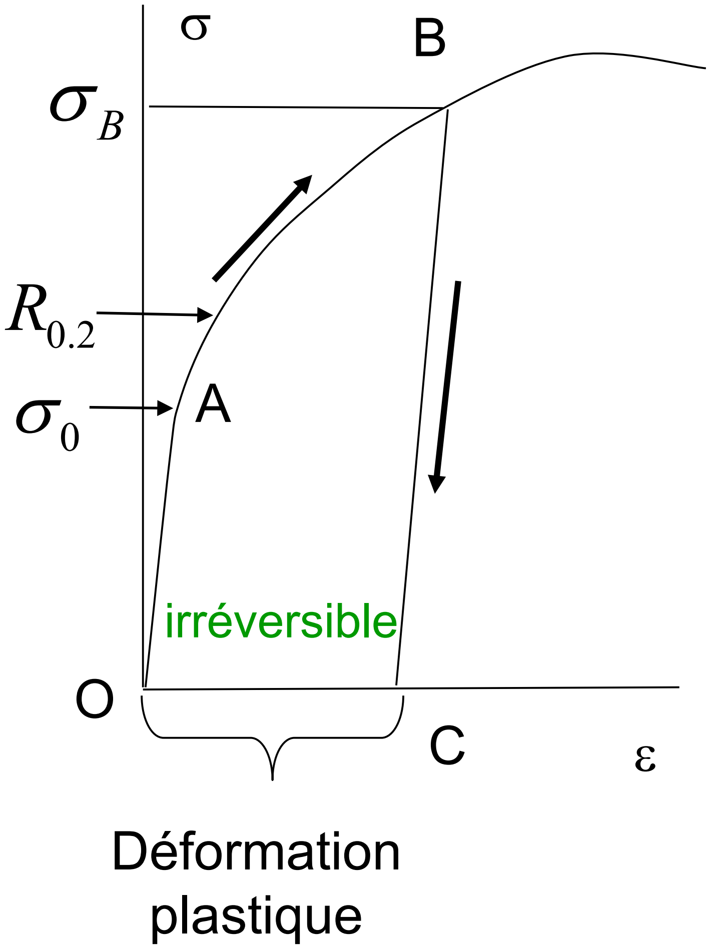
Loi en puissance:

$$\sigma = \sigma_0 + K\left(\varepsilon_{pl}\right)^n = \sigma_0 \text{ quand } \varepsilon_{pl} = 0$$

La déformation élastique est tjrs présente:

$$\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{pl}, \ \varepsilon^{el} = \frac{\sigma}{E}$$

Chargement élasto-plastique: écrouissage (work hardening)



limite élastique: σ_0

exposant d'écrouissage: n

en A : $\varepsilon^{el} = \dfrac{\sigma_0}{E}$ et $\varepsilon^{pl} = 0$

en B : $\varepsilon^{el} = \dfrac{\sigma_B}{E}$ et $\sigma_B = \sigma_0 + K\varepsilon_{pl}^{n}$

en C : $\varepsilon^{el} = 0$ et $\varepsilon^{pl} = \left(\dfrac{\sigma_B - \sigma_0}{K}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} > 0$

NB: si $\varepsilon_{pl} = 0.2\ \%$, alors $\sigma = R_{0.2}$

NB: si on étire à partir de C, $R_{0.2} = \sigma_B$

On a donc durci le métal i.e. augmenté sa limite élastique.

NB: lors de l'essais de traction uni-axiale statique, la rupture des métaux se fait après une déformation plastique notable. La rupture est ductile.

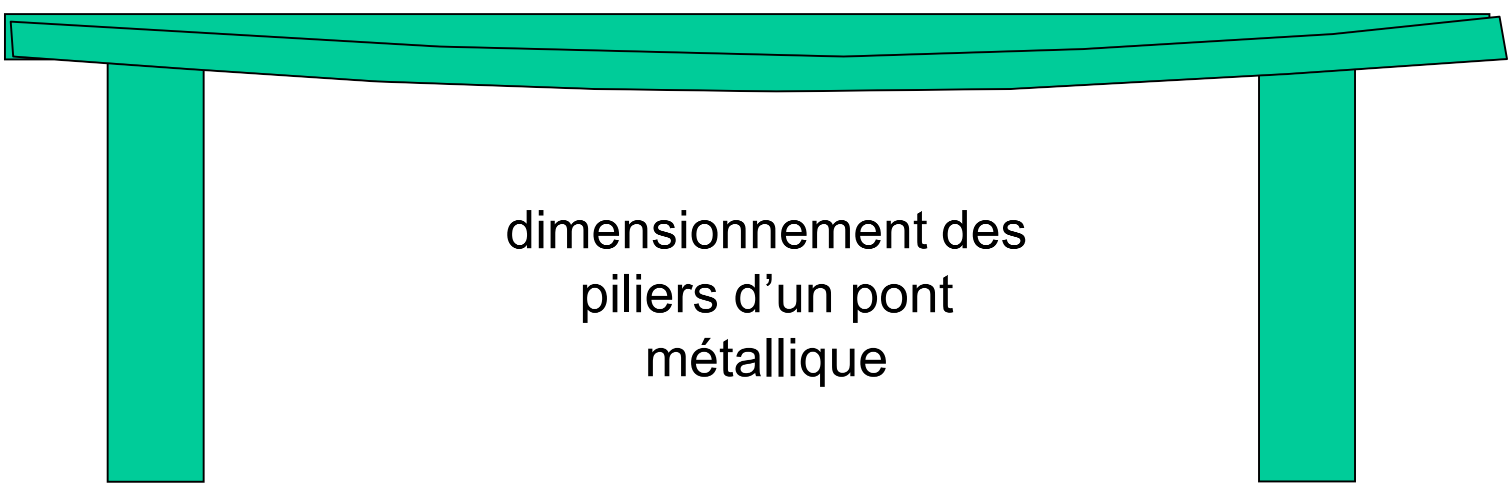
Dimensionnement des structures en génie civil

La limite d'élasticité ($R_{0.2\%}$) est utile pour le **dimensionnement des structures**
Le comportement en compression est en 1ère approximation identique
à celui en traction pour les métaux (contrairement aux bétons)

Les ingénieurs se « protègent » en appliquant un facteur de sécurité, f, de
façon à ce que les contraintes en service restent inférieures à f $R_{0.2\%}$

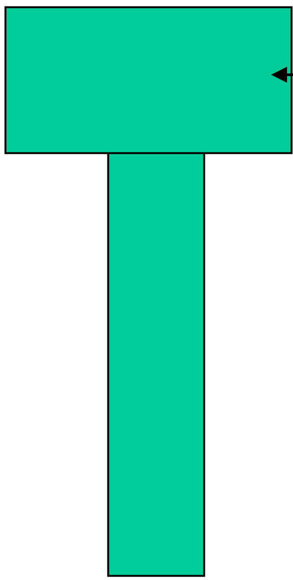
Deux paramètres sont ajustables; géométrie (section…) et limite élastique

Exemple, au passage de plusieurs poids lourds, un pont s'affaisse …

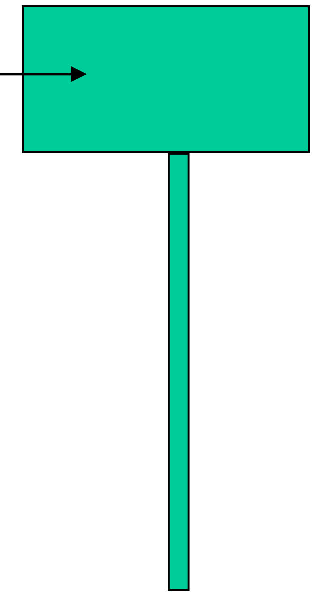


Dimensionnement des structures en génie civil

Exemple d'une barre en acier de section S qui doit supporter 10 tonnes



10 tonnes



$$F/S = mg/S \leq R_{0.2\%}$$

$$F/S = mg/S \leq 0.7\ R_{0.2\%}$$

$$mg \leq 0.7\ S\ R_{0.2\%}$$

$$mg = 10.1000.10\ N = 10^5 N$$

$$0.7\ S\ R_{0.2\%} \geq 10^5 N$$

Forte section
Faible $R_{0.2\%}$
Ex: 300 MPa
et 22 mm x 22 mm

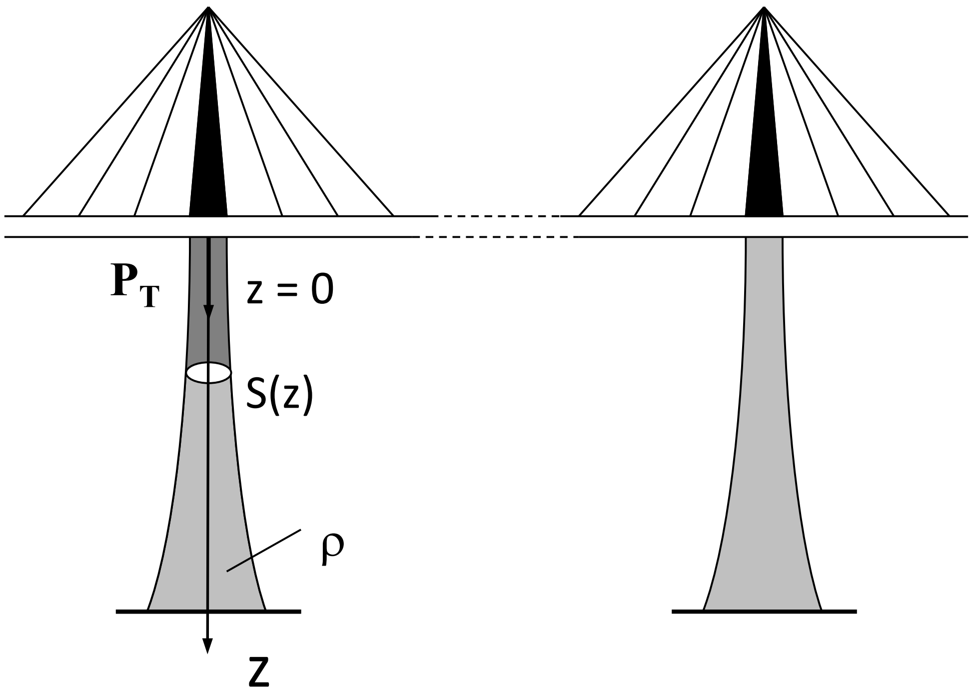
Le produit S $R_{0.2\%}$
est minoré

Faible section
Forte $R_{0.2\%}$
Ex: 700 MPa
et 14 mm x 14 mm

Les **modes de durcissement** des alliages métalliques permettent d'obtenir une limite élastique fiable et élevée.
La section du pilier peut être optimisée: cf. exo suivant.

Exo: dimensionnement des structures en génie civil

Pilier plein (béton ou acier) d'égale résistance à la compression: profil exponentiel



P_T : poids du tablier

m(z): masse du pilier de z = 0 à z

Limite élastique: $R_{0.2\%}$

Facteur de sécurité: f

Masse volumique: ρ

Exercice : dimensionnement des piliers d'un pont métallique

On considère les piliers pleins de section S(z) d'un pont supportant un tablier de poids P_T. On définit un axe z vertical tel qu'indiqué sur la figure ci-dessous. On note m(z) la masse du pilier de z = 0 à z et on veut dimensionner le pilier de manière optimale c'est-à-dire connaitre la variation de sa section avec z de façon à ce que la contrainte de compression soit égale pour tout z à f $R_{0.2}$ ou f est le facteur de sécurité pris égal à 0.7 et $R_{0.2}$ la limite élastique conventionnelle à 0.2% de l'acier, égale à 290 MPa. L'accélération de pesanteur est g = 10 N/kg.

Dimensionnement des piliers d'un pont métallique

1.1 Calculer la masse dm(z) d'une tranche de hauteur dz et de section moyenne S(z) en notant ρ la masse volumique de l'acier

dm(z) =

1.2 Calculer alors la quantité m(z) pour $z > 0$:

m(z) =

1.3 Que vaut la contrainte de compression σ en $z = 0$?

$\sigma_{z=0} =$

1.4 Ecrire que cette quantité est égale $fR_{0.2}$ pour exprimer la section optimale en z = 0, S0, en fonction de P_T et de $fR_{0.2}$

-

-

S0 =

1.5 A une distance $z > 0$, l'optimisation de la section S impose que la contrainte de compression en z soit égale à $fR_{0.2}$. Ecrire cette condition en introduisant la quantité m(z) et les paramètres du problème.

-

-

-

1.6 Dériver cette équation par rapport à z pour trouver l'équation différentielle vérifiée par la section S :

Dimensionnement des piliers d'un pont métallique

1.7 Intégrer alors cette équation différentielle pour trouver la fonction S(z) avec S(0)=S0.

-

-

S(z) =

1.8 Faire apparaitre la distance caractéristique z_0 pour laquelle la section S0 devient eS0 ou e est l'exponentielle de 1 et exprimer z_0 en fonction des données du problème.

z_0 =

1.9 Que vaut $R_{0.2}$?

$R_{0.2}$ =

1.10 Calculer z_0 en m (mètre) dans le cas de notre acier en prenant ρ = 7 t/m3

z_0 =

Questions bonus:

Que vaut la déformation élastique du pilier selon l'axe z ?

De combien le pilier de 100 m se comprime-t-il ?

On prendra E = 210 GPa pour module élastique de l'acier.

Lundi 5 Mai
Prop. mécaniques II