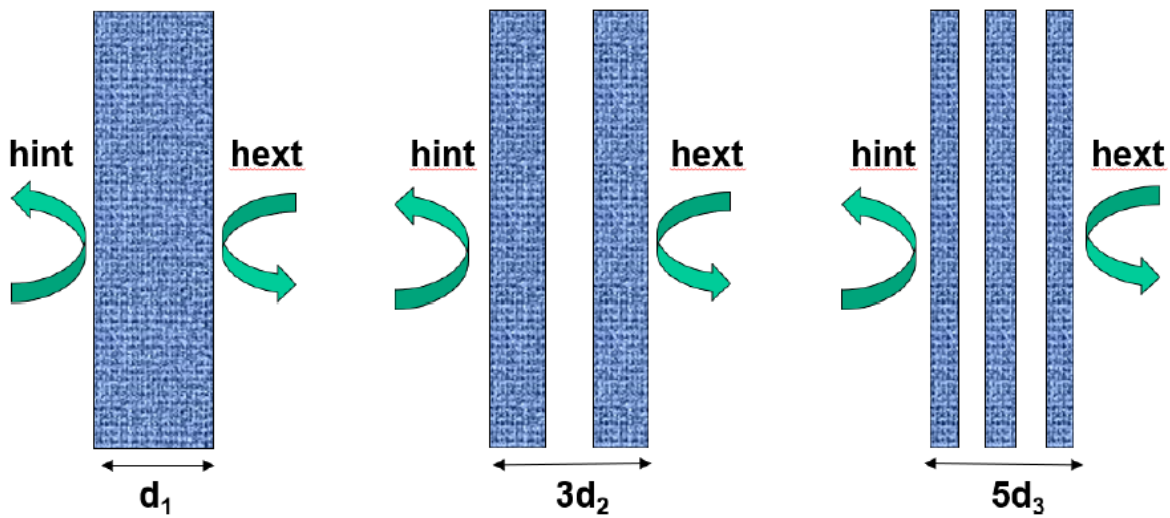
Simple, double ou triple vitrage

$$R_{tot} = \frac{1}{h_{\text{int}}} + \sum_{j=1}^{n} R_j + \frac{1}{h_{ext}}$$

On va maintenant utiliser ce résultat pour calculer la résistance thermique obtenue avec un simple, double et triple vitrage de fenêtre utilisant la même quantité de verre et dans le même environnement. On note k la conductivité du verre et ak la conductivité de l'air avec a < 1. Le double vitrage est fait de 2 épaisseurs de verre et d'une lame d'air toutes trois de même épaisseur, d2. Le triple vitrage est fait de 5 épaisseurs identiques notées d3, trois épaisseurs de verre et deux épaisseurs d'air. De chaque côté des fenêtres, les coefficients d'échange convectif de chaleur en W/m^2K sont notés hint du côté logement et hext du côté extérieur. On rappelle que la résistance thermique de surface vaut 1/h pour une surface avec un coefficient d'échange h.

Simple vitrage d'épaisseur d1, double vitrage d'épaisseur totale 3d2, droite : triple vitrage d'épaisseur totale 5d3.



Simple, double ou triple vitrage

6- Remplir le tableau des résistances thermiques globales des 3 vitrages (formule littérale)

Vitrage	simple	double	triple
Résistance thermique	R1=	R2 =	R3 =

7- Exprimez d2 et d3 en fonction de d1 si on utilise la même quantité de verre dans chaque vitrage.

-
-
-

8- Montrer que (R2 - R1) et (R3 - R2) sont bien positifs (gain en résistance thermique donc en performance d'isolation) et donner un minorant de ces deux quantités ($a < 1$).

-
-
-
-
-

9- Application numérique : Calculer (R3 - R2) avec d1 = 2 cm, k = 0.1 W/mK et a = 0.25

-

Simple, double ou triple vitrage

Vitrage	simple	double	triple
Résistance thermique	kair = akverre = ak $R_1 = \frac{1}{hext} + \frac{1}{hint} + \frac{d_1}{k}$	$R_2 = \frac{1}{hext} + \frac{1}{hint} + 2\frac{d_2}{k} + \frac{d_2}{kair}$ $R_2 = \frac{1}{hext} + \frac{1}{hint} + \frac{d_2}{k}(2+1/a)$	$R_3 = \frac{1}{hext} + \frac{1}{hint} + 3\frac{d_3}{k} + 2\frac{d_3}{kair}$ $R_3 = \frac{1}{hext} + \frac{1}{hint} + \frac{d_3}{k}(3+2/a)$

7- Exprimez d2 et d3 en fonction de d1 si on utilise la même quantité de verre dans chaque vitrage.

meme quantité de verre: $d_1=2d_2=3d_3$ soit $d_2 = d_1/2$ et $d_3 = 2d_2/3 = d_1/3$

8- Montrer que R2- R1 et R3- R2 sont bien positifs (gain en résistance thermique donc en performance d'isolation) et donner un minorant de ces deux quantités (a < 1).

$$R2 - R1 = \frac{d_2}{k}(2+1/a) - \frac{d_1}{k} = \frac{d_1}{k}(1+1/(2a)) - \frac{d_1}{k} = \frac{d_1}{2ak} \quad \text{or} \quad a<1 \ , \quad 1/a>1 \ , \ (R2 - R1) > \frac{d_1}{2k},$$

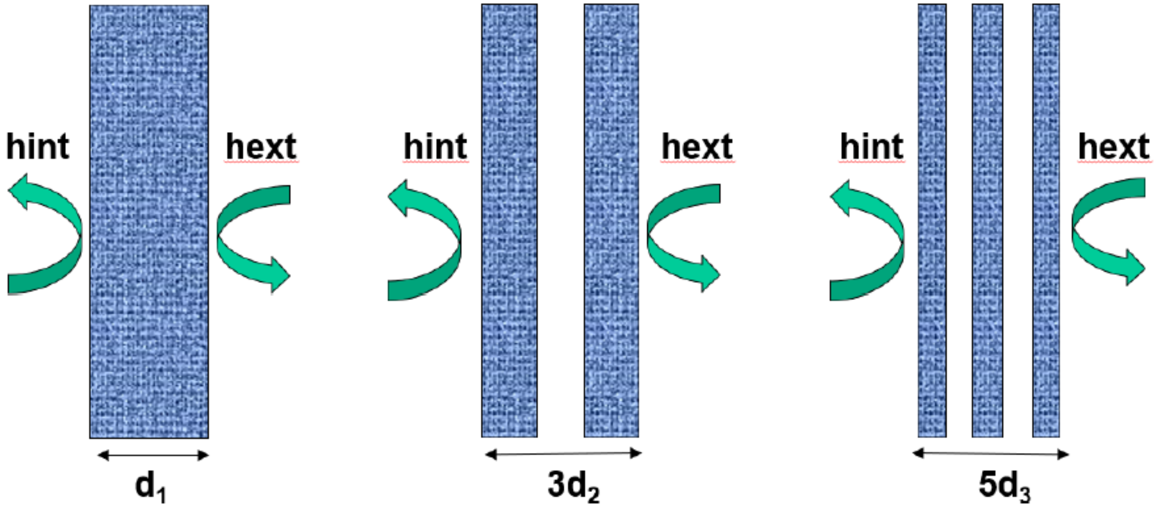
$$R3 = R2 + \frac{d_2}{k}(2+4/3a-2-1/a) = R2 + \frac{d_2}{k}\frac{1}{3a} \quad \text{or} \quad a<1 \ , \quad 1/a>1 \ , \ (R3 - R2) > \frac{d_2}{3k}$$

9- Application numérique : Calculer R3 – R2 avec d1 = 2 cm, k = 0.1 W/mK et a = 0.25

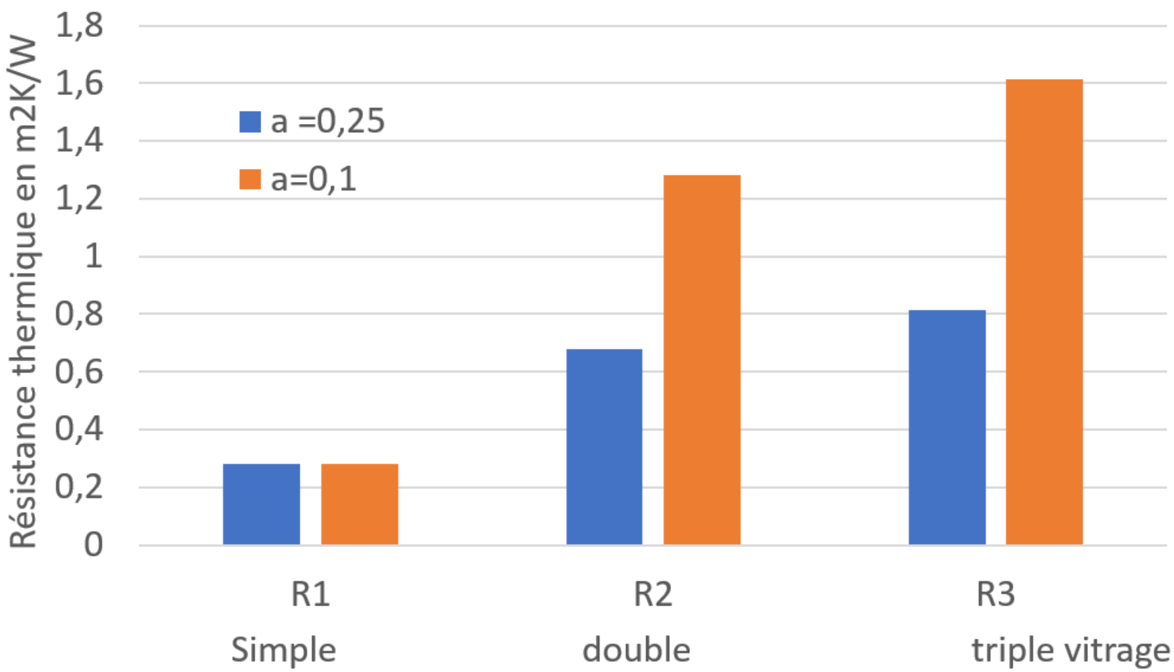
$$R3 - R2 = \frac{d_2}{k}\frac{1}{3a} = \frac{0.01}{0.1}\frac{4}{3} = 1.33 10^{-1} = 0.133 \ m^2K/W$$

NB remplacer l'air par un gaz encore moins conducteur thermique (eg. Argon) pour diminuer a permet d'augmenter l'intérêt des double et triple vitrages.

Simple, double ou triple vitrage



	a =0,25	a=0,1
R1	0,28	0,28
R2	0,68	1,28
R3	0,813333	1,6133333



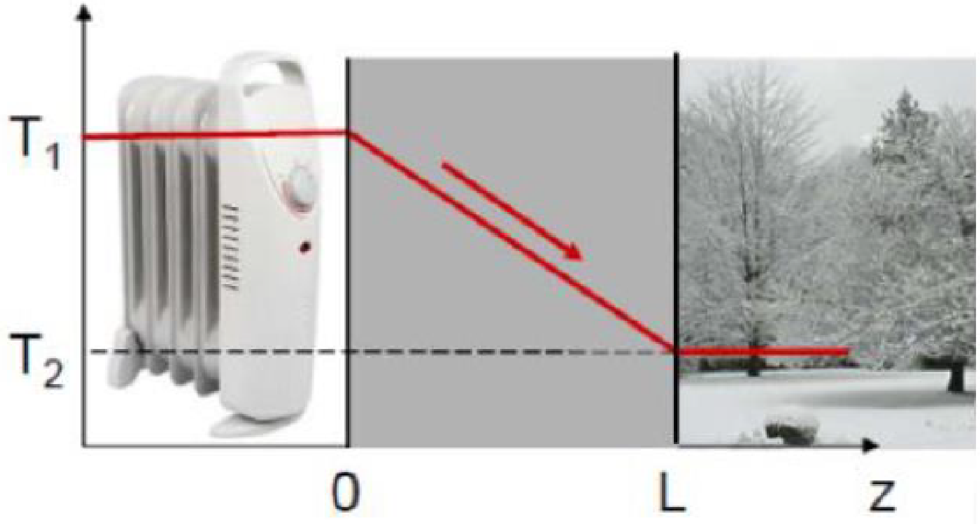
Exercice 3 Isolation thermique d'une maison

La loi de Fourrier décrivant la diffusion de chaleur sans convection s'écrit : $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ où T(t,z) est la température dépendant du temps t et de la dimension d'espace z (cf. figure ci-dessous) et α est la diffusivité thermique du milieu en m2/s. On considère l'intérieur d'une maison que l'on souhaite maintenir à une température T1 de 20°C alors que la température extérieure est T2 = 0°C. Ecrire l'équation de Fourrier dans le cas d'un régime stationnaire, i.e. permanent :

-
-

Résoudre cette équation dans notre cas pour trouver le profil de température dans le mur d'épaisseur L :

-
-
-
-
-
-
-



Que vaut le flux de chaleur traversant le mur de conductivité thermique k ? Précisez l'unité.

-

-

Que vaut la perte de chaleur pour une surface S de mur ? Précisez l'unité.

-

-

Pour diminuer de moitié la quantité d'énergie nécessaire pour maintenir les 20°C dans la maison, on isole le mur par une couche de laine de verre de conductivité thermique λ et d'épaisseur d. L'isolation se fait sur le côté intérieur du mur et on note T3 la température à l'interface entre le mur et la couche de laine de verre.

Ecrire que le flux de chaleur à travers le mur vaut maintenant la moitié de celui déterminé précédemment et en déduire T3 :

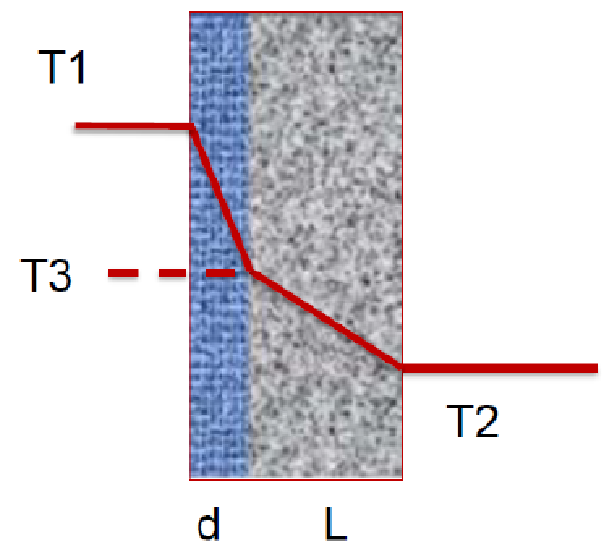
-

-

-

-

-



Ecrire l'égalité des flux de chaleur à travers le mur et la laine de verre pour calculer d en fonction de L et des conductivités thermiques λ et k :

-

-

-

Exo: correction

La loi de Fourrier décrivant la diffusion de chaleur sans convection s'écrit : $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ où T(t,z) est la température dépendant du temps t et de la dimension d'espace z (cf. figure ci-dessous) et α est la diffusivité thermique du milieu en m2/s. On considère l'intérieur d'une maison que l'on souhaite maintenir à une température T1 de 20°C alors que la température extérieure est T2 = 0°C. Ecrire l'équation de Fourrier dans le cas d'un régime stationnaire, i.e. permanent :

Pas de dépendance temporelle (T ne dépend que de z) donc l'équation de Fourrier devient :

$$0 = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad \text{car} \quad \alpha \neq 0$$

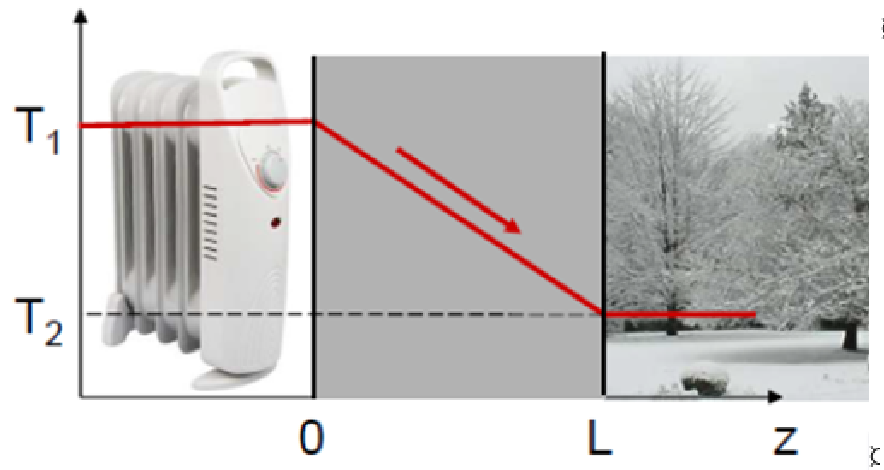
Résoudre cette équation dans notre cas pour trouver le profil de température dans le mur d'épaisseur L :

$$0 = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad \text{donc } T = Az + B$$

avec T(z=0) = T1 et T(z=L) = T2

T(z) = T1 + (T2-T1)z/L

Le profil de température est linéaire.



Que vaut le flux de chaleur traversant le mur de conductivité thermique k ? Précisez l'unité.

$$\text{flux} = k\nabla T = k\frac{\partial T}{\partial z} = (T2-T1)k/L \quad \text{en W/m2}$$

Exo: correction

Pour diminuer de moitié la quantité d'énergie nécessaire pour maintenir les 20°C dans la maison, on isole le mur par une couche de laine de verre de conductivité thermique λ et d'épaisseur d. L'isolation se fait sur le côté intérieur du mur et on note T3 la température à l'interface entre le mur et la couche de laine de verre.

Ecrire que le flux de chaleur à travers le mur vaut maintenant la moitié de celui déterminé précédemment et en déduire T3°.

$$k\frac{T_1 - T_2}{2L} = k\frac{T_3 - T_2}{L} \quad \text{implique} \quad T_3 = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

Ecrire l'égalité des flux de chaleur à travers le mur et la laine de verre pour calculer d en fonction de L et des conductivités thermiques λ et k°.

$$\lambda\frac{T_1 - T_3}{d} = k\frac{T_3 - T_2}{L} \quad \text{implique} \quad d = \frac{\lambda}{k}L \quad \text{en m.}$$