

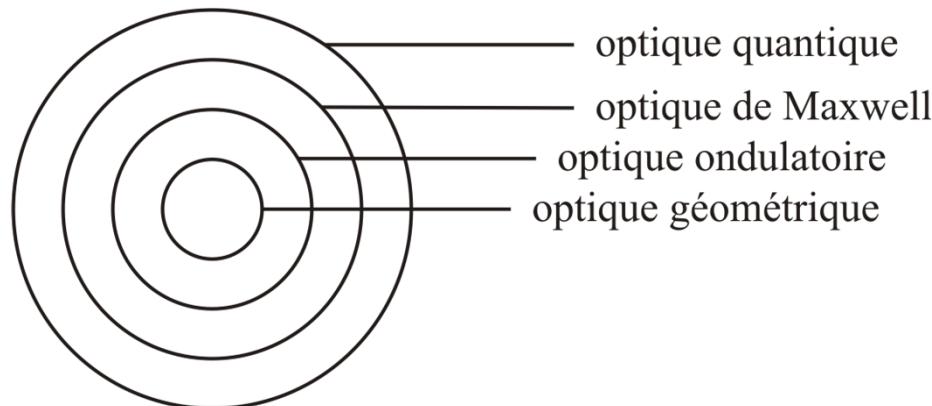
Ingénierie optique

Semaine 10 – partie 1

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

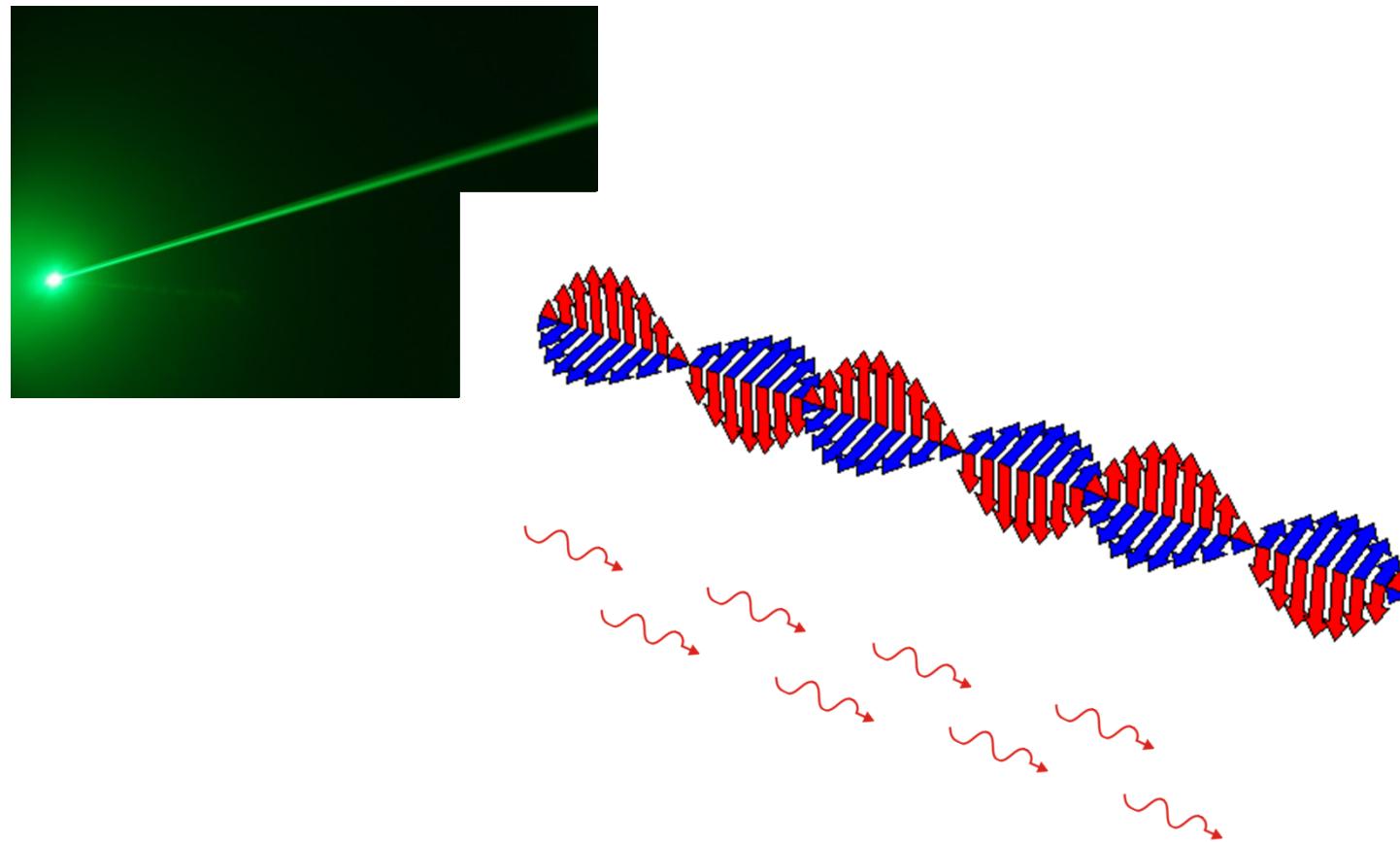


Photons



- Optique quantique: nouvelle perspective sur des phénomènes optiques déjà connus
- Théorie sous-jacente: électrodynamique quantique qui inclut la quantification des champs électromagnétiques
- Dans ce cours on se limite à une approche phénoménologique et on décrit un certain nombre de phénomènes

Rayon – onde – particule



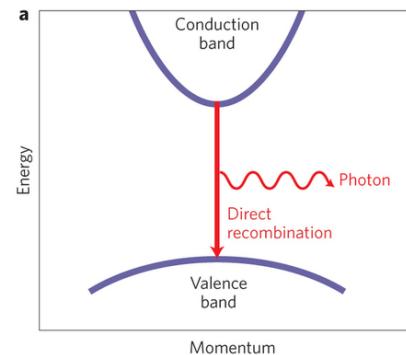
Le photon

- Energie: $E = h\nu = \hbar\omega$ $h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$.
- Constante de Planck réduite, $\hbar = h/2\pi$.
- L'énergie du photon dépend de la fréquence correspondante:
 - photon infrarouge ($\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$, $\nu = 3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$):

$$h\nu = 1.99 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1.24 \text{ eV}$$

- énergie acquise par un électron dans une différence de potentiel de 1.24 V
- relation très utile:

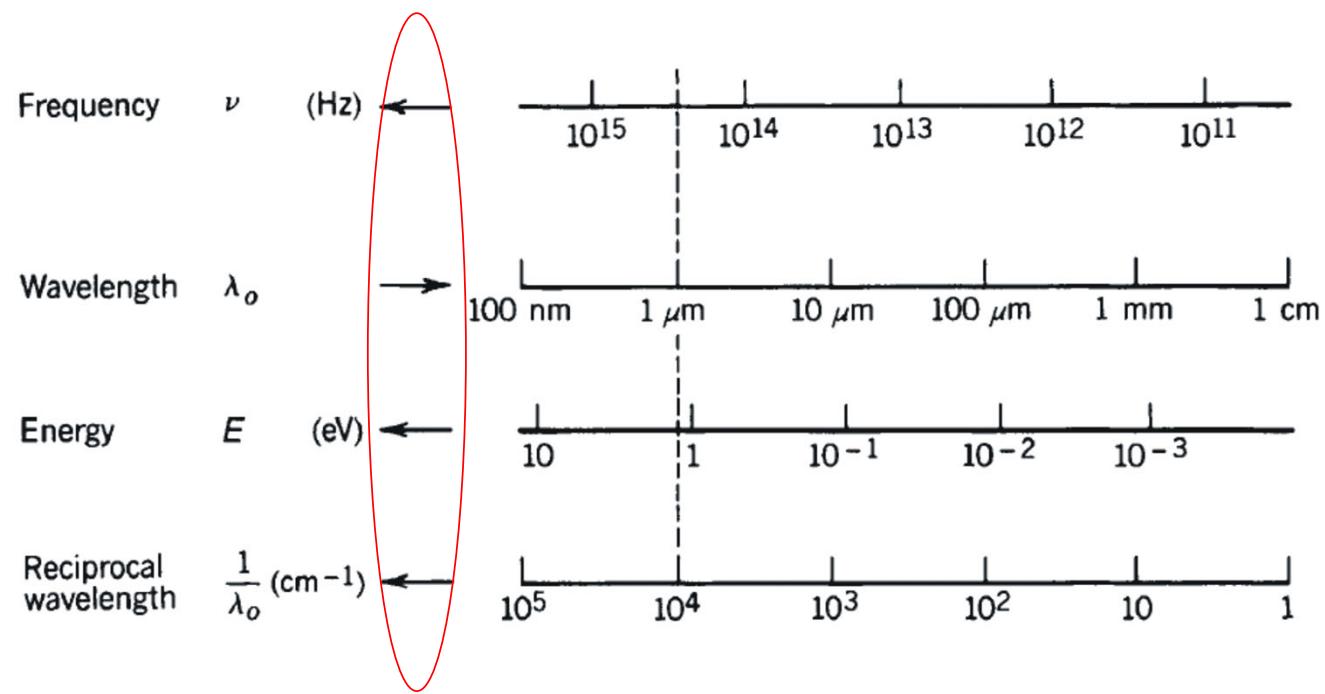
$$E(\text{eV}) \lambda_0(\mu\text{m}) \simeq 1.24$$



- par exemple: , GaAs bandgap $E = 1.43 \text{ eV} \rightarrow \lambda_0 = 870 \text{ nm}$

Le photon

- Différentes échelles d'énergie:

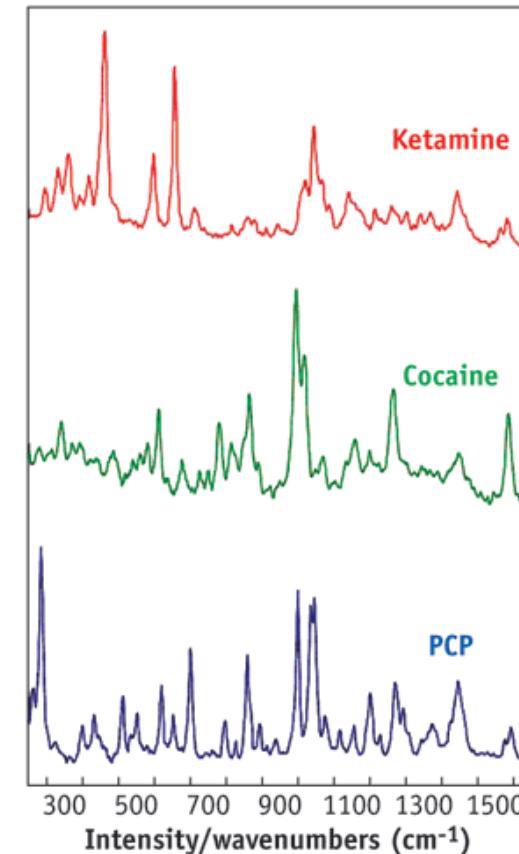


Le photon

- L'énergie du photon dépend de la fréquence:
 - photon micro-onde ($\lambda_0 = 1 \text{ cm}$): $h\nu = 1.24 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$

- Unités d'énergie spectroscopiques: cm^{-1}
$$1 \text{ cm}^{-1} \longrightarrow 1.24/10'000 \text{ eV}$$
$$1 \text{ eV} \longrightarrow 8068.1 \text{ cm}^{-1}$$

- Même si on l'utilise comme unité, la longueur d'onde dépend du milieu (on fait donc référence à la longueur d'onde dans le vide); l'énergie (ou la fréquence) par contre ne dépendent pas du milieu



Ingénierie optique

Semaine 10 – partie 2

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

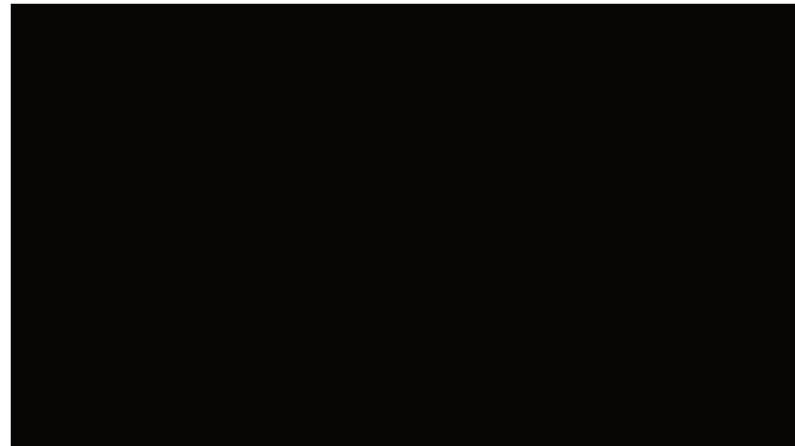
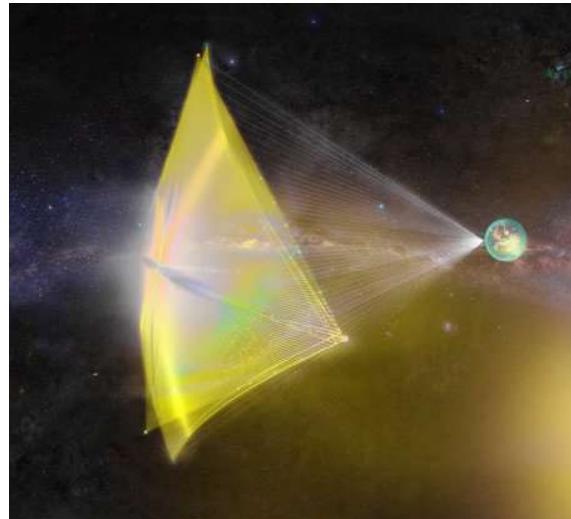


Le photon

- Pas de masse...
- ... mais une quantité de mouvement!
$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$$
- En utilisant $p = \hbar k = \hbar\omega/c = \hbar 2\pi/\lambda$, $E = h\nu = \hbar\omega$ et $\hbar = h/2\pi$.
$$p = E/c = h/\lambda$$
- Cette quantité de mouvement peut être transférée à un objet de masse finie
 - pression de radiation
 - pincettes optiques (optical tweezer)
 - piégeage optique (optical trapping)

Pression de radiation – Breakthrough starshot sail program

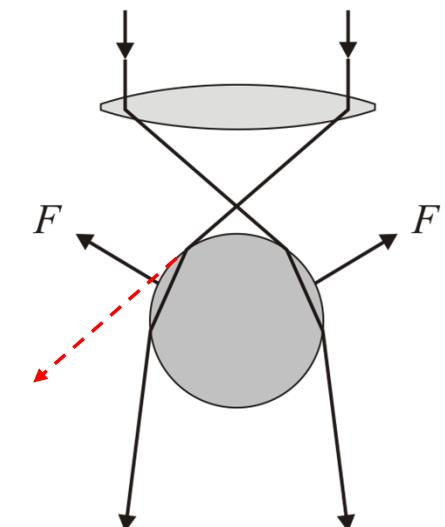
- Une série de petits “vaisseaux” à voile que l’on lance depuis la stratosphère et auxquels on donne une vitesse initiale à l’aide d’une série de lasers terrestres
- Une fois mis en mouvement, chaque vaisseau doit pouvoir poursuivre sa route pendant des années, en évitant les collisions avec d’autres objets célestes
- Objectif: atteindre Alpha Centauri après 4.37 années de vol à $0.2 c_0$
- Challenges: matériau, illumination, etc..



Olivier J.F. Martin

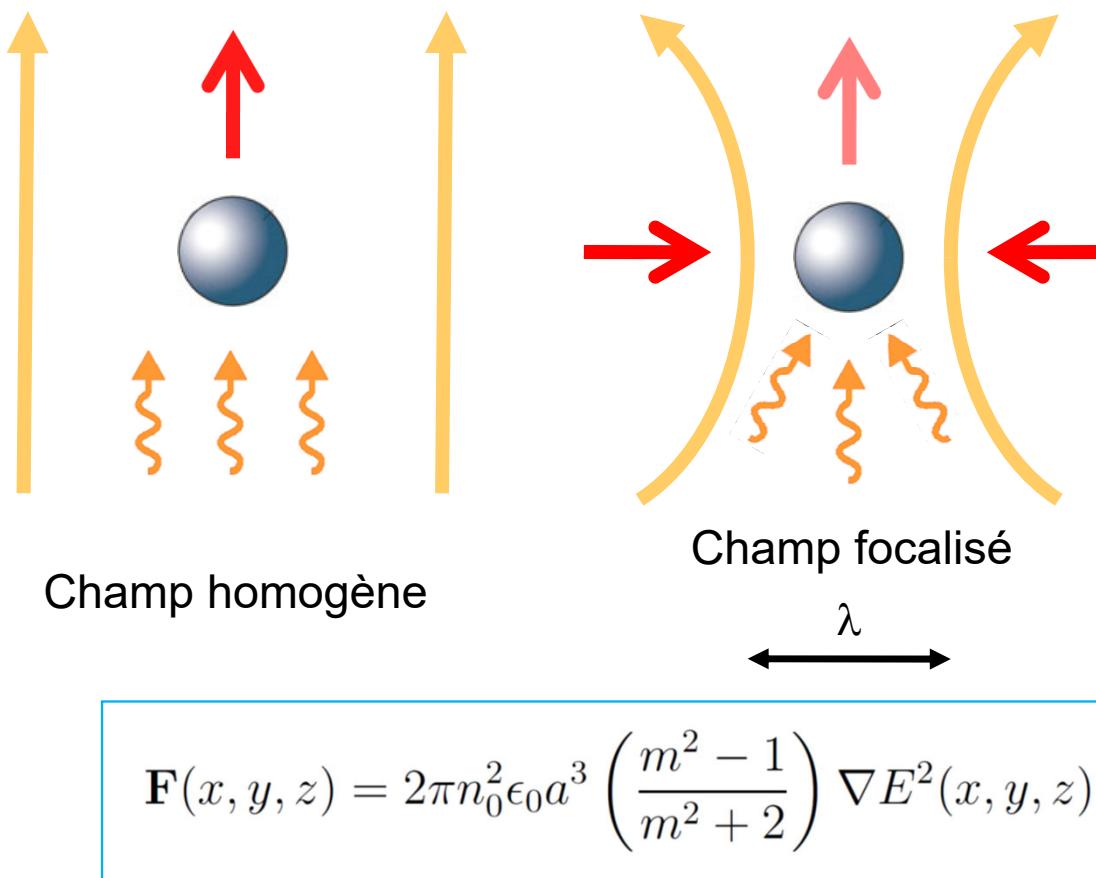
Piégeage optique

- La pression de radiation d'une onde plane permet de pousser des objets
- Un faisceau focalisé permet de piéger des objets
- Cette force optique peut se comprendre en considérant la réfraction et en utilisant le principe action ↔ réaction: la particule est attirée vers le centre du faisceau et la force de gravité peut être compensée
- La particule peut aussi être manipulée latéralement en déviant le faisceau
- Il y a donc deux types de forces optiques:
 - La pression de radiation (transfert "direct" de la quantité de mouvement du photon): champ homogène
 - La force liée au gradient du champ électrique, qui nécessite un champ inhomogène



Piégeage optique

- Pour pouvoir piéger une particule latéralement, il faut une variation spatiale du champ optique (champ inhomogène, focalisé):



Sphère de rayon a
Indice de réfraction n_1 ,
dans un milieu d'indice n_0

$$m = n_1 / n_0$$

Piégeage optique

- Manipulation non-invasive à l'échelle du nanomètre avec des forces de l'ordre du pN (10^{-9} N)

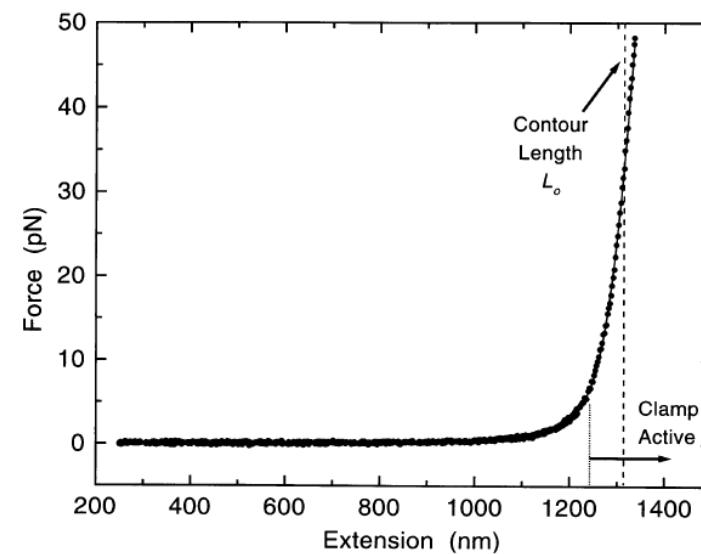
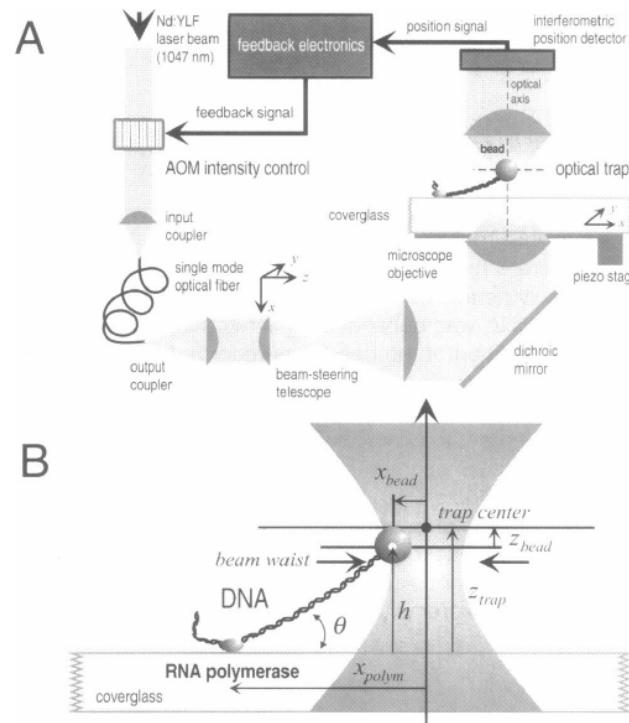
Biophysical Journal Volume 72 March 1997 1335–1346

1335

Stretching DNA with Optical Tweezers

Michelle D. Wang,* Hong Yin,# Robert Landick,[§] Jeff Gelles,[#] and Steven M. Block*

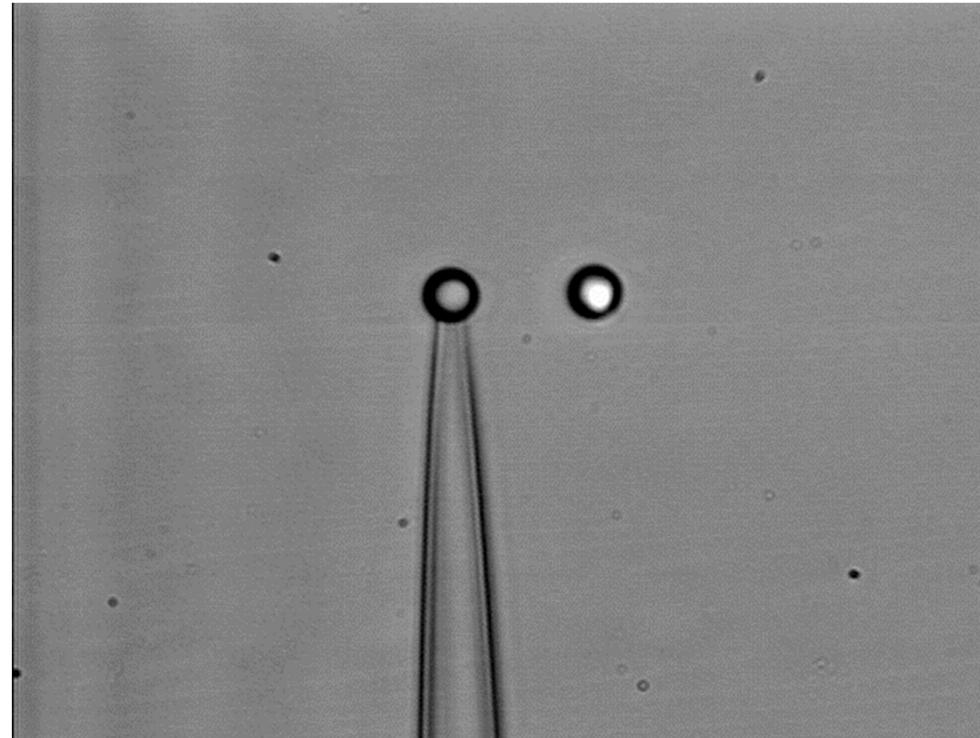
*Department of Molecular Biology, Princeton University, Princeton, New Jersey 08544; [#]Department of Biochemistry, Brandeis University, Waltham, Massachusetts 02254; and [§]Department of Bacteriology, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin 53706 USA



Olivier J.F. Martin

Piégeage optique

- Mesure de l'élasticité d'un brin d'ADN reliant deux sphères (une des sphères est attachée à une pipette, l'autre est piégée par la lumière)



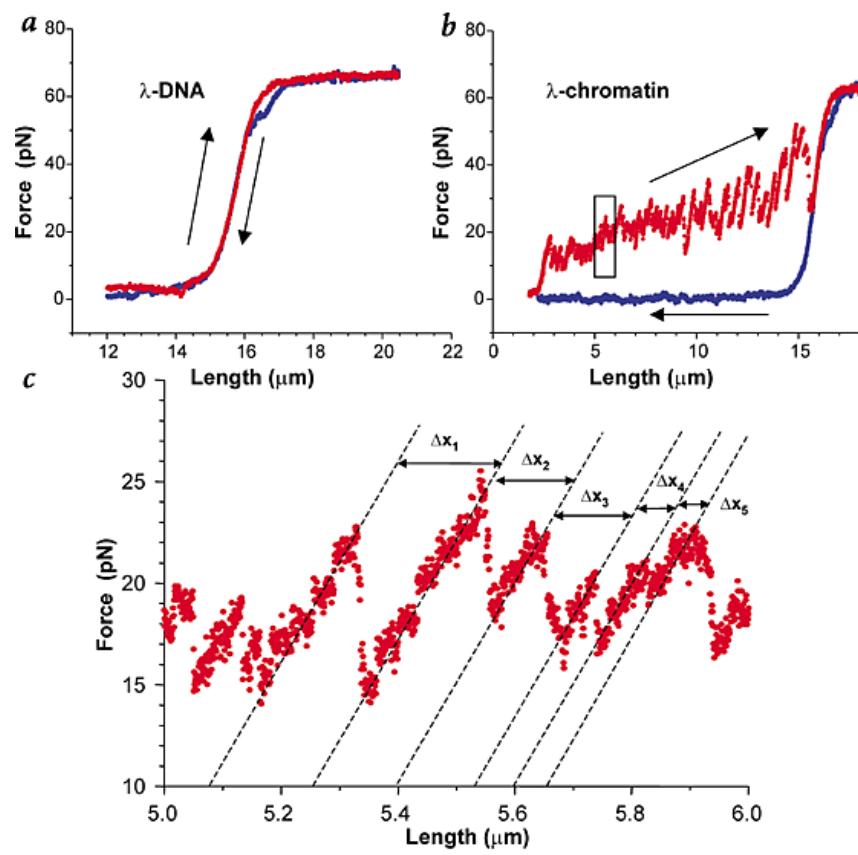
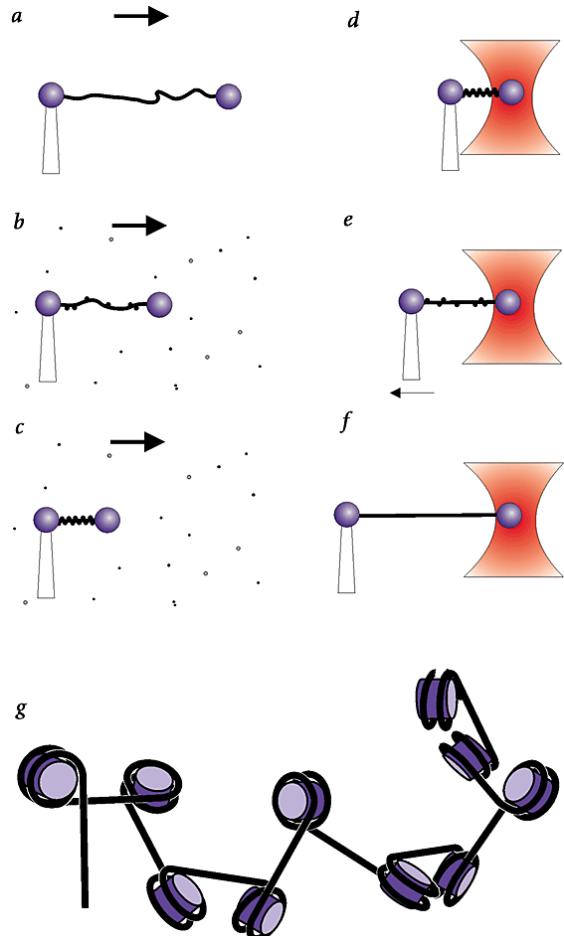
Northwestern University

Olivier J.F. Martin

Piégeage optique – Débobinage de l'ADN

Nature Structural Biology 8, 606 - 610 (2001) doi:10.1038/89646

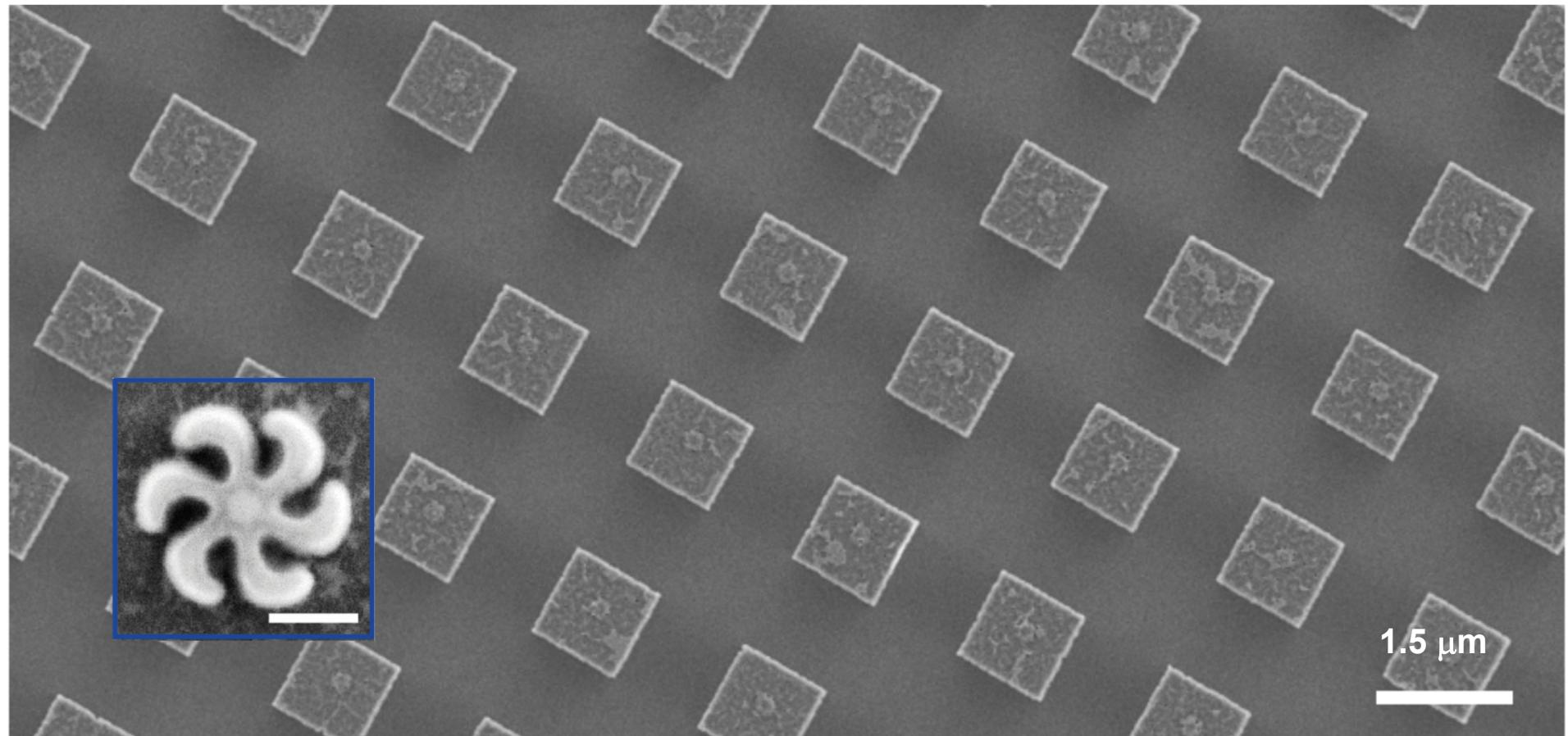
Unfolding individual nucleosomes by stretching single chromatin fibers with optical tweezers



Olivier J.F. Martin

Nanomoteur optique

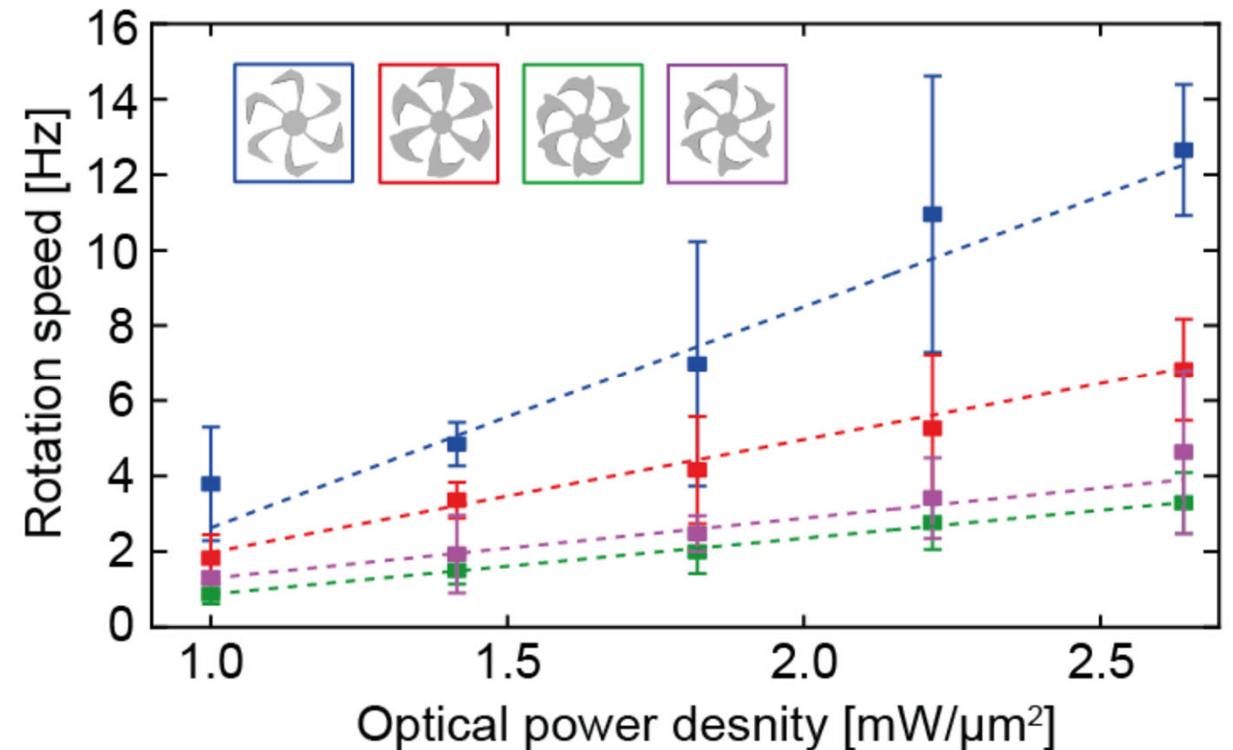
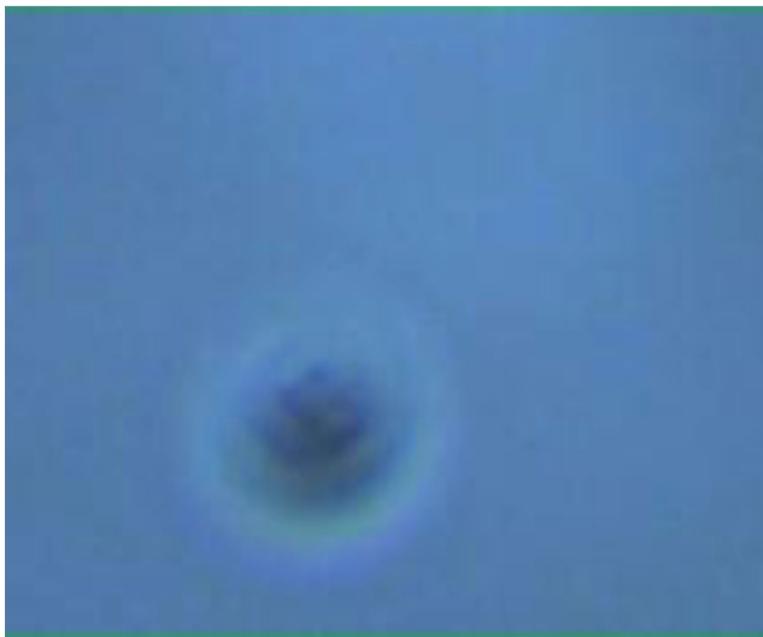
- Nanostructure en or (100 nm) intégrée dans un bloc de verre (1 μm)



Olivier J.F. Martin

Nanomoteur optique

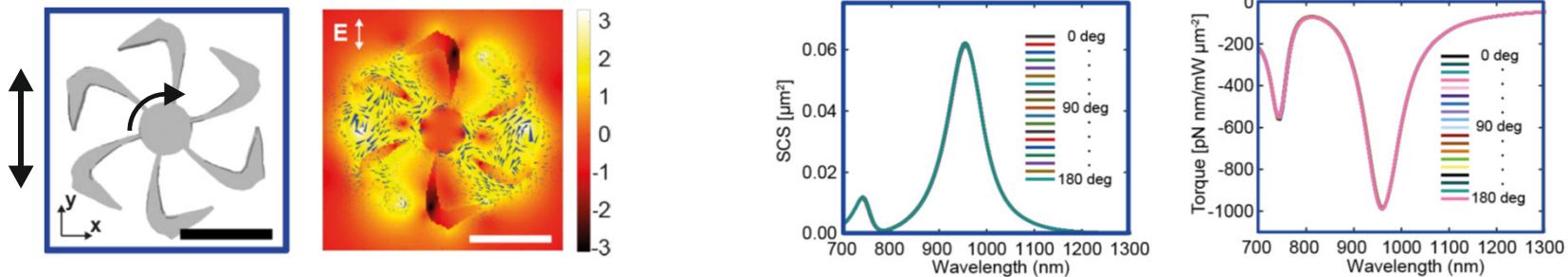
- Nanostructure en or (100 nm) intégrée dans un bloc de verre (1 μm)
- Lorsqu'on illumine le nanomoteur avec de la lumière il commence à tourner
- Plus l'intensité lumineuse augmente, plus il tourne vite



Olivier J.F. Martin

Nanomoteur optique

- Les effets liés à la polarisation peuvent être très complexes
- Par exemple, une illumination avec une polarisation linéaire crée ici le mouvement de rotation!
- Et le torque induit ne dépend pas de l'orientation de la polarisation incidente



Ingénierie optique

Semaine 10 – partie 3

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

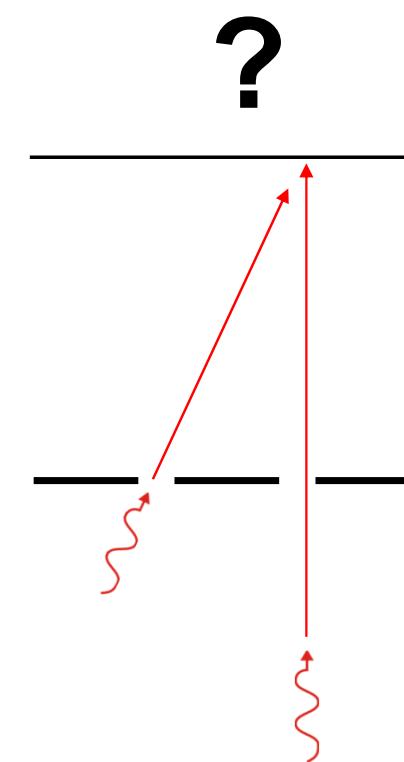
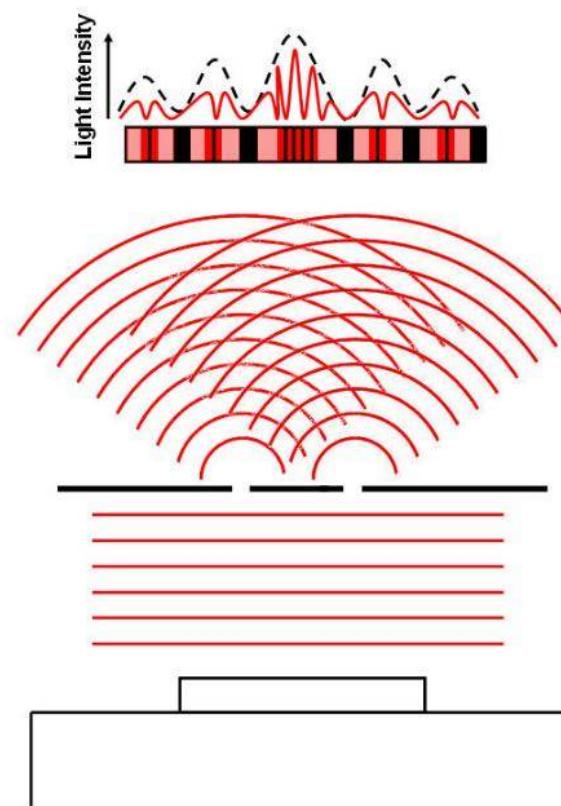
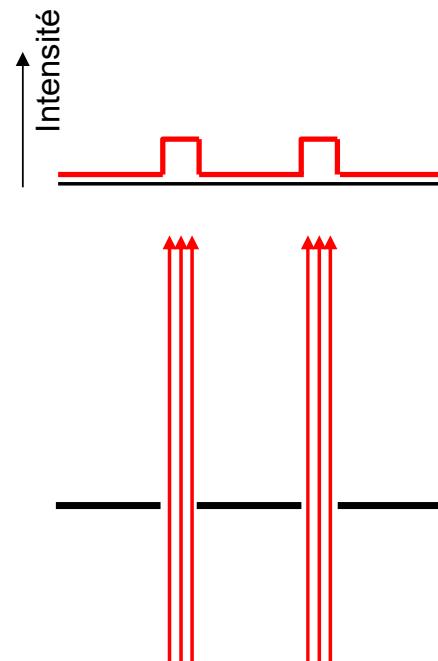


Dualité onde – particule

- La lumière est une onde électromagnétique qui satisfait les équations de Maxwell...
 - La lumière est composée de photons...
 - ... donc le photon est une onde !
-
- Le photon a une certaine quantité de mouvement (puisque il produit des forces)...
 - ... donc le photon est une particule !

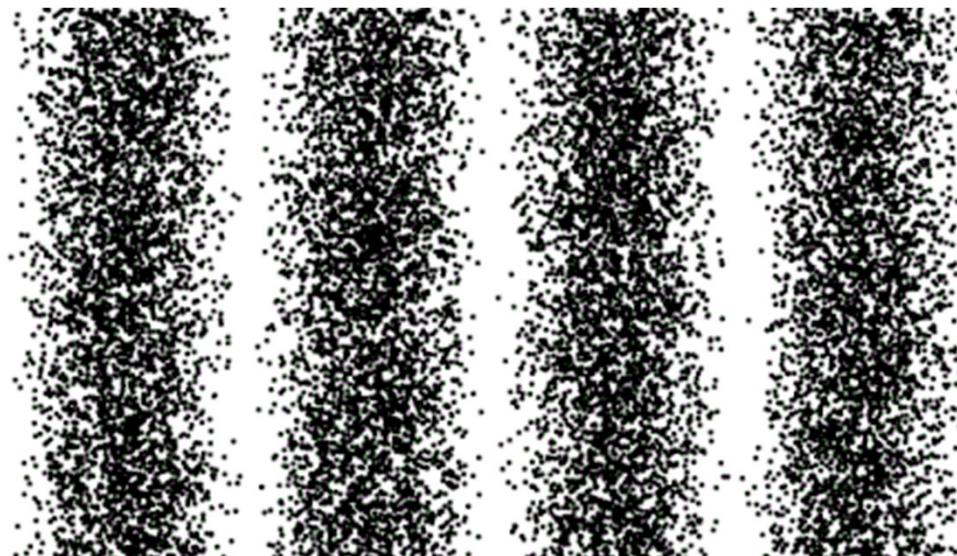
Interférence par une double fente – 3 perspectives

- Géométrique
- Ondulatoire
- Quantique



Dualité onde – particule

- Interférence par une double fente avec des photons uniques et en faisant la moyenne dans le temps:



- Le photon est à la fois une onde et une particule, parfois c'est son caractère ondulatoire qui est mis en évidence par une expérience (interférence), parfois c'est son caractère corpusculaire (force optique) !

Flux de photons

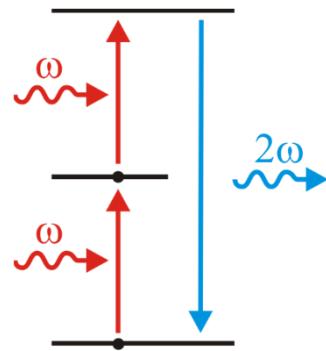
Table 6.1 – Densité moyenne de flux de photons pour différentes sources

Source	Flux (photons/cm ² s)
Etoile	10^6
Pleine lune	10^8
Eclairage électrique	10^{12}
Soleil	10^{14}
Laser He–Ne (10 mW focalisé sur un spot de 20 μm)	10^{22}

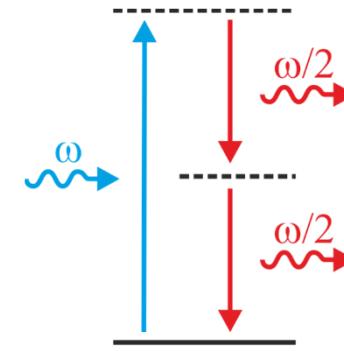
Communication quantique

- Optique non-linéaire

Second harmonic generation:



Parametric down-conversion:

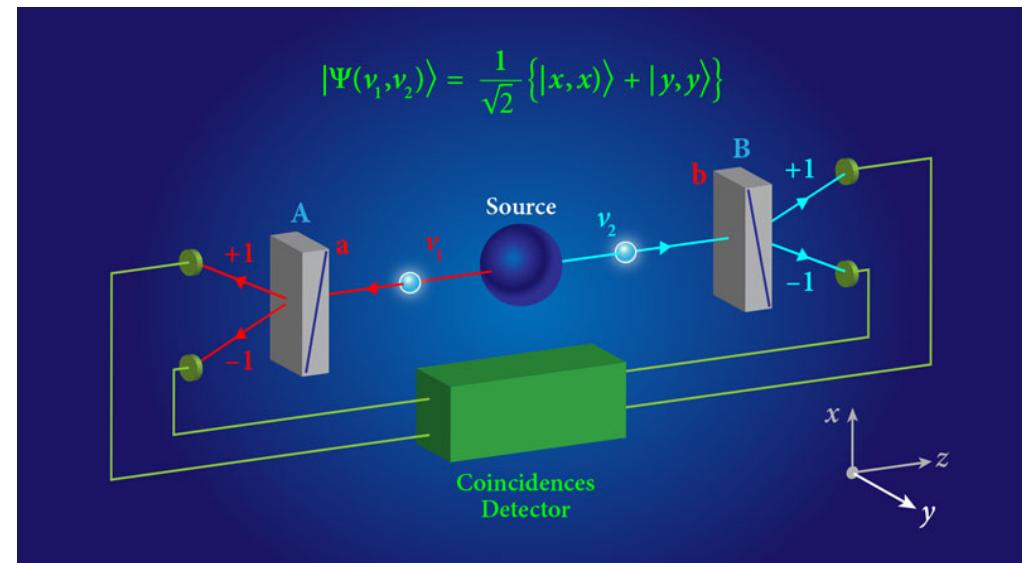
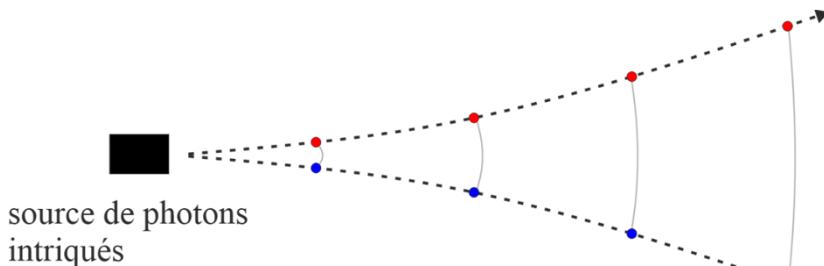


Les deux photons produits sont intriqués (corrélés)

- Paire de photons intriqués : l'état quantique d'un photon ne peut pas être décrit indépendamment de l'état de l'autre photon
- Etat classique (bit classique): état 0 ou 1
- qubit: état 0, 1, ou n'importe quelle superposition des deux $|\psi\rangle = a_0|0\rangle + a_1|1\rangle$
- Pour les photons, c'est la polarisation qui joue le rôle d'états de base $|0\rangle$ et $|1\rangle$

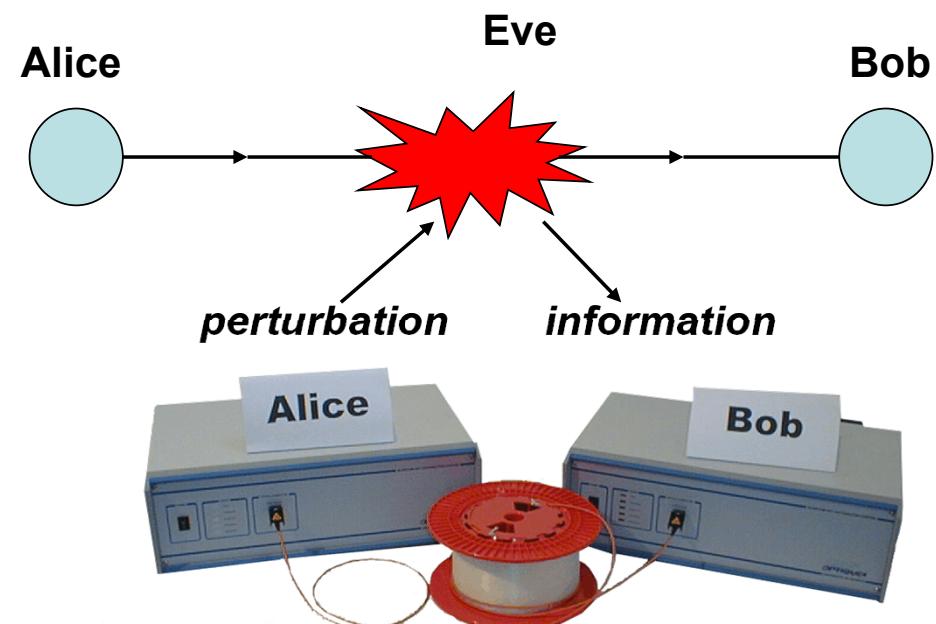
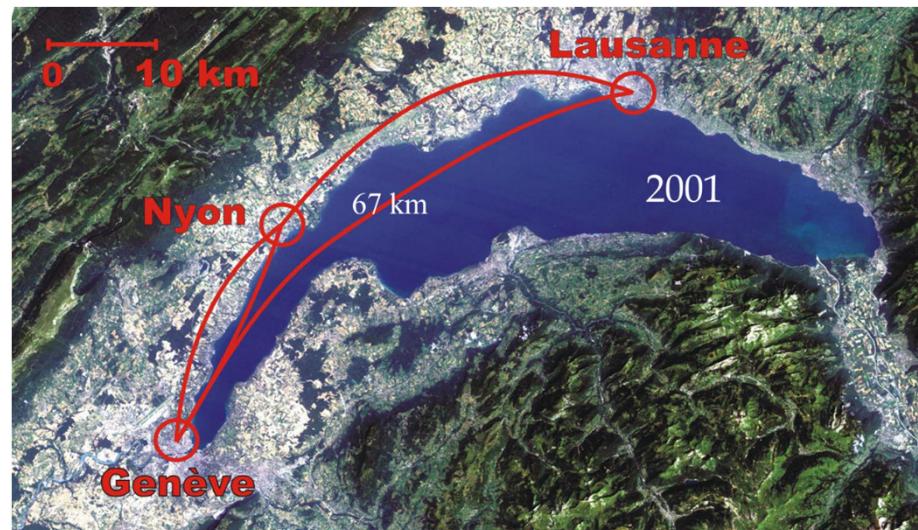
Communication quantique

- Si on a deux photons (2 qubits), on peut décrire l'état du système sur une base $|00\rangle, |10\rangle, |01\rangle$ et $|11\rangle$
- Si les photons sont intriqués, ils restent corrélés même s'ils se propagent à grande distance l'un de l'autre
- La statistique de la mesure doit suivre une distribution spécifiques; si on a interféré avec les photons, cette statistique n'est pas satisfaisante et on peut donc le découvrir



Communication quantique

- Réalisation de sources de photons uniques et démonstration d'un lien optique quantique
- Alice souhaite transmettre une information à Bob
- Si Eve espionne la ligne, dès qu'elle obtient de l'information, elle perturbe la mesure (les inégalités de Bell sont violées)



Ingénierie optique

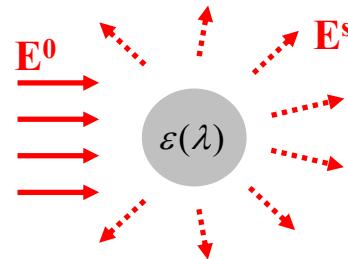
Semaine 10 – partie 4

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

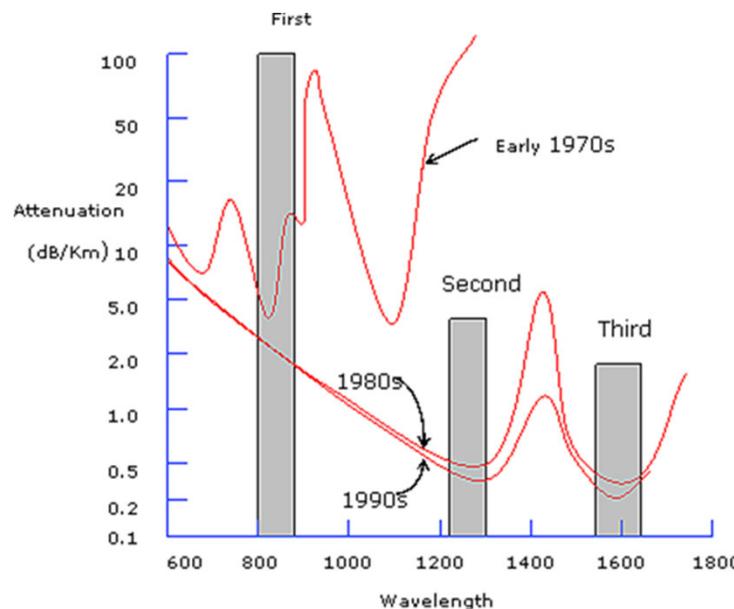


Diffusion de la lumière

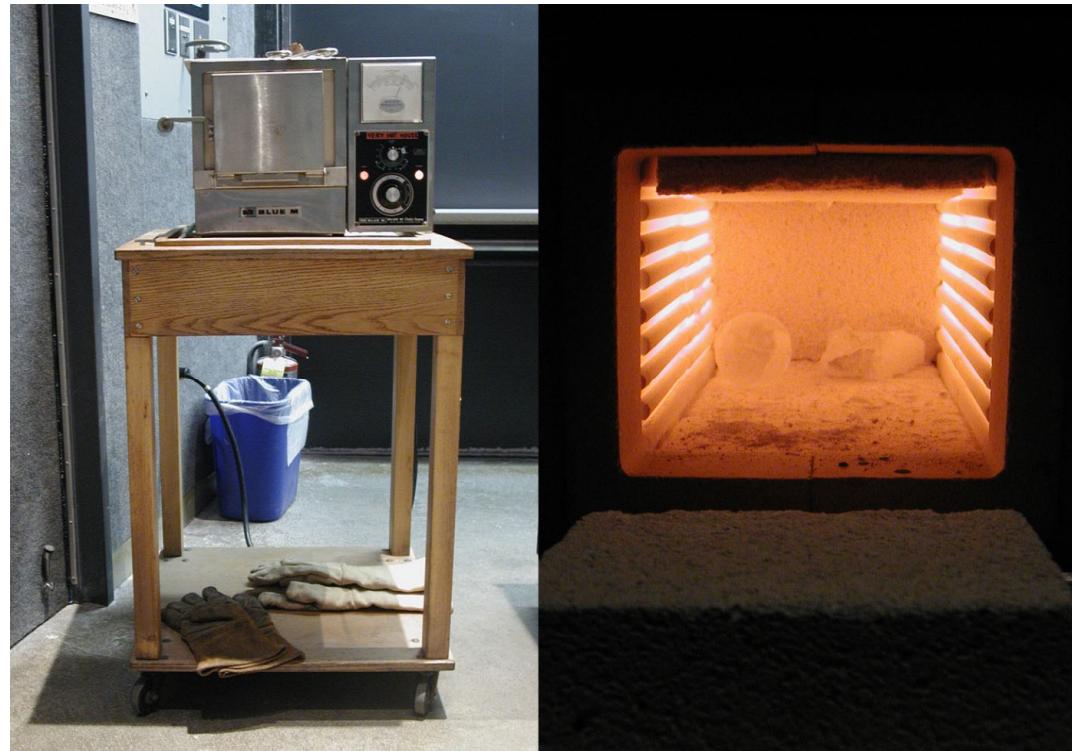
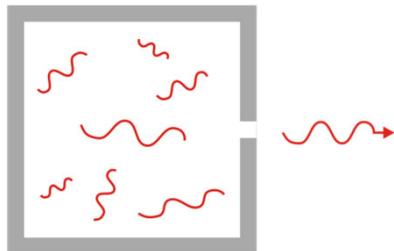
- Diffusion Rayleigh:
(pour de très petites particules, $R \ll \lambda$)
- Particulièrement efficace pour les petites longueurs d'onde



$$Q_{scat}(\lambda) = \frac{8}{3} \left(\frac{2\pi R}{\lambda} \right)^4 \left| \frac{\epsilon(\lambda) - 1}{\epsilon(\lambda) + 2} \right|^2$$



Emission thermique



- Corps noir:
 - objet idéal isolé de l'extérieur où toute radiation est absorbée

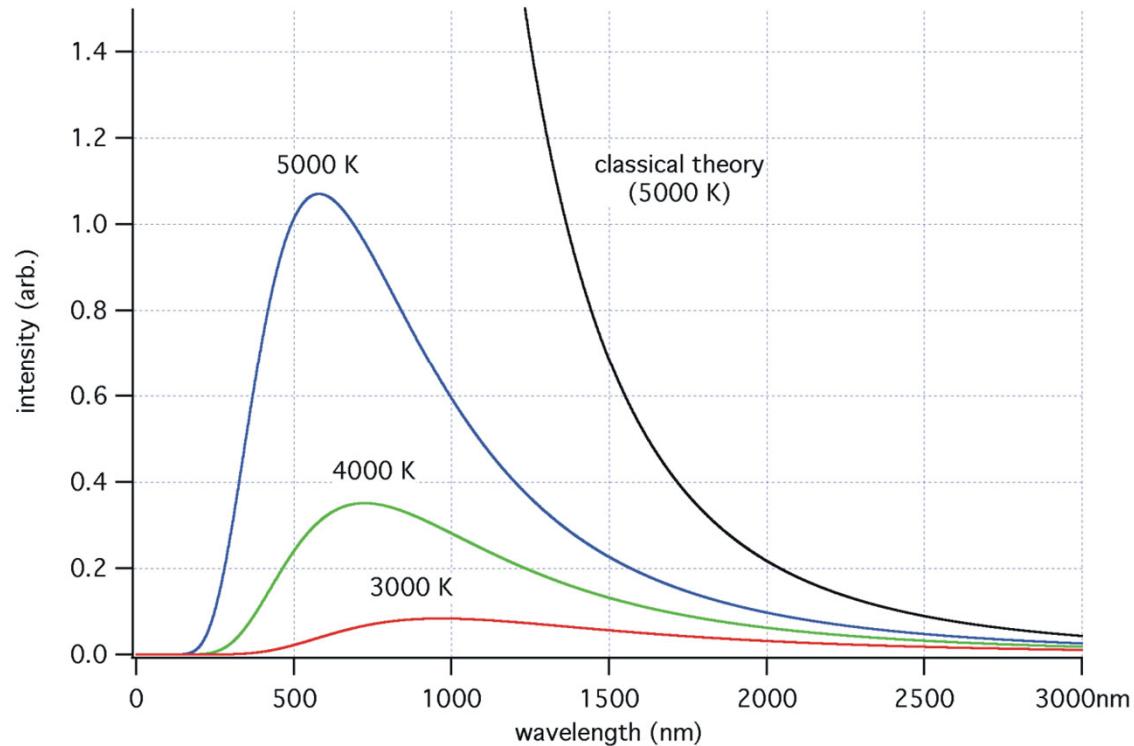
Emission thermique

- Selon la théorie de Rayleigh, le spectre d'émission d'un corps noir devrait diverger pour les longueurs d'onde courtes (catastrophe ultraviolette):

$$B_{\lambda T} = \frac{2cKT}{\lambda^4}$$

- Planck a développé la théorie quantique du rayonnement, qui ne diverge pas:

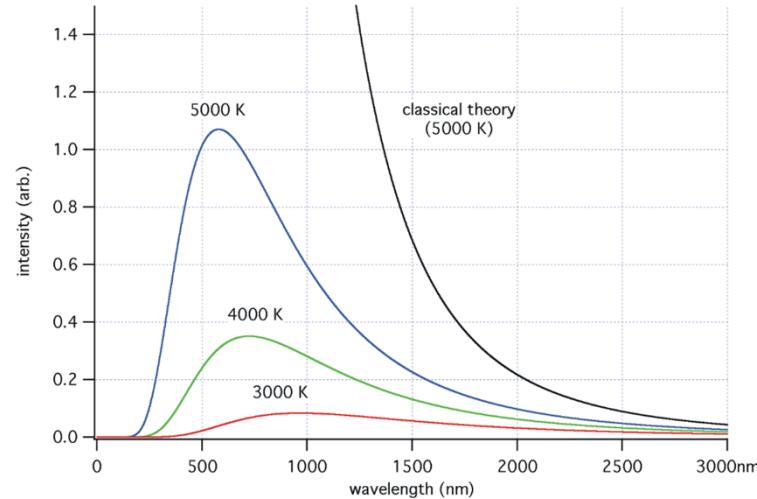
$$B_{\lambda T} = \frac{2hc^2}{\lambda^5 [\exp(hc/\lambda KT) - 1]}$$



- Même s'ils ne sont pas des corps noirs idéaux la plupart des objets suivent cette loi au moins sur une partie du spectre

Emission thermique

$$B_{\lambda T} = \frac{2hc^2}{\lambda^5 [\exp(hc/\lambda KT) - 1]}$$



- Intensité intégrée sur le spectre: $I = \sigma T^4$ (loi de Boltzmann)

$$\sigma = 5.669 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$$

- Maximum d'émission:

$$\lambda_{\max} T = 2.8978 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$$

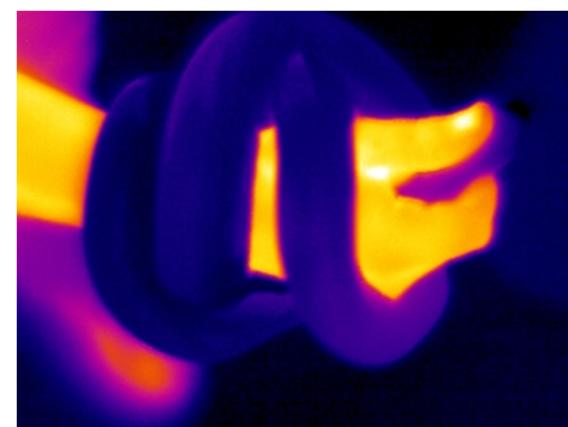
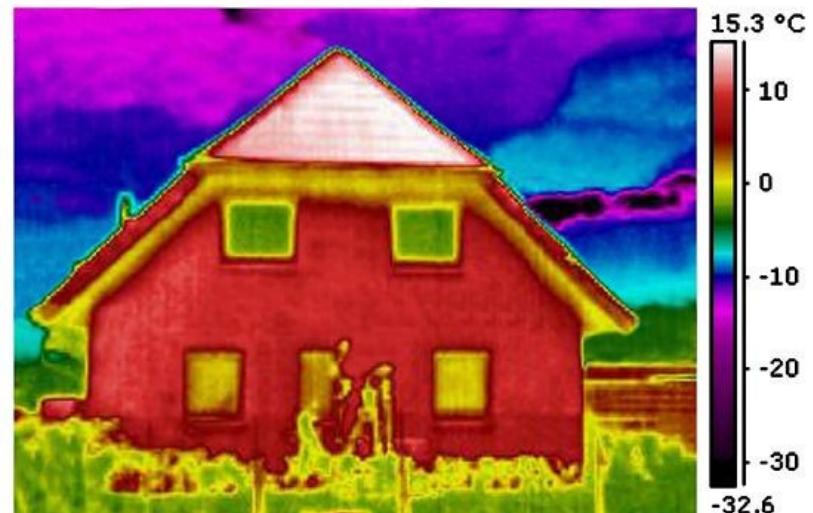
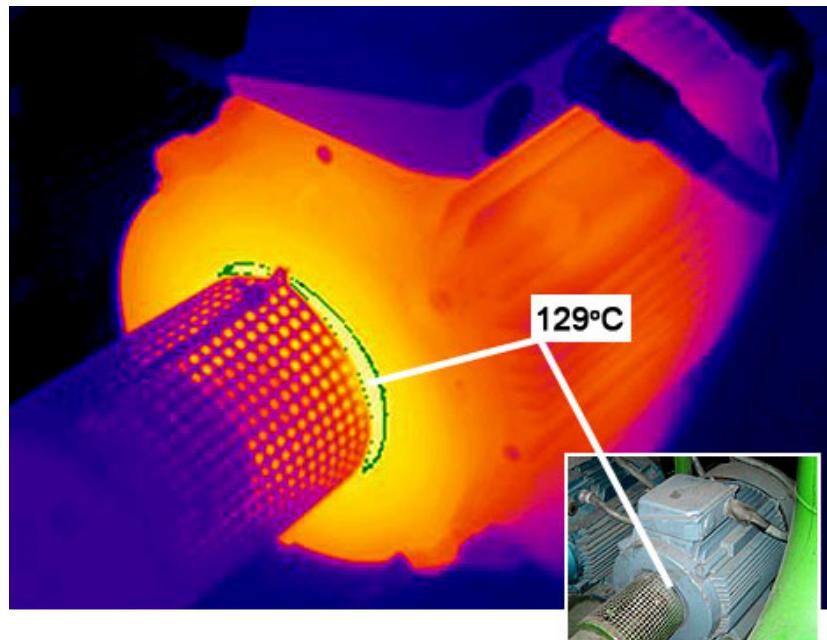
- Approximations:

$$B_{\lambda T} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \exp(-h\nu/KT) \quad \text{pour } h\nu \gg KT,$$

$$B_{\lambda T} = \frac{2KT\nu^2}{c^2} \quad \text{pour } h\nu \ll KT.$$

Thermographie (infrarouge)

- Permet de mesurer à distance les températures



Olivier J.F. Martin

Thermographie (infrarouge)

- Très large spectre d'applications:
 - sauvetage, localisation de victimes
 - recherche de foyer incendie ou de feu couvant
 - law enforcement
 - énergétique des bâtiments
 - localisation de court-circuit
 - mise en quarantaine



Ingénierie optique

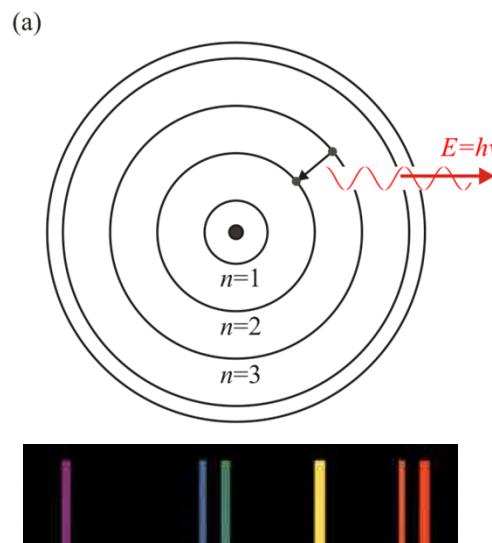
Semaine 10 – partie 5

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

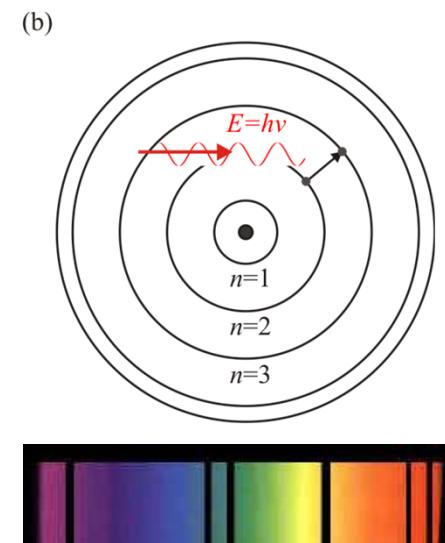


Niveaux d'énergie – Emission et absorption des photons

- Lorsqu'un électron est excité il peut se désexciter en émettant soit de la fluorescence (désexcitation rapide) soit de la phosphorescence (désexcitation lente)
- L'énergie du photon émis correspond à la différence d'énergie entre les niveaux correspondants
- Si un photon est absorbé, un électron passe vers un niveau d'énergie plus élevé



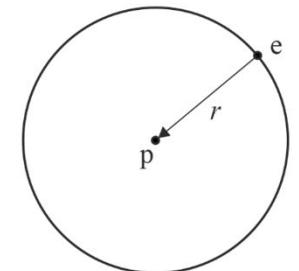
Spectre d'émission



Spectre d'absorption

Modèle de Bohr

- Atome d'hydrogène formé d'un proton avec un électron gravitant autour
- Orbite circulaire avec la force de Coulomb: $\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$
- Energie totale de l'électron: $E = E_c + E_p = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r}$
- Quantification du moment cinétique ($L = mvr$): $L = n \frac{\hbar}{2\pi} = n\hbar \quad n = 1, 2, 3, \dots$
- Quantification de la vitesse: $v = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{L} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2\pi e^2}{nh}$
- Et des niveaux d'énergie: $E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{me^4}{2n^2\hbar^2}$
- Orbites possibles: $r_n = 4\pi\varepsilon_0 \frac{n^2\hbar^2}{me^2}$ Rayon de Bohr: $a_0 = r_1 = 4\pi\varepsilon_0 \frac{\hbar^2}{me^2} \simeq 0.53 \text{ \AA}$



Modèle de Bohr – Energie du photon émis

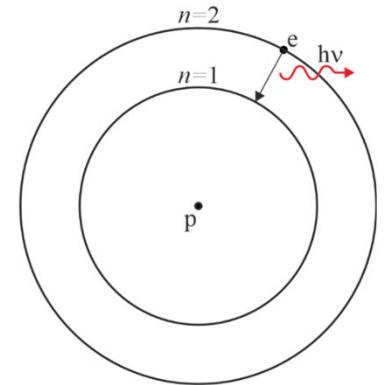
- Energie du photon émis: $\Delta E_{n \rightarrow n'} = E_n - E_{n'} = h\nu$

$$\Delta E_{n \rightarrow n'} = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \right)^2 \frac{me^4}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\lambda = \frac{hc_0}{\Delta E_{n \rightarrow n'}} = (4\pi\varepsilon_0)^2 \frac{4\pi\hbar^3 c_0}{me^4} \frac{n^2 n'^2}{n^2 - n'^2}$$

- Série de Balmer: $\lambda = \frac{bn^2}{n^2 - 4}$ $n = 3, 4, 5, \dots$ $b = 3'645.6 \text{ \AA}$
- Correspond parfaitement au cas $n' = 2$ et $n > 2$:

$$\lambda = (4\pi\varepsilon_0)^2 \frac{16\pi\hbar^3 c_0}{me^4} \frac{n^2}{n^2 - 4}$$



Johann Jakob Balmer
(1825 – 1898)

Modèle de Bohr – Constante de structure fine

- Rapport de la vitesse de l'électron à la vitesse de la lumière:

$$\frac{v}{c_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{n\hbar c_0}$$

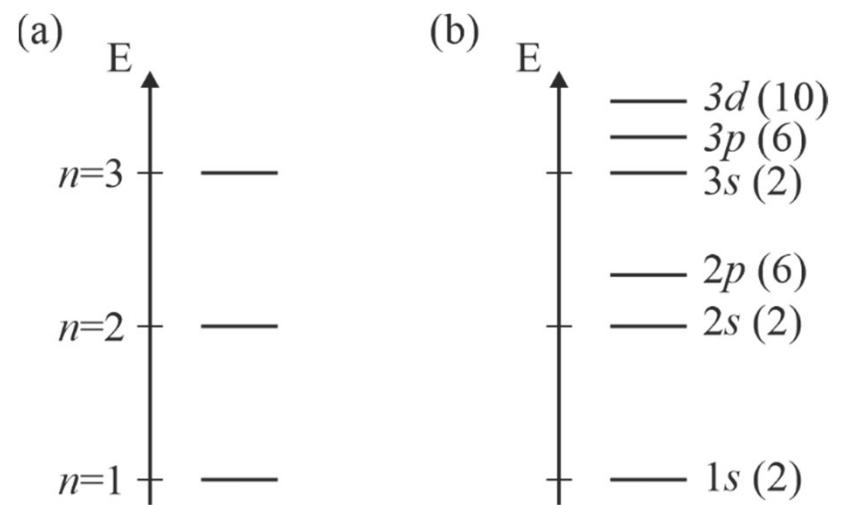
- En calculant pour $n = 1$:

$$v/c_0 = 0.007297 \quad \alpha = 1/137$$

- Décrit le couplage entre électrons et photons

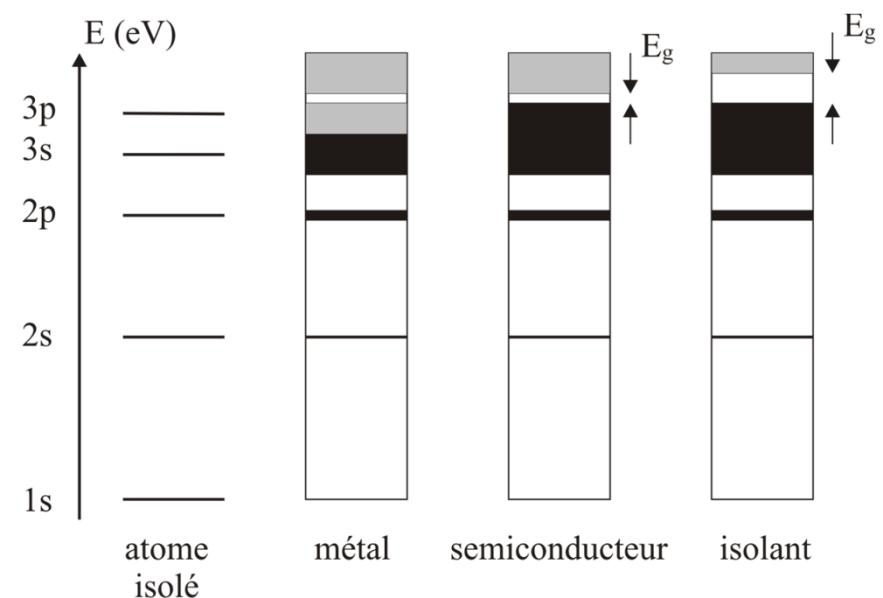
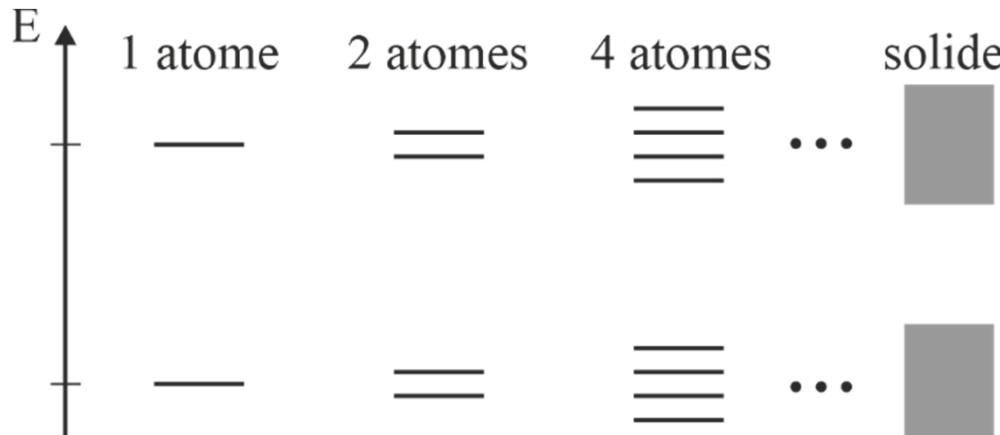
Au-delà du modèle de Bohr

- Dans le modèle de Bohr, l'énergie ne dépend que du nombre quantique principal n
- Pour chaque nombre quantique principal il existe des nombres quantiques azimutaux $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ (orbites s, p, d, f, g, \dots)
- pour chaque nombre quantique azimutal, il existe $2l + 1$ nombres quantiques magnétiques $m = -l, -l + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, l - 1, l$
- Finalement, il existe deux valeurs pour le moment angulaire intrinsèque de l'électron (spin) $m_s = \pm 1/2$
- Pour une valeur du nombre quantique principal, il y a donc $2n^2$ niveaux possibles



Niveaux d'énergie: de l'atome au solide

- Le principe d'exclusion de Pauli interdit que deux électrons se trouvent dans le même état (avec exactement les mêmes nombres quantiques)
- En augmentant le nombre d'atomes, on augmente le nombre d'états électroniques, jusqu'à l'apparition de bandes d'énergie pour les solides (au lieu de niveaux discrets)



- Bande de valence, de conduction, bandgap, dopants

Ingénierie optique

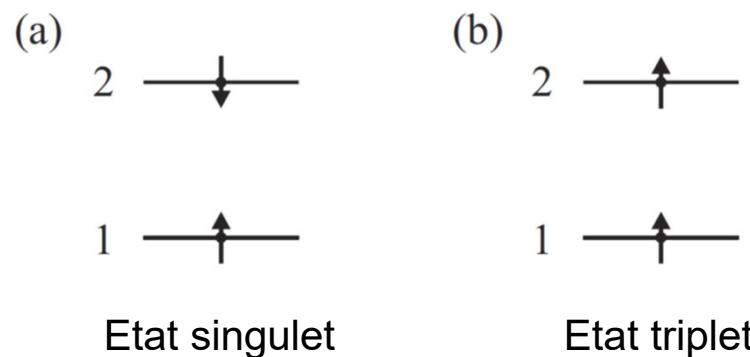
Semaine 10 – partie 6

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Etat triplet et singulet

- Le principe d'exclusion de Pauli interdit à deux électrons d'être dans le même état quantique (i.e. d'avoir la même énergie **et** le même spin)
- Ainsi, si l'électron excité a le même spin que l'électron se trouvant au niveau fondamental, il est très peu probable qu'il se désexcite (car alors les deux électrons se retrouveraient dans le même état quantique)
- La désexcitation est tout de même possible mais prendra beaucoup de temps



Fluorescence et phosphorescence

- Lorsqu'un électron est excité, il se retrouve généralement dans un état d'énergie élevé et passe par plusieurs niveaux d'énergie successifs avant de retomber au niveau fondamental en émettant de la lumière
- Chaque niveau électronique peut se décomposer en plusieurs niveaux vibrationnels; il existe donc plusieurs chemins de désexcitation possibles (élargissement des lignes spectrales)

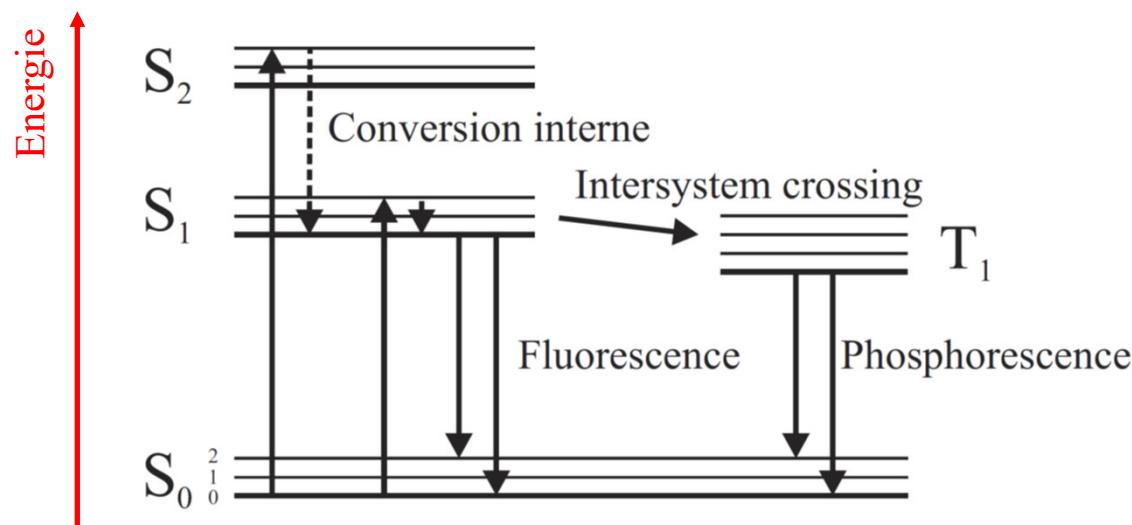
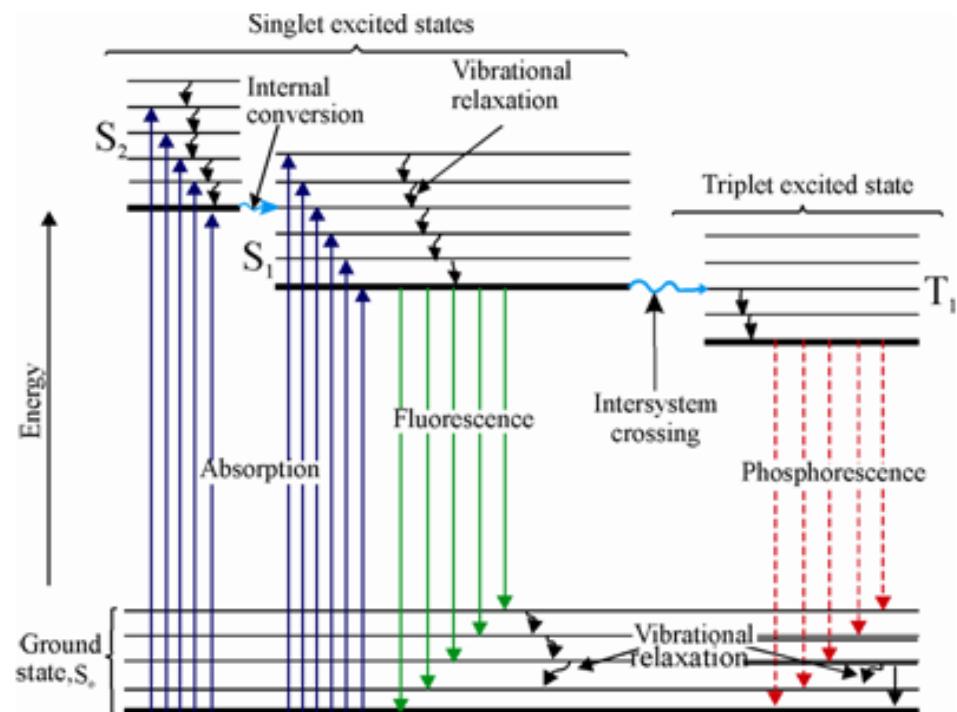


Diagramme de Jablonski

- Permet de déterminer toutes les transitions optiques possibles, en tenant compte de tous les niveaux énergétiques

Table 1: Average timescales for radiative and non-radiative processes

Transition	Time Scale	Radiative Process?
Internal Conversion	$10^{-14} - 10^{-11}$ s	no
Vibrational Relaxation	$10^{-14} - 10^{-11}$ s	no
Absorption	10^{-15} s	yes
Phosphorescence	$10^{-4} - 10^{-1}$ s	yes
Intersystem Crossing	$10^{-8} - 10^{-3}$ s	no
Fluorescence	$10^{-9} - 10^{-7}$ s	yes



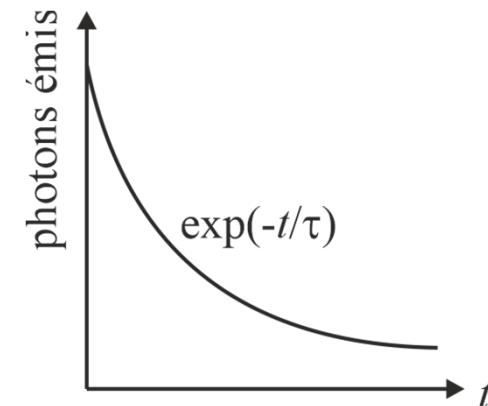
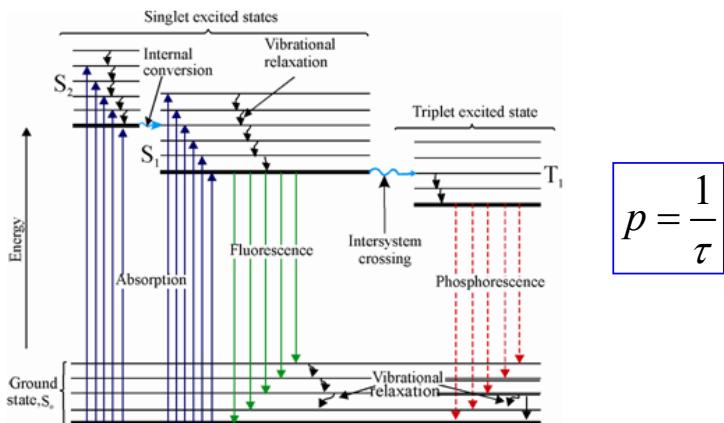
www.quora.com

Taux d'émission: Fluorescence $\sim 10^8$ s $^{-1}$, Phosphorescence entre 1 et 10 3 s $^{-1}$

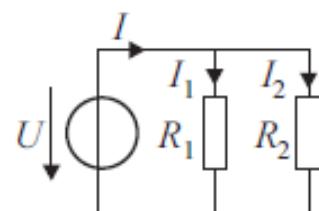
Olivier J.F. Martin

Durée de vie et taux d'émission

- On caractérise une transition optique soit par sa durée de vie τ (unités [s]) soit par son taux de transition p (unités [s^{-1}]), écrit aussi parfois γ ou Γ
- La population du niveau excité décroît de façon exponentielle:



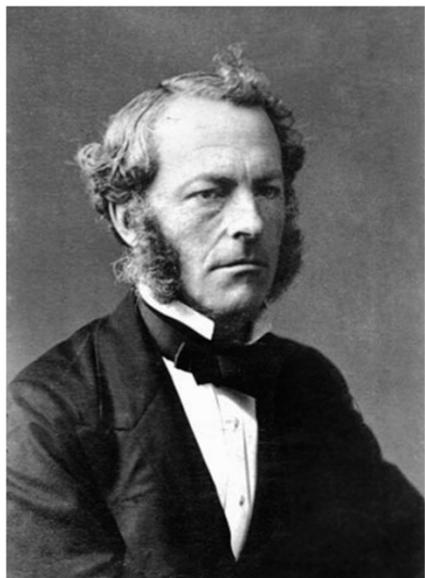
- Si un état excité a plusieurs canaux de dé-excitation, on additionne les taux de chaque canal pour avoir le taux de transition total (comme pour les résistances en parallèle):



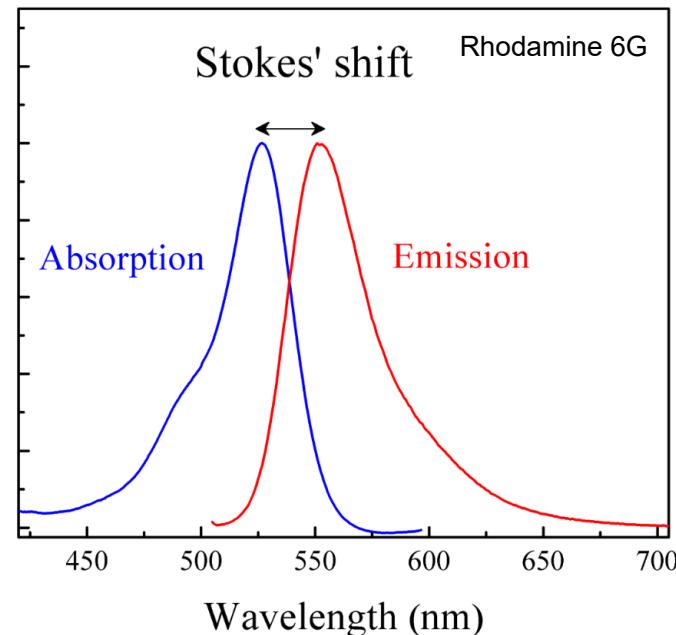
$$I = I_1 + I_2 \quad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Spectres d'absorption et d'émission

- Il y a toujours une différence d'énergie entre l'absorption et l'émission (fluorescence ou phosphorescence), on parle de Stokes'shift



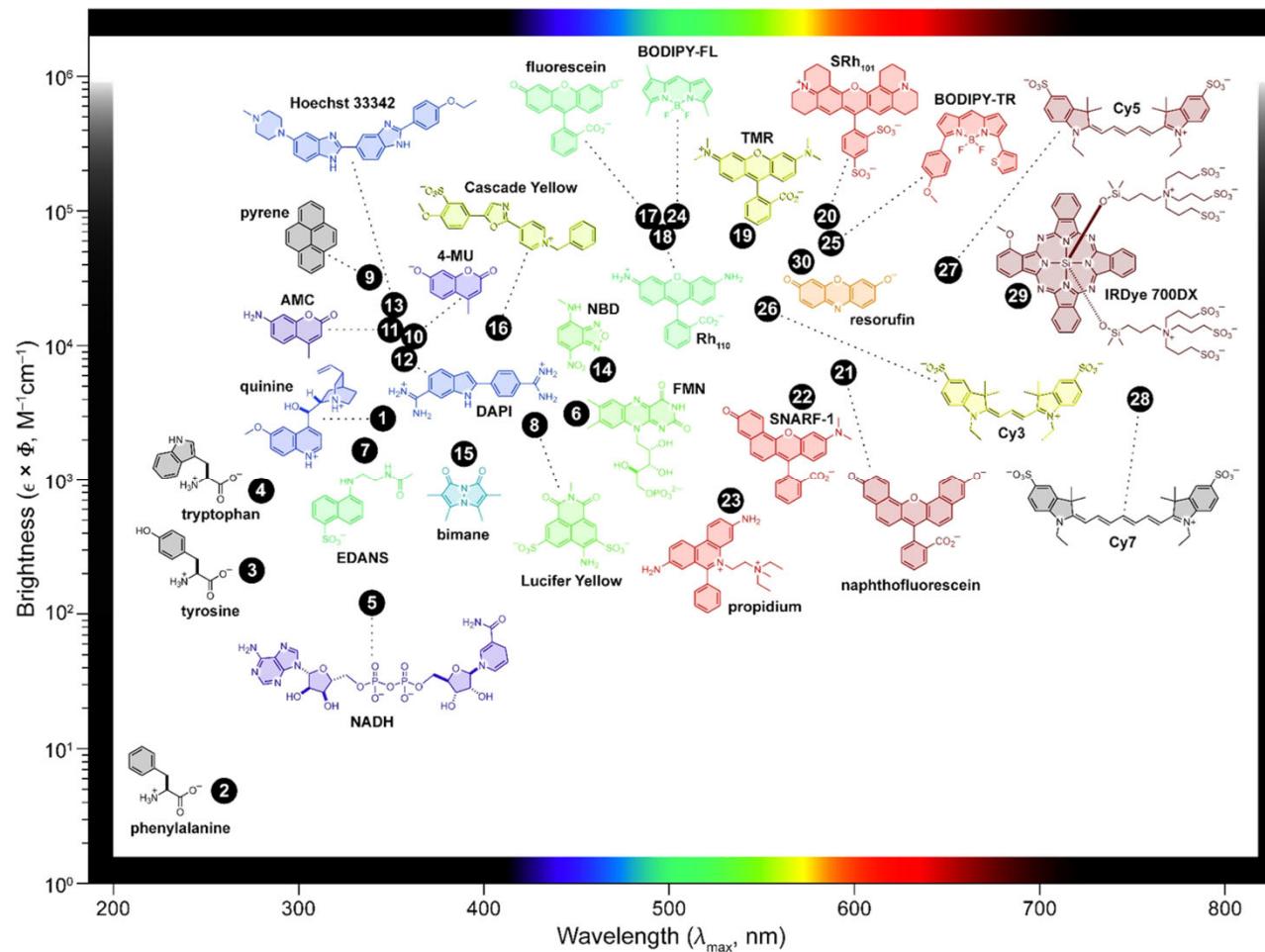
George Gabriel Stokes
(1819 – 1903)



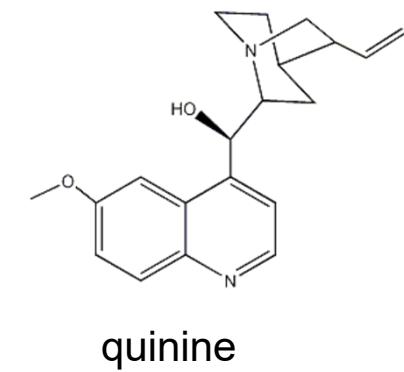
- On introduit aussi l'efficacité quantique q_0 (quantum yield) qui exprime le nombre de photons émis (par fluorescence) pour un photon absorbé; en général $q_0 \approx 1$

Fluorescence

- Une immense variété de molécules fluorescentes existe



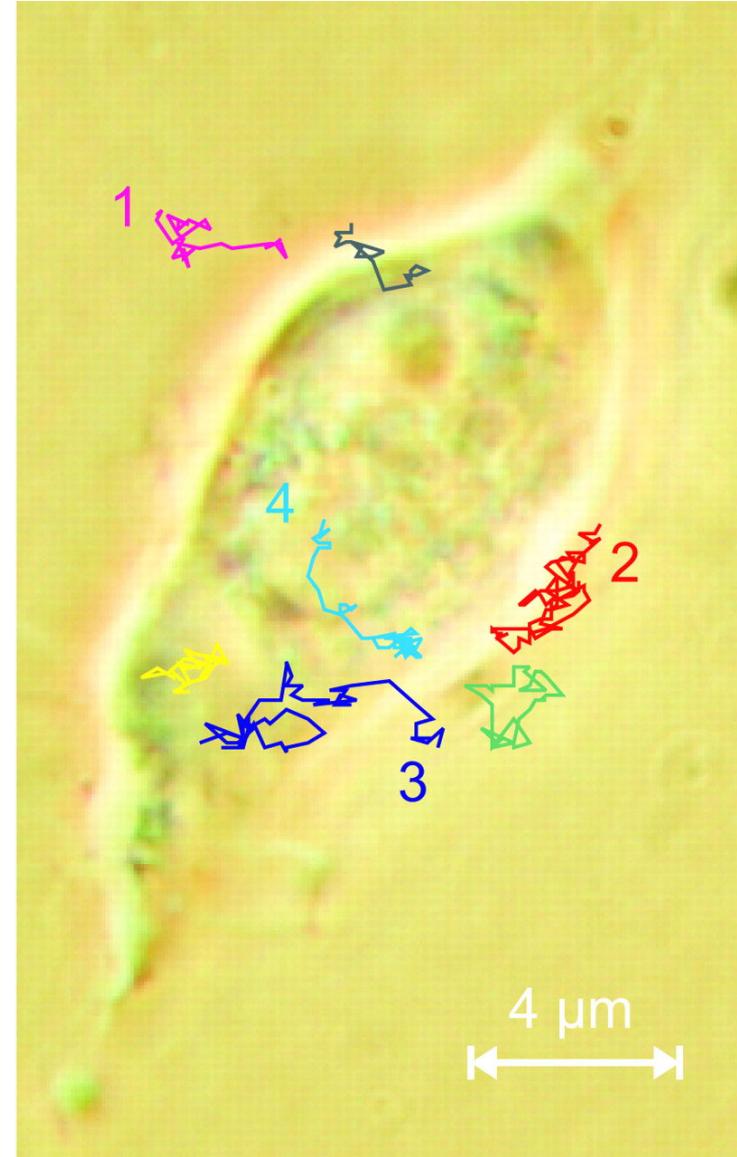
American Chemical Society



Olivier J.F. Martin

Microscopie par fluorescence

- Trajet d'un virus marqué par une molécule fluorescente alors qu'il essaye d'infester une cellule

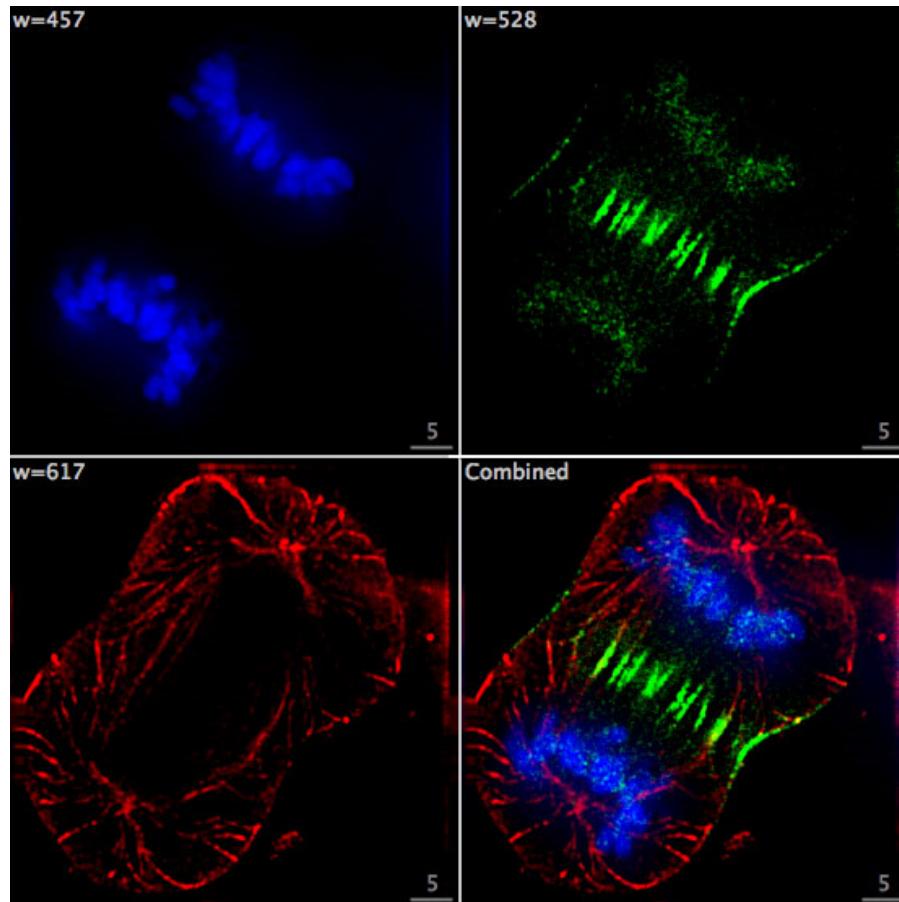


Science vol. 294, p. 1929 (2001)

Olivier J.F. Martin

Microscopie par fluorescence

- Souvent on combine des images avec différentes molécules qui fluorescent à différentes longueurs d'onde et se fixant sur des organelles spécifiques
- Cellule cancéreuse humaine: bleu – ADN, vert – protéine particulière, rouge – microtubules

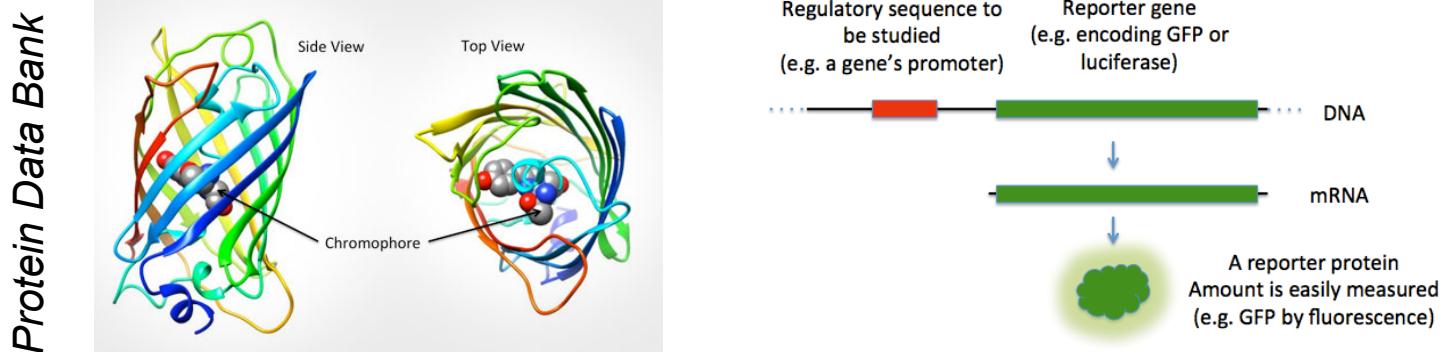


Nikon www.microscopyu.com

Olivier J.F. Martin

Biological assay

- GFP (green fluorescent protein), une protéine qui peut être générée par un organisme vivant
- On peut ajouter le gène qui code pour GFP (reporter gene) à un autre gène que l'on souhaite étudier



- Si cet autre gène est produit par l'organisme («exprimé»), la GFP est aussi produite et l'organisme produit un signal de fluorescence vert

Biological assay

- Souris exprimant GFP

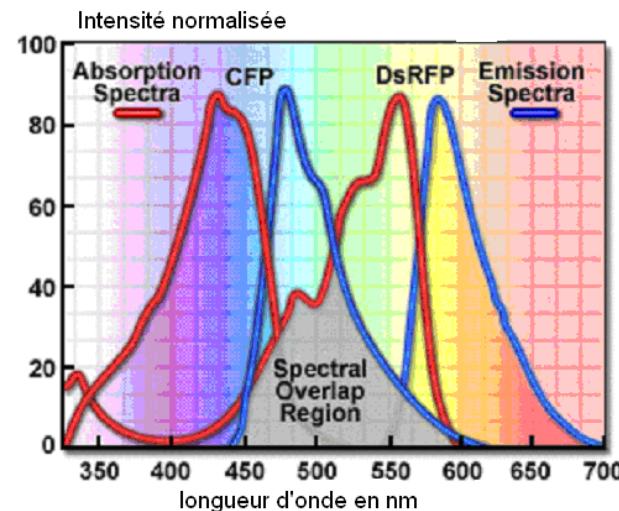
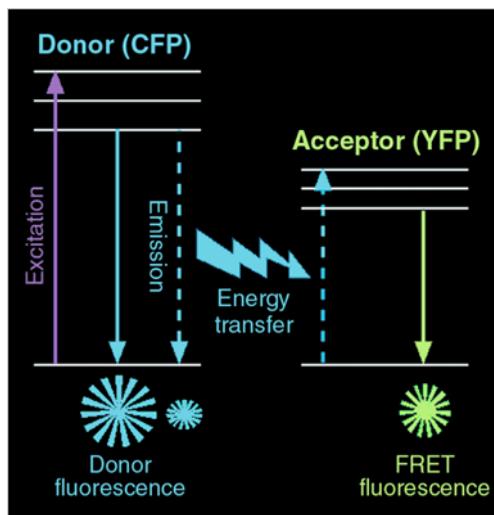


Wikimedia

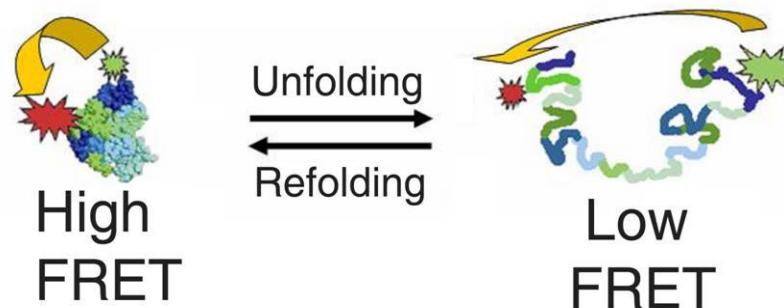
Olivier J.F. Martin

FRET et transfert de Förster

- Couplage entre deux molécules et transfert d'énergie de l'une vers l'autre, dépend très fortement de la distance



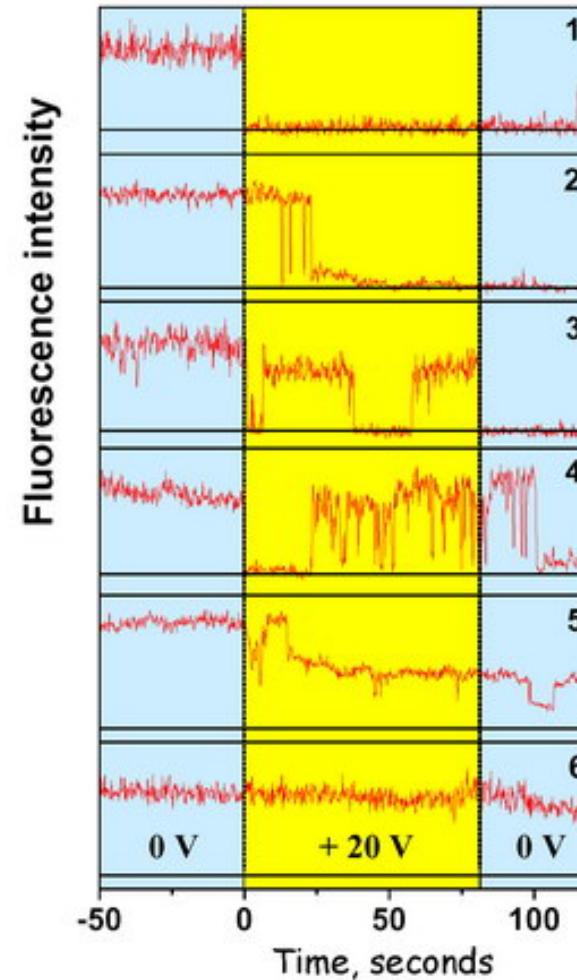
- Permet d'étudier la conformation de protéines en marquant deux extrémités



Olivier J.F. Martin

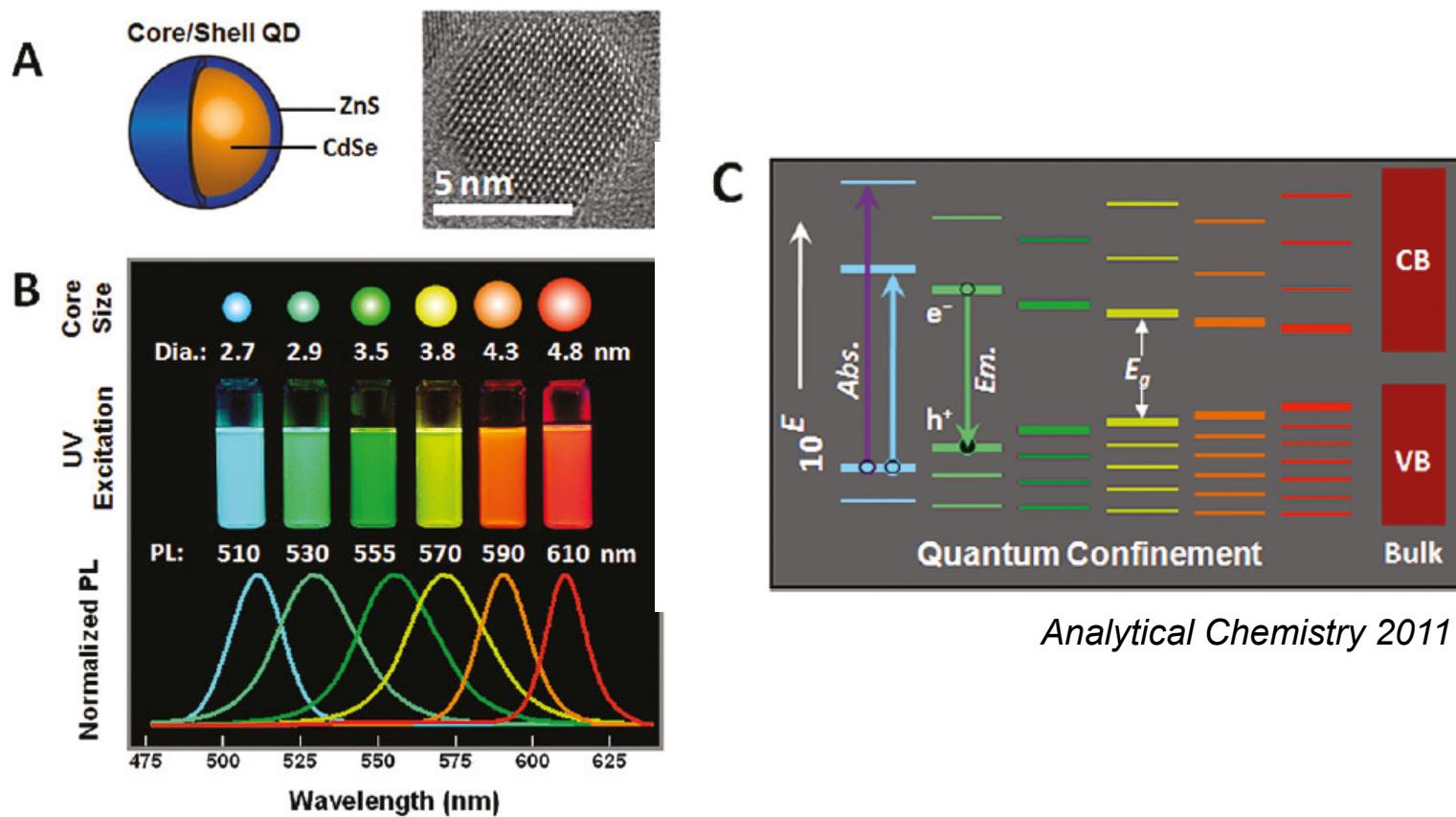
Quantum dots (boîtes quantiques)

- La fluorescence de molécules est très sensible à l'environnement
- Elle peut s'interrompre (clignoter=blinking) ou même s'arrêter complètement (quenching)
- Cela rend le signal difficile à interpréter
- Une boîte quantique est moins sensible à ce phénomène et produit aussi un signal lumineux



Quantum dots (boîtes quantiques)

- Généralement un cœur en semiconducteur entouré d'une couche protectrice permettant la dispersion dans l'eau



Analytical Chemistry 2011

Ingénierie optique

Semaine 11 – partie 7

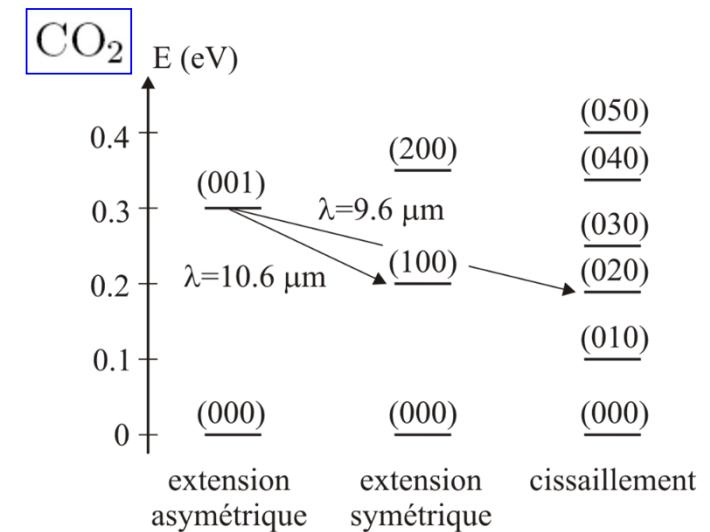
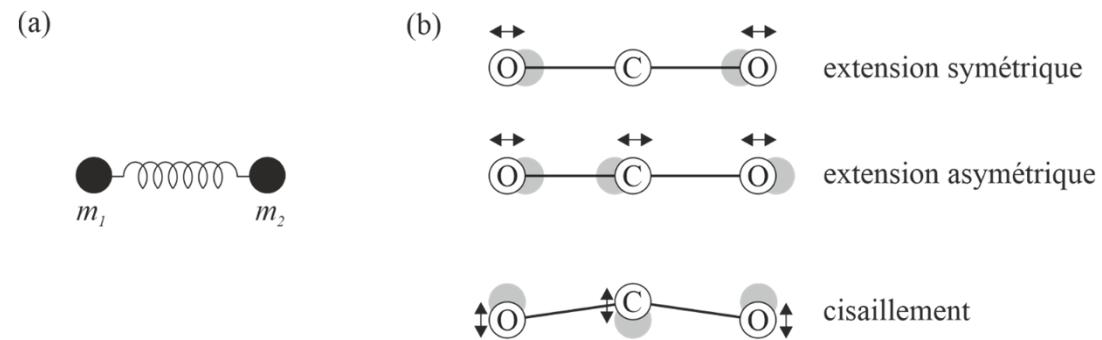
Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Niveaux vibrationnels

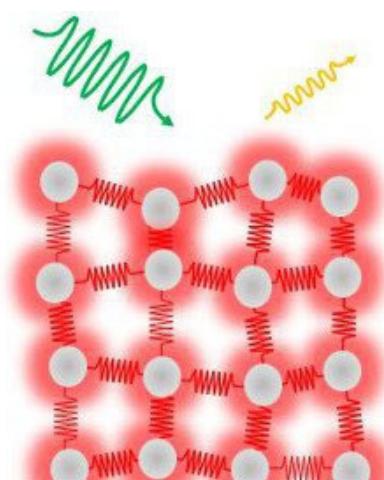
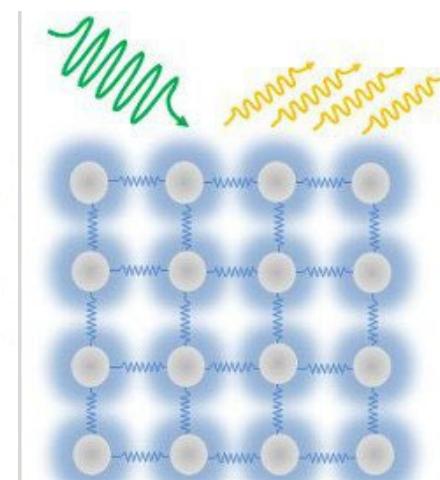
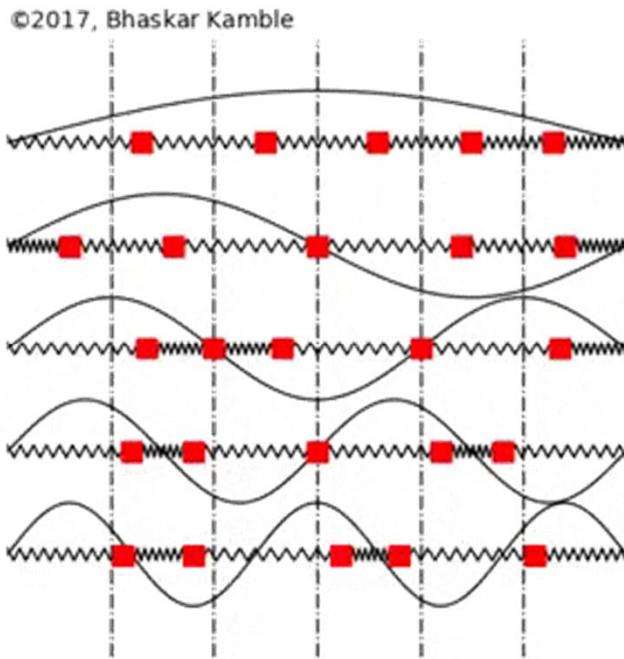
- Jusqu'à présent, nous avons considéré uniquement les niveaux électroniques
- Pour une molécule, il existe aussi des niveaux
 - vibrationnelles (infrarouge)
 - rotationnelles (infrarouge lointain)
- Les niveaux vibrationnels et rotationnels se comprennent comme des niveaux "mécaniques", avec une énergie bien déterminée

Mode	$\tilde{\nu}$ [cm ⁻¹]	ν [THz]	λ [\mu m]	E [meV]
extension symétrique	1'388	41.6	7.2	172.0
extension asymétrique	2'349	70.4	4.2	291.2
cisaillement	667	20	15	82.7



Niveaux vibrationnels

- Dans un solide aussi, il existe des vibrations mécaniques, on parle de phonons:

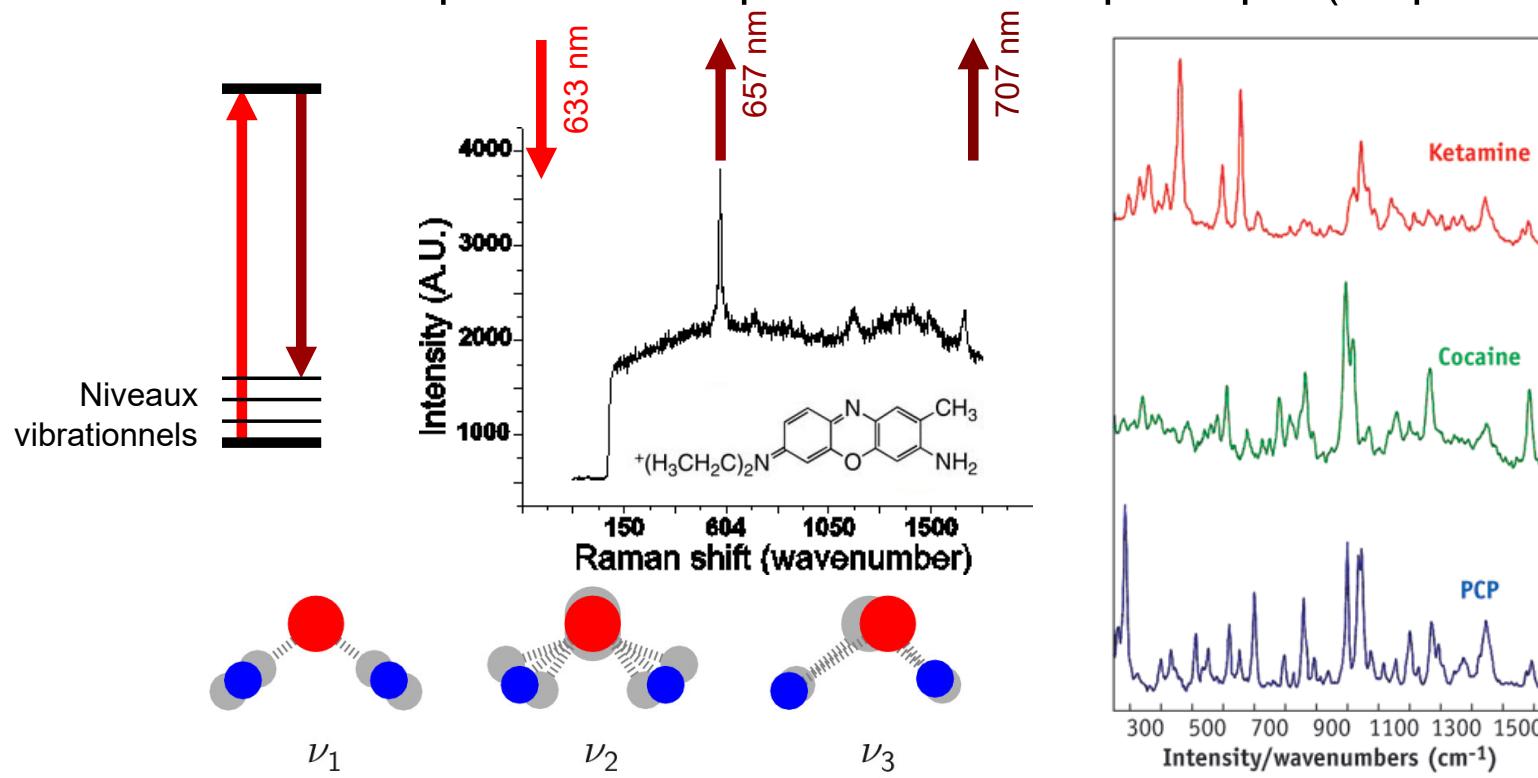


[quora.com](https://www.quora.com)

- Les photons interagissent avec ces vibrations, dans les molécules et les solides
- De la lumière est absorbée et excite les vibrations mécaniques

Spectroscopie Raman

- La spectroscopie Raman utilise directement ces niveaux vibratoires (on parle de diffusion inélastique de la lumière, phénomène peu efficace)
- Comme chaque molécule a des liaisons chimiques différentes, elle peut vibrer dans des modes différents et produire un spectre Raman spécifique (empreinte digitale)



Ingénierie optique

Semaine 11 – partie 8

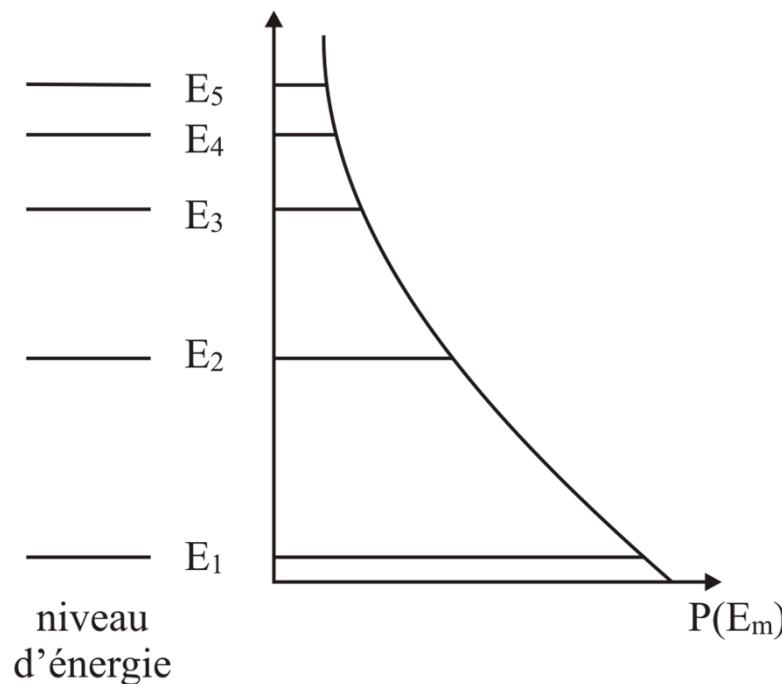
Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Occupation des niveaux d'énergie en fonction de la température

- Les niveaux sont donnés par la structure des atomes/molécules/solides
- Leur occupation dépend de la température et suit la loi de Boltzmann:

$$P(E_m) \propto \exp(-E_m/KT), \quad m = 1, 2, 3, \dots$$



Occupation des niveaux d'énergie en fonction de la température

- La distribution de Boltzmann correspond à une distribution par équipartitions
- Si on a N atomes, le rapport des populations dans les niveaux 1 et 2 est

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{KT}\right)$$

- Ce rapport dépend de la température; à $T = 0^\circ\text{K}$ tous les atomes sont dans le niveau fondamental
- En augmentant la température, la population des niveaux d'énergies supérieures augmente
- A l'équilibre, la population d'un niveau d'énergie donné est toujours plus grande que celle des niveaux d'énergies supérieures
- Ce n'est pas nécessairement le cas hors équilibre: il peut alors y avoir une inversion de population → lasage

Dépendance en température

- Dans un système quantique, on doit aussi tenir compte du principe d'exclusion de Pauli qui empêche qu'un état d'énergie/spin soit occupé par plus d'un électron
- La probabilité qu'un niveau d'énergie E soit occupé suit alors la distribution de Fermi-Dirac:

$$f(E) = \frac{1}{\exp((E - E_f)/KT) + 1}$$

- Au dessus de l'énergie de Fermi E_f , cette distribution s'approche de la distribution de Boltzmann
- Les transitions qui jouent un rôle en optique ont une énergie plus grande que l'énergie de Fermi

