

Ingénierie optique I

Examen du 19 janvier 2016 – Série A

N'ouvrez pas la série avant le début de l'examen

Durée de l'examen, de 8: 15 à 10: 15

Avant de commencer, lisez attentivement les remarques suivantes :

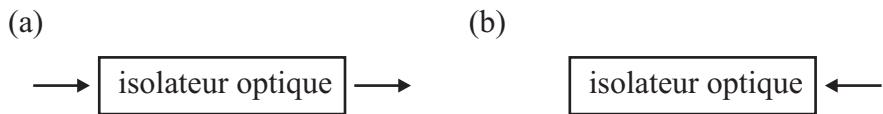
- Déposez votre carte Camipro sur la table.
- N'utilisez que des feuilles A4.
- Numérotez chaque feuille.
- Mettez votre nom en haut à droite de chaque feuille.
- A la fin de l'examen, rendez votre copie ainsi que la donnée ; mettez la donnée dessus.
- Ecrivez très lisiblement.
- N'utilisez pas de crayon, n'utilisez pas d'encre rouge.
- Donnez toujours d'abord les réponses analytiques (formules), puis – le cas échéant – les valeurs numériques.
- Lisez rapidement tous les problèmes et commencez par résoudre ceux pour lesquels vous vous sentez le plus à l'aise.

(tableau pour la correction, laisser vide)

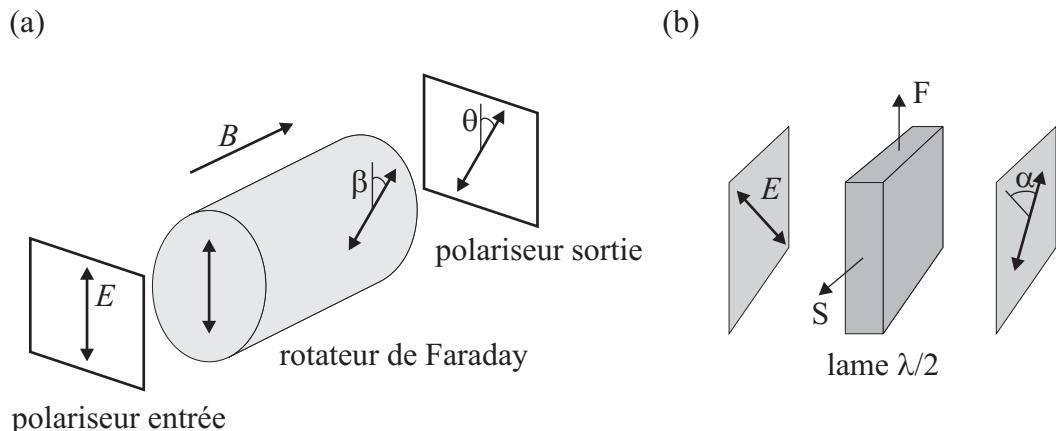
	points	visa
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Total :		

Exercice 1 (10 points)

Un isolateur optique est un composant qui laisse passer une onde plane incidente dans un sens (par exemple de gauche à droite dans la figure ci-dessous) et qui ne la laisse pas passer dans l'autre sens (de droite à gauche).



Un isolateur optique est composé d'un rotateur de Faraday entouré par deux polariseurs (polariseur d'entrée et polariseur de sortie), comme indiqué sur la figure (a) ci-dessous. Les axes des deux polariseurs font un angle θ l'un par rapport à l'autre. Pour cet exercice, on suppose que la longueur d'onde dans le vide est $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$; la longueur du rotateur de Faraday est $d = 1 \text{ cm}$.



- On suppose que la polarisation incidente est verticale. Quel doit être l'angle θ entre les deux polariseurs en sorte que la transmission soit maximale de gauche à droite et nulle de droite à gauche, faire un dessin qui montre l'évolution de la polarisation de l'onde pendant qu'elle se propage dans le système de gauche à droite et un autre dessin lorsqu'elle se propage de droite à gauche.
- Quel doit être dans ce cas l'angle de rotation β produit par le rotateur de Faraday ?
- Cet angle de rotation est donné par la formule $\beta = \mathcal{V}Bd$ où $\mathcal{V} = 134 \text{ rad/Tm}$ est la constante de Verdet. Calculer le champ d'induction magnétique B que l'on doit appliquer pour obtenir l'angle de rotation β calculé ci-dessus.
- Un cristal anisotrope peut aussi faire tourner la polarisation d'une onde plane le traversant. Par exemple, une lame demi-onde fait tourner la polarisation de $\alpha = 90^\circ$, comme illustré sur la figure (b) ci-dessus, où l'onde se propage de gauche à droite. On considère une lame demi-onde formée d'un cristal biréfringent dont la permittivité

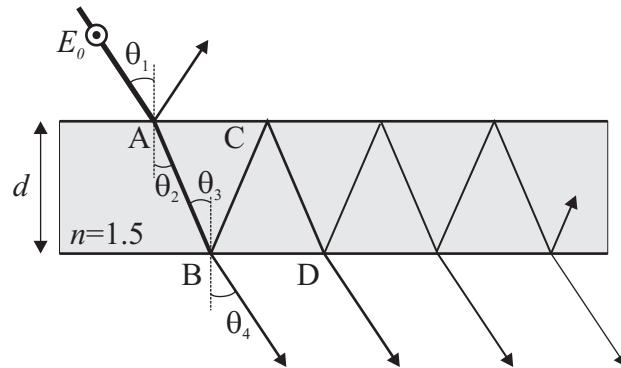
est donnée par

$$\epsilon = \epsilon_0 \begin{pmatrix} 2.3716 & 0 & 0 \\ 0 & 2.3716 & 0 \\ 0 & 0 & 2.4025 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Calculer les indices de réfraction ordinaire n_o et extraordinaire n_e de ce cristal.

- Quels sont les indices de réfraction associés aux axes rapide (F) et lent (S) pour une lame demi-onde fabriquée avec ce cristal, justifier la réponse.
- Calculer l'épaisseur minimale e de ce cristal biréfringent nécessaire à fabriquer une lame demi-onde.
- Dans la figure (b) ci-dessus, l'onde se propage de gauche à droite. Faire un dessin semblable pour la polarisation lorsque l'onde se déplace de droite à gauche.
- Pensez-vous que l'on puisse remplacer le rotateur de Faraday dans la figure (a) ci-dessus par une lame demi-onde pour réaliser un isolateur optique, justifier la réponse.

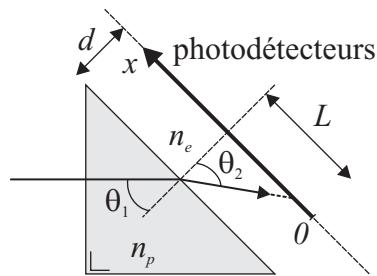
Exercice 2 (8 points)



On considère une lame mince de verre d'épaisseur $d = 10 \mu\text{m}$ et d'indice de réfraction $n = 1.5$ entourée par de l'air ($n = 1$). Une onde plane polarisée perpendiculairement au plan d'incidence (qui correspond au plan de la figure) est incidente avec un angle $\theta_1 = 30^\circ$. La longueur d'onde dans le vide est $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$ et l'amplitude du champ incident est $E_0 = 1$. Dans les calculs qui suivent, on ne tient pas compte de la phase acquise par l'onde durant son parcours dans la lame de verre.

- Calculer les angles θ_2 , θ_3 et θ_4 .
- Calculer les coefficients de Fresnel pour les ondes transmises et réfléchies au point A ainsi qu'au point B.
- Quelle est l'amplitude T_0 du champ de l'onde émergeant dans l'air au point B.
- Une partie de l'onde est réfléchie au point B et au point C puis émerge au point D. Calculer l'amplitude T_1 du champ de l'onde émergeant au point D.
- Comme indiqué sur la figure, l'onde peut être réfléchie un grand nombre de fois dans la lame de verre avant d'émerger vers le bas. Donner une formule pour l'amplitude T_k du champ de l'onde émergeant après qu'elle a été réfléchie $2k$ fois dans la lame de verre.

Exercice 3 (10 points)



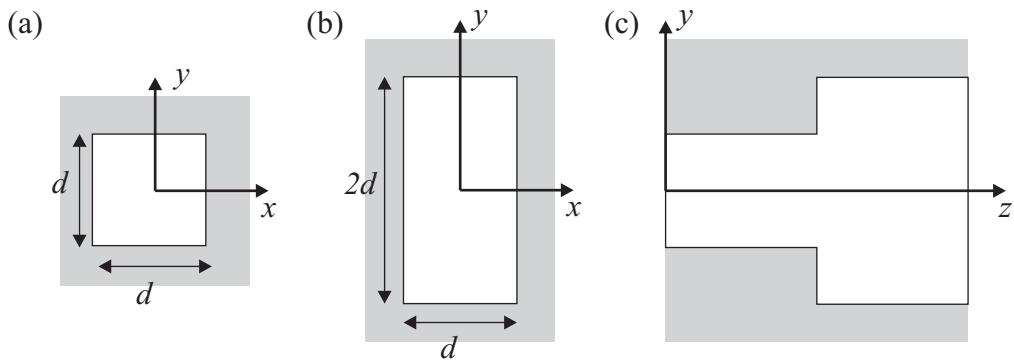
On considère le prisme ci-dessus fabriqué dans un matériau dont l'indice de réfraction $n_p(\lambda_0)$ change avec la longueur d'onde de la lumière dans le vide λ_0 :

$$n_p(\lambda_0) = n_0 + \frac{60}{\lambda_0}, \quad (2)$$

où la longueur d'onde est donnée en nanomètres et $n_0 = 1.1$. On considère un faisceau de lumière incident perpendiculairement sur le prisme depuis la gauche. Le faisceau est composé des trois longueurs d'ondes suivantes $\lambda_1 = 400 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 500 \text{ nm}$ et $\lambda_3 = 600 \text{ nm}$. On place une ligne de photodétecteurs à une distance $d = 100 \mu\text{m}$ du prisme, parallèle à la face du prisme, comme indiqué sur la figure ci-dessus. Cette ligne de photodétecteurs mesure selon l'axe x la position du rayon lumineux. La position $x = 0$ se trouve à $L = 188.9 \mu\text{m}$ par rapport à la normale du prisme.

- Dans un premier temps, on considère que le milieu environnant entre le prisme et le photodétecteur est de l'air ($n_e = 1$). Faire un dessin pour indiquer le trajet des rayons lumineux des trois longueurs d'ondes λ_1 , λ_2 et λ_3 entre le moment où ils entrent dans le prisme et ils arrivent sur le photodétecteur.
- Calculer pour chaque longueur d'onde l'angle θ_2 avec lequel le rayon émerge du prisme.
- Calculer la position x sur le photodétecteur pour chacun des rayons lumineux des trois longueurs d'ondes λ_1 , λ_2 et λ_3 .
- On souhaite utiliser ce dispositif pour mesurer l'indice de réfraction n_e du milieu environnant entre le prisme et le détecteur. En effet, lorsque n_e change, la position x où arrive le rayon lumineux sur le photodétecteur change. Calculer cette position x pour chacun des rayons lumineux λ_1 , λ_2 et λ_3 lorsque $n_e = 1.1$.
- Que se passe-t-il pour le rayon lumineux si $n_e = n_p$?
- Peut-on utiliser ce dispositif pour mesurer des environnements dont l'indice de réfraction n_e est supérieur à n_p , justifier la réponse ?

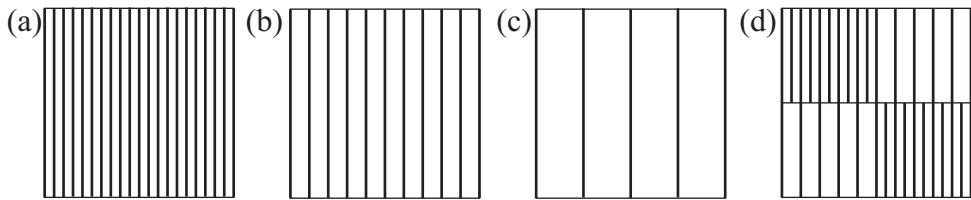
Exercice 4 (4 points)



On considère les deux guides d'onde miroirs ci-dessus. Le premier a une section carrée de dimension $d = \pi \mu\text{m}$, figure (a). Le second a une section rectangulaire $d \times 2d$, figure (b). Les guides sont remplis d'air et on travaille à la longueur d'onde $\lambda_0 = 2 \mu\text{m}$.

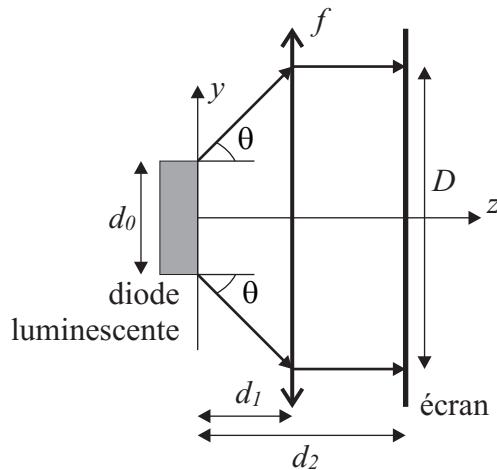
- a) Faire un dessin de la distribution des modes dans l'espace k_x-k_y pour le guide (a). Indiquer sur le dessin les différents paramètres nécessaires au calcul du nombre de modes, comme par exemple nk_0 , et calculer leurs valeurs numériques.
- b) Faire un dessin de la distribution des modes dans l'espace k_x-k_y pour le guide (b). Indiquer sur le dessin les différents paramètres nécessaires au calcul du nombre de modes et calculer leurs valeurs numériques.
- c) On s'intéresse au couplage entre ces deux guides, comme indiqué figure (c). Le couplage est favorisé entre le guide carré et le guide rectangulaire, si ces deux guides ont des modes semblables. Est-ce le cas, justifier la réponse ?
- d) Donner une estimation du nombre de modes du guide (a).
- e) On souhaite que le guide (a) supporte au moins 15 modes. Faut-il augmenter ou diminuer la longueur d'onde, justifier la réponse ?

Exercice 5 (5 points)



- On considère les trois objets ci-dessus (a), (b) et (c). Pour chaque objet, dessiner l'image obtenue dans le plan de Fourier.
- On considère maintenant l'objet figure (d). La distance entre les traits parallèles dans les parties denses est la moitié de la distance pour les parties moins denses. Dessiner l'image obtenue dans le plan de Fourier pour cet objet.
- Est-il possible d'utiliser un filtrage dans le plan de Fourier pour ne laisser passer que les parties denses ou que les parties moins denses, justifier la réponse ?
- Quelle image obtient-on pour l'objet (d) si on coupe l'ordre zéro et ne laisse passer que les ordres supérieurs ?

Exercice 6 (10 points)



Une diode luminescente de diamètre $d_0 = 10 \mu\text{m}$ émet un cône de lumière avec un angle $\theta = 17.9^\circ$ en direction d'un écran se trouvant à une distance $d_2 = 5 \text{ mm}$ de la diode. On souhaite placer une lentille de focale f à une distance d_1 de la diode en sorte que le cône de lumière forme une tache lumineuse de diamètre $D = 50 \mu\text{m}$ sur l'écran.

- Calculer les différentes matrices ABCD nécessaires à décrire le parcours de la lumière entre le moment où elle sort de la diode et elle atteint l'écran. Donner les formes analytiques de chaque matrice.
- Calculer la matrice résultante (forme analytique), décrivant le parcours total.
- On souhaite maintenant trouver la distance d_1 et la focale f ; est-il nécessaire d'utiliser la matrice résultante décrivant le parcours total, justifier la réponse ?

- d) Trouver les conditions nécessaires pour obtenir d_1 et f ; expliquer votre démarche.
- e) Calculer d_1 et f .
- f) Peut-on expliquer le résultat obtenu simplement en terme d'optique géométrique (faire un dessin) ?
- g) Les valeurs de d_1 et f dépendent-elles de d_2 , expliquer pourquoi ?