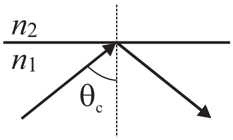
Ingénierie optique, série d'exercices 2, du 23 septembre 2024

Exercice 1 Compréhension immédiate du cours

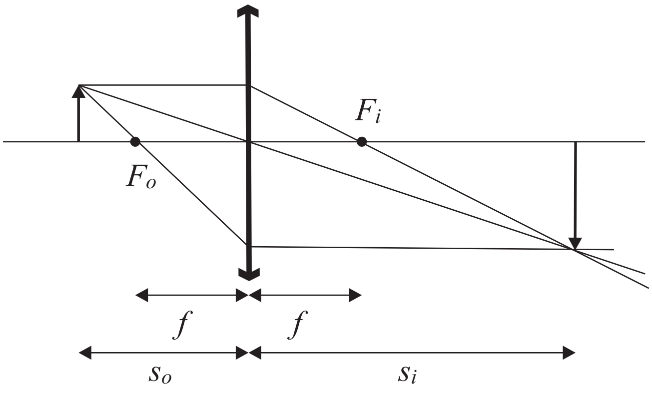
a) Une lentille de Fresnel produit-elle exactement le même faisceau lumineux qu'une lentille conventionnelle ?



b) On considère la réfraction de la lumière entre du verre ($n_1 = 1.5$) et de l'air ($n_2 = 1$). Calculer l'angle critique θ_c de réflexion totale.

c) Dans le cours, nous avons choisi une dépendance temporelle des ondes harmoniques $e^{+j\omega t}$. En fait, il s'agît d'un choix arbitraire et nous aurions pu choisir la dépendance $e^{-j\omega t}$ (la plupart des livres de physique font d'ailleurs ce choix, alors que les livres d'ingénierie prennent le signe "+" pour la partie temporelle, comme dans ce cours). Si nous avions pris le signe "−", est-ce que nous aurions obtenu une forme différente de l'équation d'Helmholtz (2.10) ?

Exercice 2



La formule de conjugaison des lentilles, Eq. (1.22) du polycopié,

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}\,, \tag{1}$$

relie la distance objet s_o et la distance image s_i pour une lentille de distance focale f.

Déduire cette formule en utilisant la figure ci–dessus et les matrices ABCD.

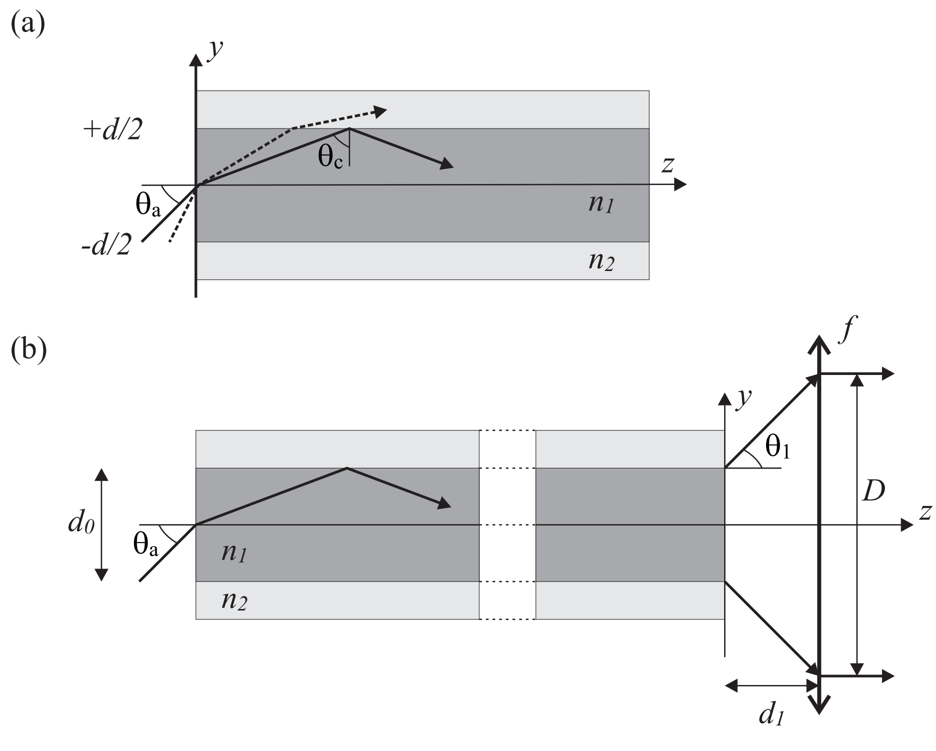
Indication : quel que soit l'angle d'incidence d'un rayon passant par le point objet, il passera par le point image.

Exercice 3

En utilisant l'indice de réfraction du verre BK7 donné Tab. 1.5 du cours ainsi que l'équation des lentilles minces (1.21), calculer la distance focale f d'une lentille bi-convexe ayant le même rayon $R = 10\,\text{cm}$ sur chacune des faces. On fera le calcul pour les trois longueurs d'ondes bleu, vert et rouge indiquées dans Tab. 1.5.

Peut-on utiliser cette lentille pour focaliser sans problème de la lumière blanche sur un photodétecteur dont la zone active a une épaisseur de $100\,\mu\text{m}$?

Exercice 4



La figure ci–dessus montre la section d'une fibre optique diélectrique (guide d'onde cylindrique). La lumière s'y propage par une succession de réflexions internes totales entre le coeur d'indice $n_1 = 1.50$ et la gaine d'indice $n_2 = 1.47$. Sur figure (a), on remarque que si l'angle d'acceptance θ_a est trop grand, la lumière arrive avec un angle incident trop petit sur l'interface entre les milieux n_1 et n_2 et n'est pas entièrement réfléchie, rayon en traitillé sur Fig. (a). Un tel rayon ne se propage pas dans la fibre. Si à l'opposé la lumière entre dans la fibre avec un angle $\theta_a = 0$, la lumière se propage en ligne droite dans la fibre. Il existe donc un angle d'acceptance θ_a maximum, tel que la lumière se propage par réflexion interne totale (tous les rayons incidents avec un angle entre 0 et θ_a se propagent dans la fibre).

Sur la figure (b), on considère une morceau de cette fibre de grande longueur (la partie en traitillé indique que la fibre se prolonge sur une certaine longueur), les deux extrémités de la fibre sont de l'air et le diamètre du coeur de la fibre est $d_0 = 1.0 \cdot 10^{-4}$ m.

a) Quel est l'angle d'acceptance maximum θ_a pour cette fibre (donner la réponse en radians).

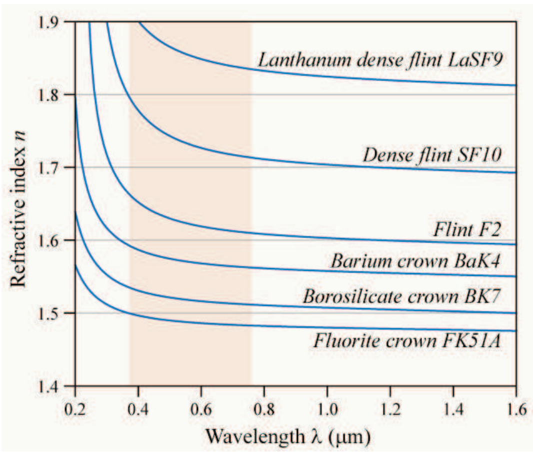
b) On considère un rayon entrant avec l'angle θ_a trouvé au point a), avec quel angle θ_1 ressort–il à l'autre extrémité de la fibre ? (On supposera que le rayon est réfléchi un nombre entier de fois entre l'entrée et la sortie de la fibre et que le rayon ressort au bord supérieur du coeur de la fibre, comme indiqué dans la figure ci–dessus.)

c) On place à l'extrémité de la fibre une lentille convergente de longueur focale $f = 0.1$ m. Utiliser les matrices ABCD pour calculer la distance d_1 à laquelle placer cette lentille en sorte que le rayon émergeant avec l'angle θ_1 ressorte parallèle à l'axe z après être passé à–travers la lentille. Expliquer votre démarche et indiquer toutes les matrices ABCD nécessaires au calcul.

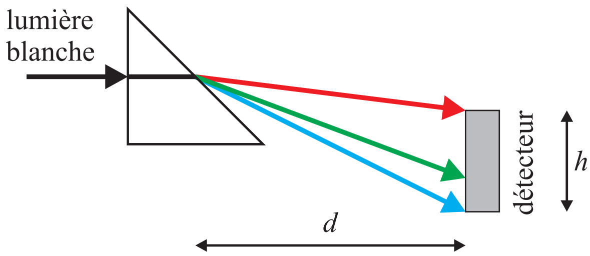
d) Utiliser les mêmes matrices ABCD pour déterminer la distance D entre le rayon sortant au bord supérieur de la fibre et celui sortant au bord inférieur de la fibre, comme indiqué dans la figure ci–dessus.

Exercice 5

(a)



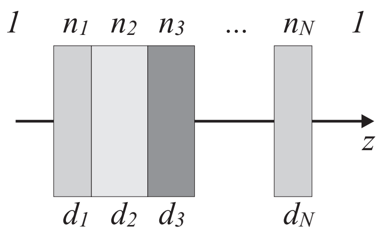
(b)



On utilise un prisme en verre Flint F2 pour disperser la lumière blanche à incidence normale sur un prisme de forme isocèle rectangle. Les indices de réfraction sont $n = 1.315$ pour le rouge ($\lambda = 630$ nm), $n = 1.33$ pour le vert ($\lambda = 510$ nm) et $n = 1.335$ pour le bleu ($\lambda = 475$ nm).

On souhaite disperser cette lumière sur un détecteur dont la surface sensible a pour dimension $h = 1$ cm. A quelle distance d faut–il placer le détecteur ?

Exercice 6 (pour ceux qui aiment vraiment les maths...)



On considère une série de N plaques diélectriques d'indice respectif n_i et d'épaisseur d_i placées dans l'air perpendiculairement à l'axe optique. Montrer par induction que la matrice de transfert s'écrit

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & \sum_{i=1}^{N} \frac{d_i}{n_i} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} . \tag{2}$$

<u>Indication</u> : pour comprendre le raisonnement à faire pour N plaques, on commence par montrer que la formule est correcte pour une seule plaque d'épaisseur d_1 et d'indice n_1. Ensuite, on montre comment on peut passer de ce résultat pour une plaque au résultat pour un système composé de deux plaques. Finalement on étudie le cas général en supposant la formule correcte pour N plaques et en montrant que l'on peut en déduire une formule semblable pour $N+1$ plaques. Chaque fois que l'on ajoute une plaque, on doit commencer par "annuler" la réfraction du système précédent en remplaçant la réfraction entre la plaque N et l'air par une réfraction entre la plaque N et la plaque $N+1$.