Corrigé N° 7 — Semaine du 28 Octobre 2024

Dureté/usure/ténacité

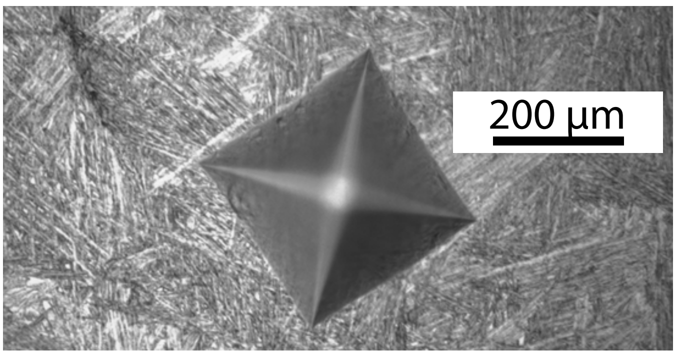
1. Vrai ou faux ?

	Vrai	Faux
a. Le test de dureté permet d'évaluer rapidement et à faible coût la limite d'élasticité d'un matériau, et de différencier des lots de matière. *Vrai : c'est pour cela que ce test a été développé, il s'agit simplement de poinçonner le matériau avec un pointe définie et une force définie (par des normes) et on trouve une valeur de dureté qui est reliée (de manière approximative) à la limite d'élasticité du matériau.*	✓	
b. La dureté d'un matériau est en général environ trois fois plus grande que son module d'Young. *Faux : la dureté Vickers mesurée en MPa est environ trois fois plus grande que sa limite d'élasticité pour un acier, ou si on considère la dureté mesurée en Vickers, elle est trois fois plus petite que la limite d'élasticité. Le module d'Young n'a rien à voir avec la dureté qui mesure une déformation plastique en compression. On peut en revanche le mesurer à partir d'une courbe d'indentation instrumentée, si on considère la courbe force-déplacement, lorsqu'on retire l'indenteur.*		✓
c. La ténacité d'un matériau dépend de la contrainte appliquée ou de la taille des fissures considérées. *Faux : la ténacité est un paramètre intrinsèque au matériau qui dépend de l'énergie de surface et de l'énergie de déformation plastique. Elle ne dépend pas des paramètres externes à une déformation donnée.*		✓
d. Plus la limite d'élasticité d'un matériau ductile est faible, plus la propagation d'une fissure dans ce matériau va être limitée par la déformation plastique à la pointe de la fissure. *Vrai : un matériau qui peut se déformer plastiquement va avoir une ténacité assez grande du fait de l'énergie dissipée dans la déformation plastique et la formation de dislcocations plutôt que dans le cassage de liaisons et la propagation d'une fissure. La zone de déformation plastique en pointe de la fissure qui arrondit celle-ci est aussi plus grande.*	✓	

		Vrai	Faux
e.	Au-delà d'une certaine longueur critique, une fissure dans un métal ou une céramique va pouvoir se propager quelque soit la contrainte appliquée. *Faux : il faut que le facteur d'intensité de contrainte soit supérieur à la ténacité pour que la fissure puisse se propager. Une longueur critique n'a de sens que pour une contrainte associée : à contrainte faible (ou même nulle...), une fissure ne se propagera pas.*	☐	☑
f.	Le coefficient d'usure d'Archard est un paramètre intrinsèque au matériau. *Faux : la friction et l'usure sont définis par rapport à une référence : usure d'un matériau sur un autre. Ils dépendent aussi de l'état de surface et notamment de la lubrification. Le coefficient d'Archard n'est donc pas intrinsèque au matériau mais dépend de paramètres externes.*	☐	☑
g.	Le coefficient de frottement du Polytétrafluoroéthylène (PTFE ou Téflon) sur l'acier est environ 100 fois plus faible que celui du caoutchouc sur l'acier. *Vrai : voir les coefficients de friction à la slide 5 du cours, et c'est pour cela qu'on choisit du caoutchouc pour les pneus et du PTFE pour les patins des souris d'ordinateur.*	☑	☐

2. **Dureté**

Vous voici ingénieur(e) responsable des développements dans une petite entreprise de pièces de machines-outils. Vous recevez un lot d'acier à faible teneur en carbone avec une certification d'une dureté Brinell de 100 H_B, et un module d'élasticité de 210 GPa. Pour vérifier le lot, comme vous n'avez que cela à disposition dans votre atelier, vous faites une indentation Vickers avec une force de 98.1 N.



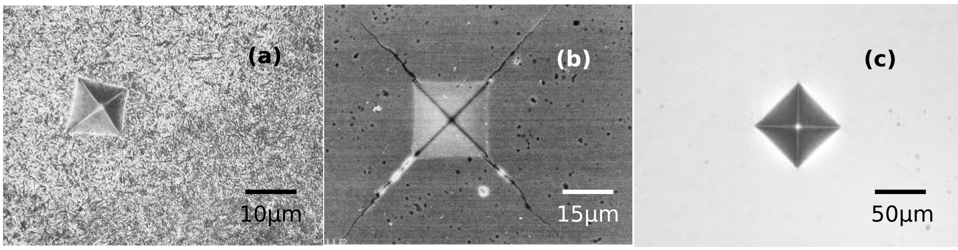
a. A partir de l'empreinte ci-dessus, déterminez la dureté H_V de cet acier. Le matériau correspond-il aux spécifications ? Quelle est sa limite élas-

tique ?
La dureté Vickers H_V est donnée, en unité Vickers, par :

$$H_V = 0.189\frac{F}{d^2} = 0.189\frac{98.1\,\mathrm{N}}{0.43^2\mathrm{mm}^2} \simeq 100$$

La distance d est la diagonale de l'empreinte, mesurée sur la figure. La valeur de dureté Vickers trouvée correspond effectivement environ à une dureté Brinell de 100 H_B. Connaissant la dureté du matériau, on peut trouver de manière approximative la limite élastique par la relation $H_V \simeq \sigma_Y/3$, donc $\sigma_Y \simeq 300$MPa.

b. Vous aidez vos collègues qui eux, travaillent dans l'entreprise voisine qui est dans le domaine spatial. Ils ont reçu un lot de saphir synthétique (Al_2O_3, module d'élasticité $E = 345\,\mathrm{GPa}$) qui sera utilisée sur un module de la station spatiale internationale. Le fournisseur garantit une dureté Mohs de 9. Vous confirmez cette valeur par un test d'indentation Vickers ($F = 10\,\mathrm{N}$) sur une pièce, mais au moment de passer le résultat à l'entreprise, un de vos collègues farceur à mélangé votre photo avec d'autres. Pouvez vous retrouver, parmi les trois ci-dessous, la bonne empreinte ?



Une valeur de dureté 9 sur l'échelle de Mohs correspond (voir les transparents du cours) à 2000 HV (dureté Vickers). A la force appliquée $F = 10\,\mathrm{N}$ correspondra une empreinte avec une diagonale moyenne de :

$$d[\mathrm{mm}] = \sqrt{\frac{0.189F}{\mathrm{HV}}} = \sqrt{\frac{0.189 \times 10\mathrm{N}}{2000\mathrm{HV}}} \simeq 0.031\mathrm{mm} = 31\,\mu\mathrm{m}$$

qui correspond à l'empreinte (b). D'ailleurs on voit que pour cette empreinte, il y a des fissures qui ont été créées par l'indenteur, ce qui indique un matériau fragile.

3. **Ténacité**
Un bras de robot de section 1 cm^2, dont on négligera la masse propre, doit pouvoir soulever verticalement une masse de 250 kg avec des accélérations de 10 g, où g est l'accélération de la gravité ($9.81\mathrm{m/s}^2$). Il a une petite fissure

transversale de 3 mm de long. Le matériau (un alliage d'aluminium) a une ténacité de 30 $\mathrm{MPa\,m^{1/2}}$ et une limite élastique σ_y =400 MPa.

a. Calculez la contrainte dans la section du bras. A l'aide de la ténacité du matériau, calculez la contrainte critique si le matériau comporte une fissure de longueur comme indiqué ci-dessus. La fissure est-elle critique (est ce qu'elle va se propager de manière catastrophique) ?
Il faut premièrement déterminer la contrainte, et donc la force T dans le bras. Pour cela, on fait un équilibre des forces :

$$T - mg = ma = m \cdot 10g \quad \Rightarrow \quad T = 11\,mg = 11\ 250\ 9.81 = 26.9\ \text{kN}$$

La contrainte s'obtient ensuite en divisant cette force par la section du bras :

$$\sigma = \frac{T}{S} = \frac{26900\ \text{N}}{100\ \text{mm}^2} = 270\ \text{MPa}$$

Pour une fissure de 3 mm, la contrainte critique vaut :

$$\sigma_c = \frac{K_{1C}}{\sqrt{\pi l}} = \frac{30}{\sqrt{\pi \times 3 \cdot 10^{-3}\ \text{m}}} = 309\ \text{MPa}$$

La contrainte dans le bras étant inférieure à la contrainte critique, il n'est pas (encore) nécessaire de remplacer le bras.

b. Quelle est la taille de la zone déformée plastiquement en avant de la fissure ?
La taille de la zone déformée plastiquement est donnée par :

$$x_y = \frac{K_1^2}{\pi\sigma_y^2} = \frac{(\sigma\sqrt{\pi l})^2}{\pi\sigma_y^2} = \frac{\sigma^2 l}{\sigma_y^2} = \frac{(275\,\text{MPa})^2 \times 3\,\text{mm}}{(400\,\text{MPa})^2} = 1.4\,\text{mm}$$

c. Faudrait-il remplacer le bras si celui-ci était en alumine (K_{1c}=4 $\mathrm{MPa\,m^{1/2}}$, σ_y =600 MPa) ? Quelle serait la longueur de fissure critique dans ce cas ? Et la taille de la zone déformée plastiquement en avant d'une fissure de longueur très légèrement inférieure à la longueur critique ?
La contrainte critique vaut dans ce cas :

$$\sigma_{c,Al_2O_3} = \frac{K_{1C,Al_2O_3}}{\sqrt{\pi l}} = \frac{4}{\sqrt{\pi \times 3 \cdot 10^{-3}\ \text{m}}} = 41.2\ \text{MPa}$$

Le bras devrait donc être remplacé.

La longueur critique de fissure, c'est-à-dire la longueur en dessous de laquelle une fissure ne va pas se propager de manière spontanée, vaut :

$$l_c = \frac{K_{1C,Al_2O_3}^2}{\pi\sigma^2} = 6.7 \times 10^{-5}\,\text{m} = 67\,\mu\text{m}$$

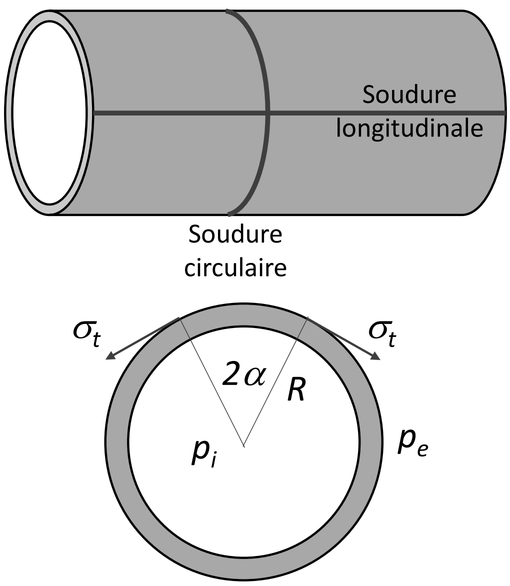
Et la taille de la zone déformée plastiquement :

$$x_y = \frac{K_{1C,Al_2O_3}^2}{\pi\sigma_{y,Al_2O_3}^2} = \frac{4^2}{\pi \times 600^2} = 14\,\mu\text{m}$$

4. **Usure**
Une pièce en acier frotte contre un rail, son coefficient d'usure d'Archard k_a vaut 10^{-7} MPa^{-1}. Sa surface de contact est de 10 mm^2 et la force normale de contact est de 20 N. Quelle sera la diminution de hauteur (en microns) de cette pièce après 1 km de frottement ?
La pression appliquée p vaut simplement 20 N/10 mm^2 = 2 MPa. Le coefficient d'usure d'Archard k_a valant 10^{-7} MPa^{-1}, le volume spécifique d'usure Ω est égal à $2 \cdot 10^{-7}$. Comme $\Omega = W/A$ et que le volume d'usure W est donné par $A\Delta h/L$, où L est la distance de frottement et Δh la diminution de hauteur de la pièce, on obtient finalement :

$$\Delta h = \Omega \times L = k_a p \times L = 2 \cdot 10^{-7} \times 1000 \text{ m} = 0.2 \text{ mm} = 200 \ \mu\text{m}$$

5. **Tenacité des soudures dans une conduite forcée**
Une canalisation d'eau en acier d'une centrale hydroélectrique située à 500 m d'altitude est alimentée par un barrage situé à 2500 m d'altitude. Les tubes d'acier qui la constituent sont fabriqués de la manière suivante : dans une première étape, des tôles plates rectangulaires sont laminées à chaud de manière différentielle pour les incurver progressivement et leur imprimer le bon rayon de courbure, R = 1 m. Lorsque les deux bords des plaques se touchent le long d'un axe du cylindre, on les soude longitudinalement. Les tubes sont ensuite transportés par camion jusque sur le site de la canalisation et soudés bout-à-bout à leurs voisins par des soudures circulaires.



a. Evaluez la pression p_i à l'intérieur de la canalisation à son arrivée près de la centrale, en connaissant la hauteur de la colonne d'eau et la masse

volumique de l'eau ($1000 kg/m^3$). A votre avis, est-il plus dangereux d'avoir des fissures dans les soudures longitudinales ou circulaires ? Pourquoi ?
La canalisation est soumise à une pression interne p_i donnée par la pression atmosphérique (qui est au-dessus du lac du barrage) plus la pression hydrostatique. On a donc.

$$p_i = p_{atm} + \rho g h = 10^5 + 1. \cdot 10^3 \times 10 \times 2000 = 2.01 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

soit une pression p_i de 201 bars. Comme on peut le constater sur le dessin ci-dessous, cette pression doit être contenue par des contraintes tangentielles σ_t. En conséquence, le facteur d'intensité de contrainte en pointe d'une fissure devient très important lorsque celle-ci est perpendiculaire à la contrainte tangentielle, donc longitudinale. La contrainte dans les soudures circulaires est plus faible, car le rayon de courbure y est bien plus grand quand dans le sens tangentiel.

b. En faisant quelques approximations sur l'épaisseur de la paroi qui est faible par rapport au diamètre du tube, a contrainte tangentielle σ_t est donnée en fonction de la pression, du rayon R de la canalisation et de son épaisseur e, par

$$\sigma_t = (p_i - p_{atm})\frac{R}{e}$$

Sachant que l'acier de la paroi a une limite élastique $\sigma_Y = 400$ MPa, quelle épaisseur de paroi devez-vous choisir pour rester dans le domaine élastique ? On supposera la contrainte uniforme dans l'épaisseur de la paroi ($R \gg e$).
De la même manière que la surpression à l'intérieur d'un ballon peut être contenue grâce à la tension de la paroi de la baudruche, la pression à l'intérieur de la canalisation est contenue grâce aux tensions axiales tangentielles σ_t dans l'acier. La formule vous a été donnée,

$$\sigma_t = (p_i - p_{atm})\frac{R}{e}$$

Pour rester dans le domaine élastique, l'épaisseur minimale de la canalisation e est donc donnée par :

$$e = \frac{p_i - p_{atm}}{\sigma_Y} R = \frac{2. \cdot 10^7 \text{ Pa}}{4. \cdot 10^8 \text{ Pa}} \times 1 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

c. Vous êtes chargé d'inspecter les soudures par ultrasons. Quelle longueur maximale de fissure longitudinale pouvez-vous tolérer, en prenant un facteur de sécurité de 2 sur la longueur ? (pour l'acier, $K_{1C} = 100 \cdot 10^6 \text{ Pa}\sqrt{\text{m}}$)
La fissure longitudinale de longueur ℓ induit un facteur d'intensité de contrainte en pointe de fissure égal à :

$$K_1 = \sigma_t \sqrt{\pi \ell}$$

En prenant un facteur 2 de sécurité sur la longueur détectée, la longueur maximale de fissure que l'on peut tolérer dans la soudure longitudinale est donnée par la moitié de la longueur obtenue à la limite élastique :

$$\ell_{max} = \frac{1}{2}\frac{K_{1C}^2}{\pi\sigma_t^2} = \frac{(100 \cdot 10^6 \text{ Pa}\sqrt{\text{m}})^2}{6.28 \times (4 \cdot 10^8 \text{ Pa})^2} = 9.95 \text{ mm}$$

C'est plus petit que l'épaisseur minimale de la conduite, donc à priori si il y a une fissure plus grande que 8mm, elle risque de se propager plus avant, mais avec déformation plastique du métal.

d. Les soudures n'ont pas été très bien faites, et comme il y a eu une modification des propriétés de l'acier à cet endroit-là, la ténacité de l'acier dans la soudure est plutôt de $K_{1C} = 30 \cdot 10^6$ Pa$\sqrt{\text{m}}$. Qu'en déduisez-vous, en terme de risque et de longueur maximale de fissure autorisée ?
En prenant un facteur 2 de sécurité, dans le cas où la ténacité est réduite, la longueur maximale de fissure que l'on peut tolérer dans la soudure longitudinale est donnée par :

$$\ell_{max} = \frac{1}{2}\frac{K_{1C}^2}{\pi\sigma_t^2} = \frac{(30 \cdot 10^6 \text{ Pa}\sqrt{\text{m}})^2}{6.28 \times (4 \cdot 10^8 \text{ Pa})^2} = 0.89 \text{ mm}$$

Il faudra donc être vigilant et inspecter les soudures en premier, car elles représentent un point faible de la structure. Et une petite fissure dans cette zone, pourra conduire à une rupture catastrophique de la conduite.

e. Le même tube, avec la même fissure, présenterait-il le même danger si on l'utilisait pour un sous-marin plongeant à 2000 m de profondeur (pour autant que la fissure ne soit pas bien sûr traversante....) ?
Dans le cas du même tube d'acier utilisé pour un sous-marin plongeant à 2000 m de profondeur, la situation est inversée : la pression de 201 bars est à l'extérieur, l'intérieur étant pressurisé à la pression atmosphérique. Dès lors, la contrainte tangentielle dans la paroi est de type compression, ce qui a tendance à fermer la fissure plutôt qu'à l'ouvrir. Elle sera donc beaucoup moins critique, mais pourra induire des problèmes de fatigue (sujet du prochain cours). Pour autant bien sûr que la fissure ne soit pas traversante... (fuite d'eau !).

f. Question facultative : démontrez la formule donnée en b, en faisant un équilibre des forces sur un petit morceau de conduite, et quelques approximations qui permettent de simplifier.
On démontre ici la formule b : On fait un bilan des forces agissant sur une portion de la canalisation. Pour ce faire, on prend un secteur d'ouverture 2α, faible, et de longueur L. La force agissant normalement à ce secteur est donnée par la différence de pression entre l'intérieur

V. Michaud
IMX

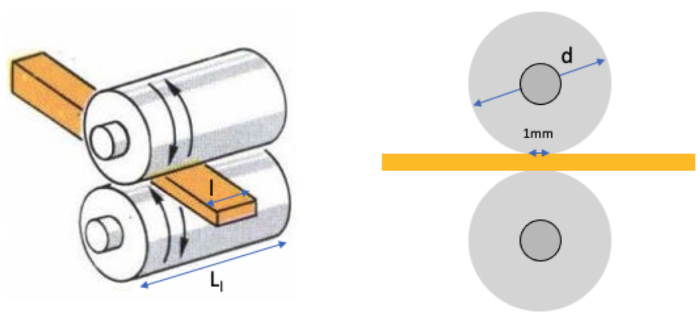
est l'extérieur, $(p_i - p_{atm})$, multipliée par la surface de ce secteur $S = 2\alpha RL$, soit $2(p_i - p_{atm})\alpha RL$.
Cette force normale dirigée vers l'extérieur est compensée par les deux forces tangentielles de traction dans l'épaisseur de la canalisation, projetées sur la normale à ce secteur. On a donc, dirigée vers l'intérieur de la canalisation :

$$2\sigma_t \times e \times L \times \sin\alpha \cong= 2\sigma_t \alpha e L$$

En égalant ces deux forces, on obtient la tension σ_t dans la paroi de la canalisation :

$$\sigma_t = (p_i - p_{atm})\frac{R}{e}$$

6. **Usure d'un cylindre de laminoir à chaud**
Vous voici en stage dans une aciérie, dans le service du laminage a chaud des lingots d'acier pour former des tôles. Ceci est effectué par des laminoirs, qui comportent des rouleaux cylindriques en acier, entre lesquels passent les lingots chauds. Les cylindres ont un diamètre de d=600 mm, une longueur utile de $L_l = 1.5m$, et la force appliquée par le rouleau sur le lingot est de F=1 kN. Les cylindres tournent à raison de 1 tour en 3 secondes. On prend l'hypothèse que la taille de la zone de contact cylindre/lingot est un rectangle de 1mm de large sur toute la largeur du lingot qui est de l=1m. Le petit graphe ci-dessous vous donne une idée du système. On vous demande d'estimer, après 100km de tôle laminée, quelle sera l'usure, en mm, de la surface des cylindres, sachant que le coefficient d'usure d'Archard de l'acier vaut $k_a = 10^{-7}$ MPa^{-1}.



Selon la loi d'Achard : $k_a\ F_n = W = V/L = Se/L$ où F_n est la force normale, V est le volume enlevé, S la surface de contact, e l'épaisseur enlevée et L la longueur parcourue pendant le frottement. Donc $e = k_a\ F_n L/S$
Avec $k_a = 10^{-7}$ MPa^{-1}, $F_n = 1000N$, S est la surface frottée sous la charge de 1kN, donc S= 1000 mm^2. L doit être calculé en sachant que le matériau

ne frotte que quand il est en contact avec la tôle, donc 1mm de longueur de surface frotte 1 fois toutes les 3 secondes. Pendant ce temps là, la longueur de tôle qui passe est $\pi \cdot d$, où d est le rayon du cylindre. La longueur totale de frottement est donc la longueur totale de tôle laminée, divisée par $\pi \cdot d$, et multipliée par 1mm. Cela fait : L=(100 000$\times$ 0.001)/(0.6 $\times$ 3.14)=53 m. Donc e=(10^{-7} $MPa^{-1}\times$ 1000 N$\times$ 53 m)/1000mm^2=53 10^{-7} m, donc e=0.0053 mm.