Conversion Électromécanique II

Corrigé: **Loi de similitude**

1. Calcul de force

La force de Laplace F est directement proportionnelle à la densité de courant J, à la section S, à la longueur active de la bobine L et au champ d'induction B créé par l'aimant. Le quotient de forces vaut alors :

$$F^* = N^* I^* L^* B^* = J^* S^* L^* B^* \tag{1}$$

avec $L^* = L'/L = 1/k$, $S^* = S'/S = 1/k^2$ et $J^* = J'/J = 1$ selon la condition.

Le champ d'induction est directement proportionnel au flux Φ et inversement proportionnel à la surface de l'entrefer S :

$$B^* = \frac{\Phi^*}{S^*} = \frac{\Lambda_e^* \Theta_a^*}{S^*} = \frac{\Lambda_e^* H_0^* l_a^*}{S^*} \tag{2}$$

avec $H_0^* = 1$, $l_a^* = 1/k$ et $S^* = 1/k^2$.

La permeance est directement proportionnelle à la surface S, et inversement à la dimension L :

$$\Lambda_e^* = \frac{\mu S^*}{L^*} = \frac{1\frac{1}{k^2}}{\frac{1}{k}} = \frac{1}{k} \tag{3}$$

et en conséquence :

$$B^* = \frac{\frac{1}{k}\,1\,\frac{1}{k}}{\frac{1}{k^2}} = 1 \tag{4}$$

et :

$$F^* = J^* S^* L^* B^* = 1\frac{1}{k^2}\frac{1}{k}1 = \frac{1}{k^3} = \frac{1}{27} \quad\Longrightarrow\quad F' = 0.37\ \text{N} \tag{5}$$

2. Calcul de la temperature

Le quotient de pertes Joule P_j vaut :

$$P_j^* = \rho^* V^* J^{*2} = 1\frac{1}{k^3}1^2 = \frac{1}{k^3} \tag{6}$$

Ensuite, on fait l'hypothèse que l'évacuation de la chaleur se fait uniquement par convection entre la surface externe de la bobine et l'air (avec le coefficient α), alors le quotient de résistances thermiques vaut :

$$R^*_{th} = \frac{1}{\alpha^* S^*} = \frac{1}{1\frac{1}{k^2}} = k^2 \tag{7}$$

Comme la différence de température entre la bobine et l’air ambiant est donné par la formule $\Delta T = P_j R_{th}$, le quotient de temperatures est :

$$\Delta T^* = P^*_j R^*_{th} = \frac{1}{k^3} k^2 = \frac{1}{k} \tag{8}$$

La conclusion est qu’il y a moins d’élévation de température pour le petit système.

3. Calcul de la nouvelle force

Pour avoir $\Delta T^* = 1$, (8) donne $P^*_j = 1/k^2$ et (6) donne :

$$J^* = \sqrt{k} \tag{9}$$

En consequence, (5) donne :

$$F^* = J^* S^* L^* B^* = \sqrt{k} \frac{1}{k^2} \frac{1}{k} 1 = \frac{\sqrt{k}}{k^3} = \frac{\sqrt{3}}{27} \quad \Longrightarrow \quad F' = 0.64 \text{ N} \tag{10}$$