Conversion Électromécanique II

Corrigé: **Moteur synchrone – loi de similitude**

1. Couple moteur

Le phaseur de courant est donné par :

$$\underline{I} = \frac{\underline{U} - \underline{U}_i}{\underline{Z}_s} = \frac{\hat{U}\cos\epsilon + \jmath\hat{U}\sin\epsilon - \hat{U}_i}{\underline{Z}_s} \tag{1}$$

Le module de (1) est :

$$\hat{I} = \frac{\sqrt{(\hat{U}\cos\epsilon - \hat{U}_i)^2 + (\hat{U}\sin\epsilon)^2}}{Z_s} = \frac{\sqrt{\hat{U}^2 + \hat{U}_i^2 - 2\hat{U}\hat{U}_i\cos\epsilon}}{Z_s} \tag{2}$$

La formule générale pour le couple est :

$$M = \frac{3}{2}\frac{\hat{U}_i}{\Omega Z_s}\left[\hat{U}\cos(\varphi_s - \epsilon) - \hat{U}_i\cos\varphi_s\right] \tag{3}$$

avec $\omega = p\Omega$, $Z_s = \sqrt{R_s^2 + (\omega L_s)^2}$, $\varphi_s = \arctan(\omega L_s/R_s)$ et $\hat{U}_i = k_e\Omega$.

Les solutions numériques dans les cas $\epsilon = \epsilon_1$, $\epsilon = \epsilon_2$ et $\epsilon = \epsilon_m = \varphi_s$ sont (avec I en [A] et M en [mNm]) :

$\hat{I}_1$	$\hat{I}_2$	$\hat{I}_m$	M_1	M_2	M_m
1.71	1.71	2.12	46.40	-7.88	76.84

2. Couple moteur après la diminution des dimensions $k = 2$ fois en gardant la même densité de courant (indice ′)

Le quotient de résistances vaut :

$$R_s^* = \frac{R_s'}{R_s} = \rho^*\frac{l^*}{S^*} = 1\frac{\frac{1}{k}}{\frac{1}{k^2}} = k \tag{4}$$

Alors $R_s' = kR_s = 3\ \Omega$.

Le quotient de inductances vaut :

$$L_s^* = \frac{L_s'}{L_s} = (N^*)^2\Lambda^* = (N^*)^2\frac{\mu^* S^*}{l^*} = 1^2\frac{1\frac{1}{k^2}}{\frac{1}{k}} = \frac{1}{k} \tag{5}$$

Alors $L_s' = \frac{1}{k} L_s = 5$ mH.

Le quotient de l'amplitudes de flux dans une phase généré par les aimants vaut :

$$\hat{\Psi}^* = N^* \hat{\Phi}^* = N^* \hat{\Lambda}_e^* \Theta_a^* = N^* \frac{\mu^* S^*}{l^*} H_a^* l_a^* = 1 \frac{1 \frac{1}{k^2}}{\frac{1}{k}} 1 \frac{1}{k} = \frac{1}{k^2} \tag{6}$$

Ensuite, la tension induite dans une phase est :

$$u_i = \frac{d(\hat{\Psi} \sin \omega t)}{dt} = \omega \hat{\Psi} \cos \omega t = U_i \cos \omega t \tag{7}$$

alors $U_i = k_e \Omega = \omega \hat{\Psi}$ et finalement $k_e = p \hat{\Psi}$. Cela donne :

$$k_e^* = p^* \hat{\Psi}^* = 1 \frac{1}{k^2} = \frac{1}{k^2} \tag{8}$$

Alors $k_e' = \frac{1}{k^2} k_e = 6.25 \times 10^{-3}$ Vs. Les trois valeurs obtenues ne dépendent pas du régime de travail.

Si on garde la même densité de courant, le courant d'une phase vaut :

$$\hat{I}^* = \frac{\hat{I}'}{\hat{I}} = \hat{J}^* S^* = 1 \frac{1}{k^2} = \frac{1}{k^2} \tag{9}$$

Alors $\hat{I}' = \frac{1}{k^2} \hat{I}$. Par rapport au point 1, dans ce point l'amplitude du courant est connue et elle sera utilisée pour déterminer l'amplitude de la tension en connaissant l'angle ϵ. En inversant (2), l'équation pour la tension est :

$$\hat{U} = \hat{U}_i \cos \epsilon \pm \sqrt{Z_s^2 \hat{I}^2 - \hat{U}_i^2 \sin^2 \epsilon} \tag{10}$$

Les solutions numériques dans les cas $\epsilon = \epsilon_1$, $\epsilon = \epsilon_2$ et $\epsilon = \epsilon_m = \varphi_s$ sont (avec I en [A], U en [V] et M en [mNm]) :

$\hat{I}_1'$	$\hat{I}_2'$	$\hat{I}_m'$	$\hat{U}_1'$	$\hat{U}_2'$	$\hat{U}_m'$	M_1'	M_2'	M_m'
0.43	0.43	0.53	2.16	2.16	2.44	3.97	1.81	4.88

3. Couple moteur après la diminution des dimensions $k = 2$ fois en gardant la même temperature (indice $''$)

Dans ce point, $R_s'' = R_s'$, $L_s'' = L_s'$ et $k_e'' = k_e'$. On part de l'équation pour la temperature $T = P_j R_{th}$, avec $P_j = \rho J^2 V$ pertes Joule et R_{th} la resistance thermique équivalente. On prend l'approximation que la chaleur est évacuée uniquement par la convection sur la surface externe du moteur, alors $R_{th} = 1/(\alpha S)$ avec α le coefficient de la convection et S surface externe. On a :

$$T^* = \frac{T''}{T} = P_j^* R_{th}^* = \rho^* J^{*2} V^* \frac{1}{\alpha^* S^*} = 1 J^{*2} \frac{1}{k^3} \frac{1}{1 \frac{1}{k^2}} = J^{*2} \frac{1}{k} \tag{11}$$

La condition $T^* = 1$ donne $J^* = \sqrt{k}$ et en conséquence :

$$\hat{I}^* = \frac{\hat{I}''}{\hat{I}} = \hat{J}^* S^* = \sqrt{k} \frac{1}{k^2} = \frac{\sqrt{k}}{k^2} \tag{12}$$

Alors $\hat{I}'' = \frac{\sqrt{k}}{k^2} \hat{I}$. La tension est déterminée en appliquant (10) et le couple en appliquant (3).

Les solutions numériques dans les cas $\epsilon = \epsilon_1$, $\epsilon = \epsilon_2$ et $\epsilon = \epsilon_m = \varphi_s$ sont (avec I en [A], U en [V] et M en [mNm]) :

$\hat{I}''_1$	$\hat{I}''_2$	$\hat{I}''_m$	$\hat{U}''_1$	$\hat{U}''_2$	$\hat{U}''_m$	M''_1	M''_2	M''_m
0.60	0.60	0.75	2.81	2.81	3.26	5.59	2.76	6.97