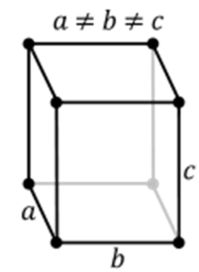
CORRIGE

Vendredi 28 juin 2024 : Métaux/Thermique pour le Génie Civil

Exercice 1 Structures cristallographiques (12 pts/50)

La cémentite de formule Fe_3C possède une structure cristalline quasi-orthorhombique (parallélépipède rectangle représenté sur la figure de droite) avec les paramètres de mailles suivant : a = 0,45 nm, b = 0,51 nm et c = 0,67 nm. Dans la maille élémentaire se trouvent exactement 4 atomes de carbone, les autres atomes étant du fer. L'austénite notée γ a une structure cristallographique cubique à faces centrées CFC avec un paramètre de maille a_γ = 0,358 nm. On rappelle 1 nm = 1 nanomètre.



Répondre aux questions suivantes en notant N_A le nombre d'Avogadro ($N_A = 6\ 10^{23}$ mol^{-1}), M_{Fe} la masse molaire du fer (M_{Fe} = 55,85 g/mol) et M_C la masse molaire du carbone (M_C = 12 g/mol).

Quel est le volume de la maille élémentaire de la cémentite (formule littérale) ?

V = abc

Quelle est le nombre d'atomes de Fe dans cette maille élémentaire ?

$n_{Fe} = 12$

Ecrire la formule littérale donnant la masse volumique de la cémentite :

$$\rho_{Fe3C} = \frac{4M_C+12M_{Fe}}{N_A V}$$

Calculez en Kg/m3 la masse volumique de la cémentite :

$$\rho_{Fe3C} = \frac{(4*12+12*55.85)}{6.10^{23}*4.5*5.1*6.7.10^{-30}} \text{ g/m3} = 7780 \text{ kg/m3}$$

densité = 7.78

Quel est le volume de la maille élémentaire de l'austénite (formule littérale) ?

$V = a_\gamma^3$

Quelle est le nombre d'atomes de Fe dans cette maille élémentaire ?

$n_{Fe} = 4$

Ecrire la formule littérale donnant la masse volumique de l'austénite :

$$\rho_\gamma = \frac{4M_{Fe}}{N_A V}$$

Calculez en Kg/m3 la masse volumique de l'austénite :

$$\rho_\gamma = \frac{(4*55.85)}{6.10^{23}*3.58^3*10^{-30}} \text{ g/m3} = 8110 \text{ kg/m3}$$

densité = 8.11

avec $\frac{12(4+55.85)}{6 \text{ x } 4.5 \text{ x } 5.1 \text{ x } 6.7} = 0.78$ et $\frac{(4 \text{ x } 55.85)}{6 \text{ x } 3.58^3} = 0.81$

Lors du refroidissement du Fer, celui-ci subit une transformation allotropique au passage de 900°C: la maille austénitique devient une maille ferritique notée α de structure cubique centré et de paramètre de maille a_α. Ecrire la formule littérale donnant la masse volumique de la ferrite α :

$$\rho_\alpha = \frac{2M_{Fe}}{N_A a_\alpha^3}$$

Calculez le changement de volume relatif au passage des 900°C sachant que $2(a_\alpha/a_\gamma)^3 = 1.003$. Pour ce faire, on considérera une masse donnée de fer.

$\Delta V/V = (V\alpha - V\gamma)/V\gamma = V\alpha/V\gamma - 1 = \rho_\gamma/\rho_\alpha - 1 = 2\,(a_\alpha/a_\gamma)^3 - 1 = 1.003 - 1 = 0.003 = 3.10^{-3}$

car la masse = ρV reste constante

Calculez la déformation linéaire associée à la transformation allotropique au passage des 900°C.

$$\varepsilon_{tr} = \Delta l/l = (L\alpha - L\gamma)/L\gamma = \frac{1}{3}\Delta V/V = \frac{1}{3}3.10^{-3} = 10^{-3} = 0.1\ \%$$

Sachant que le coefficient de dilation thermique de l'austénite est de 12.10^{-6} /K, à quelle variation de température correspond cette déformation de transformation ?

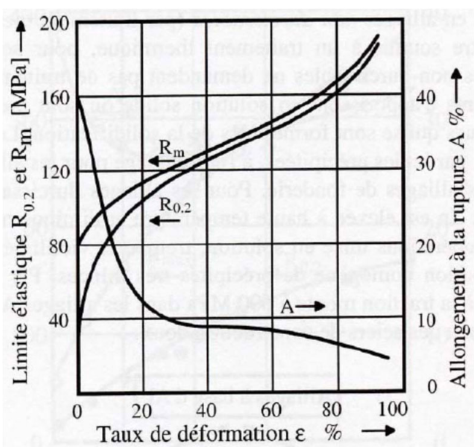
$$\varepsilon_{tr} = 10^{-3} = 12.10^{-6}\Delta T \text{ soit } \Delta T = \frac{1}{12.10^{-3}} = \frac{1000}{12} = 83.33\ °C = 83.33\ K$$

Bonus : pour caractériser les aciers, on utilise fréquemment une technique basée sur la mesure des déformations thermiques et de transformations de phase. Comment s'appelle cette technique ?

La dilatométrie.

Exercice 2 Ecrouissage en compression (10 pts/50pts)

Explicitez et commentez les courbes ci-dessous obtenues sur de l'aluminium pur coulé puis déformé en compression par laminage à différents taux. R_m et $R_{0.2}$ représentent respectivement la limite à la rupture et la limite élastique à 0.2 %. Quel mécanisme y est illustré ? Quel est son inconvénient ? Pourquoi R_m augmente-t-il avec le taux de déformation ?



Le métal écroui (= déformé plastiquement) voit sa limite à la rupture et sa limite élastique à 0.2 % augmenter alors que sa ductilité diminue. Rm et $R_{0.2}$ sont multipliés par 2 et 4 respectivement à 90% de taux de déformation.

Le mécanisme décrit ici est le durcissement du métal par écrouissage. En effet, le nombre de dislocations augmente lors de la déformation plastique et les dislocations se gênent mutuellement dans leur déplacement (forêts de dislocations). L'inconvénient majeur de ce durcissement est qu'il se fait au détriment de la ductilité qui elle diminue fortement.

Le Rm augmente car la déformation étant en compression, elle « ferme » les porosités et retarde alors l'endommagement du métal.

Citez un autre moyen d'augmenter R_m et $R_{0.2}$ pour ce métal pur.

- par affinage de grain (effet Hall Petch, fort écrouissage suivi d'une recristallisation contrôlée).

Citez deux autres moyens d'augmenter Rm et R0.2 pour ce métal en lui ajoutant des éléments d'alliage.

- par addition d'éléments d'alliage en solution solide
- par précipitation contrôlée d'une phase très fine (nanométrique) et uniformément répartie

Exercice 3 Alliage Fe-C

On s'intéresse à un alliage fer-carbone contenant 0.5 pds% de carbone et on considère donc le diagramme de phase Fe-C reporté ci- après.

1- On austénitise cet acier dans un four à 1000°C. Quel est le but de cette opération ? Aidez-vous du diagramme de phase Fe-C pour répondre.

L'austénitisation consiste à porter l'acier à la température où seule l'austénite, i.e. la phase cfc de C dans le Fe, existe. A cette température et pour 0.5%pdsC, on est dans le domaine monophasé γ et on a donc 100% d'austénite γ.

2- On refroidit lentement notre acier depuis 1000°C jusqu'à 20°C. A quelle température la ferrite α va-t-elle germer aux joints de grains austénitiques ?

La ferrite α va germer aux joints de grains austénitiques quand on quitte le domaine monophasé γ soit à une température d'environ 760°C.
3- Nommez et décrivez la réaction qui a lieu à 727°C lors d'un refroidissement lent de l'acier.
Cette transformation correspond au point invariant du diagramme de phase Fe-C à 0.77 wt- pct C et à 727°C. Il s'agit d'une transformation en phases solides ou l'austénite à 0.77%pdsC se décompose en deux phases, la ferrite α et la cémentite Fe3C. La réaction se résume donc en $\gamma \rightarrow \alpha + Fe_3C$. La structure biphasée obtenue s'appelé la perlite, d'où le nom de cette transformation. Cette transformation est de type diffusif : en effet, les carbones quittent la ferrite pour aller vers la cémentite. On parle de transformation coopérative.
4- A 727°C + ε, quelles sont les proportions de phase en présence ? Justifiez la loi que vous utilisez.
On applique la loi des leviers car le refroidissement est lent et C diffuse rapidement dans γ.

$$f_\gamma = \frac{0.5-0.02}{0.77-0.02} = \frac{0.48}{0.75} = 64\% \text{ poids d'austénite à } 0.77\% \text{ pds C}$$

$$f_\alpha = \frac{0.77-0.50}{0.77-0.02} = \frac{0.27}{0.75} = 36\% \text{ poids} = 1 - f_\gamma \text{ de ferrite pro-euctectoide.}$$

5- A 727°C - ε, quelles sont les proportions globales de phases en présence ?

$$f_{Fe3C} = \frac{0.5-0.02}{6.67-0.02} = \frac{0.48}{6.65} = 7.2\ \% \text{ poids}$$

$$f_\alpha = \frac{6.67-0.5}{6.67-0.02} = \frac{6.17}{6.65} = 92.8\ \% \text{ poids} = 1 - f_{Fe3C}$$

6- Toujours à 727°C - ε, quelles sont les proportions de ferrite et de cémentite dans la perlite ?
Les 64% poids d'austénite à 0.77% poids de C présente à 727°C + ε se transforme à 727°C en perlite avec les fractions suivantes :

$$f_{Fe3C} = \frac{0.77-0.02}{6.67-0.02} = \frac{0.75}{6.65} = 11.2\ \% \text{ poids dans la perlite}$$

$$f_\alpha = \frac{6.67-0.77}{6.67-0.02} = \frac{5.9}{6.65} = 88.8\ \% \text{ poids} = 1 - f_{Fe3C} \text{ dans la perlite}$$

7- Les proportions de ferrite et de cémentite dans la perlite à 727°C - ε varient-elles d'un acier à un autre ? Justifiez votre réponse.
Non, ces proportions sont fixes car elles ne dépendent que des invariants du ddp Fe-C.
8- Retrouvez alors la proportion globale de ferrite en sommant la ferrite proeutectoïde et celle présente dans la perlite.
On retrouve alors la proportion globale de ferrite en sommant la ferrite proeutectoïde, 36%, et 64% de la ferrite présente dans la perlite :

$$f_\alpha = 88.8\ \% \times 64\% + 36\% = 56.8\% + 36\% = 92.8\ \%\text{poids global}$$

NB on retrouve ce résultat en appliquant la règle des leviers à 727°C – ε (question 5) :

$$f_\alpha = \frac{6.67-0.5}{6.67-0.02} = \frac{6.17}{6.65} = 92.8\ \%\text{poids global}$$

9- Quelle est la proportion massique de perlite dans cet acier ferrito-perlitique à 20°C ? On néglige le changement de solubilité de C dans la ferrite α entre 727°C et 20°C.

La proportion massique de perlite de cet acier est égale à la proportion massique d'austénite présente à 727°C + ε de la question 4 i.e. 64% pds. Cette proportion varie très peu entre 727°C et 20°C car la solubilité de C dans le fer passe de 0.02%pctC à 0.

Exercice 4

La loi de Fourrier décrivant la diffusion de chaleur s'écrit : $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ où T(t,z) est la température dépendante du temps t et de la dimension d'espace z (e.g. à travers l'épaisseur). Le paramètre α est la diffusivité thermique du mur. Le flux thermique vaut $-k\frac{\partial T}{\partial z}$ avec k la conductivité thermique du milieu. On considère l'intérieur d'une maison que l'on souhaite maintenir à une température T1 supérieure à la température extérieure T2.

1-Quelle est l'unité de la diffusivité thermique α ?

unité du paramètre α : m^2/s.

2-Ecrire l'équation de Fourier pour une vitre d'épaisseur d dans le cas d'un régime stationnaire (permanent).

Pas de dépendance temporelle (T ne dépend que de z) donc l'équation de Fourier devient :

$$0 = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad \text{car} \quad \alpha \neq 0$$

3-Résoudre cette équation pour trouver le profil de température dans la vitre (formule littérale) :

$$0 = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad \text{donc } T = Az + B \text{ avec } T(z{=}0) = T1 \text{ et } T(z{=}d) = T2$$

$$T(z) = T1 + (T2-T1)\,z/d \text{ dans la vitre}$$

Le profil de température est linéaire.

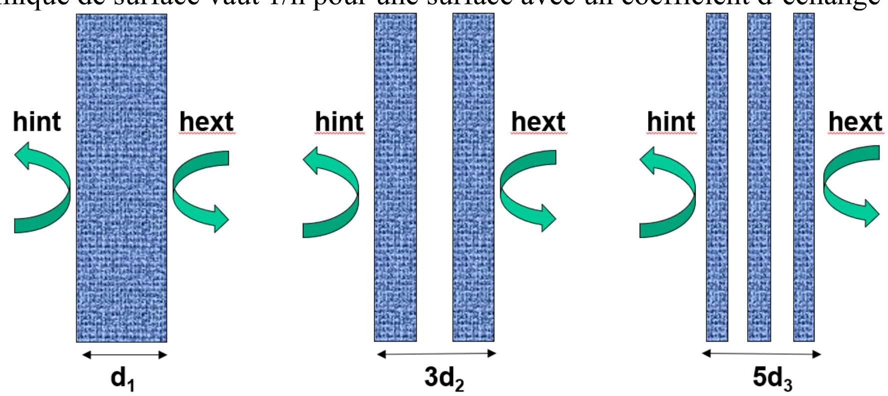
4) Que vaut le flux thermique traversant le mur ?

5) Calculez alors la résistance thermique R de cette vitre sachant que Flux = (T1-T2)/R.

$$\text{Flux} = -k\frac{\partial T}{\partial z} = -k(T2-T1)/d = k(T1-T2)/d$$

$$\text{Flux} = k(T1-T2)/d = (T1-T2)/R \text{ donc } R = d/k$$

On va maintenant appliquer ce résultat pour calculer la résistance thermique obtenue avec un simple, double et triple vitrage de fenêtre utilisant la même quantité de verre et dans le même environnement. On note k la conductivité du verre et ak la conductivité de l'air avec a < 1. Le double vitrage est fait de 2 épaisseurs de verre et d'une lame d'air toutes trois de même épaisseur, d2. Le triple vitrage est fait de 5 épaisseurs identiques notées d3, 3 épaisseurs de verre et deux épaisseurs d'air. De chaque côté des fenêtres, les coefficients d'échange convectif de chaleur en W/m2K sont notés hint du côté logement et hext du côté extérieur. On rappelle que la résistance thermique de surface vaut 1/h pour une surface avec un coefficient d'échange h.



Simple vitrage d'épaisseur d1, double vitrage d'épaisseur totale 3d2, droite : triple vitrage d'épaisseur totale 5d3.

6- Remplir le tableau des résistances thermiques globales des 3 vitrages (formule littérale)

Vitrage	simple	double	triple
Résistance thermique	kair = akverre = ak $R_1 = \frac{1}{hext} + \frac{1}{hint} + \frac{d_1}{k}$	$R_2 = \frac{1}{hext} + \frac{1}{hint} + 2\frac{d_2}{k} + \frac{d_2}{kair}$ $R_2 = \frac{1}{hext} + \frac{1}{hint} + \frac{d_2}{k}(2+1/a)$	$R_3 = \frac{1}{hext} + \frac{1}{hint} + 3\frac{d_3}{k} + 2\frac{d_3}{kair}$ $R_3 = \frac{1}{hext} + \frac{1}{hint} + \frac{d_3}{k}(3+2/a)$

7- Exprimez d2 et d3 en fonction de d1 si on utilise la même quantité de verre dans chaque vitrage.

meme quantité de verre: $d_1 = 2d_2 = 3d_3$ soit $d_2 = d_1/2$ et $d_3 = 2d_2/3 = d_1/3$

8- Montrer que R2- R1 et R3- R2 sont bien positifs (gain en résistance thermique donc en performance d'isolation) et donner un minorant de ces deux quantités (a < 1).

$$R2 - R1 = \frac{d_2}{k}(2+1/a) - \frac{d_1}{k} = \frac{d_1}{k}(1+1/(2a)) - \frac{d_1}{k} = \frac{d_1}{2ak} \quad \text{or} \quad a<1 \;,\; 1/a>1 \,,\; (R2-R1) > \frac{d_1}{2k},$$

$$R3 = R2 + \frac{d_2}{k}(2+4/3a-2-1/a) = R2 + \frac{d_2}{k}\frac{1}{3a} \quad \text{or} \quad a<1 \;,\; 1/a>1 \,,\; (R3-R2) > \frac{d_2}{3k}$$

9- Application numérique : Calculer R3 – R2 avec d1 = 2 cm, k = 0.1 W/mK et a = 0.25

$$R3 - R2 = \frac{d_2}{k}\frac{1}{3a} = \frac{0.01}{0.1}\frac{4}{3} = 1.33\,10^{-1} = 0.133 \text{ m}^2\text{K/W}$$

NB remplacer l'air par un gaz encore moins conducteur thermique (eg. Argon) pour diminuer a permet d'augmenter l'intérêt des double et triple vitrages.